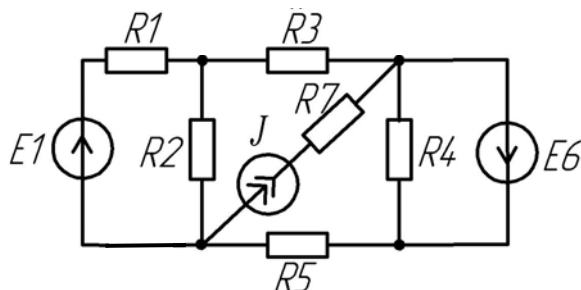


ЗАДАЧА 1



$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = 50 \text{ Ом} \\ R_3 &= R_4 = R_7 = 20 \text{ Ом} \\ R_5 &= 60 \text{ Ом} \end{aligned}$$

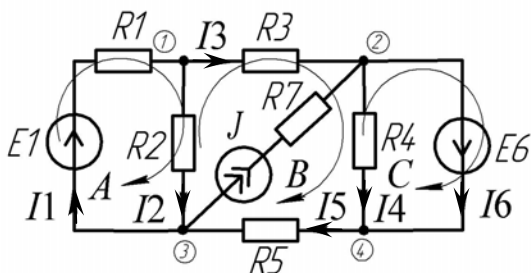
$$E_1 = 100 \text{ В}$$

$$E_6 = 30 \text{ В}$$

$$J = 1 \text{ А}$$

1. Найти токи во всех ветвях схемы на основе уравнений, составленных по законам Кирхгофа.
2. Составить и рассчитать баланс мощностей.

1. Законы Кирхгофа



Решение начинается с обозначения узлов на схеме и выбора положительных направлений токов.

Анализ схемы:

количество узлов $n_y = 4$,

количество ветвей $n_e = 7$,

количество источников тока $n_J = 1$.

Количество уравнений по первому закону Кирхгофа

$$n_1 = n_y - 1 = 3,$$

количество уравнений по второму закону Кирхгофа

$$n_2 = n_e - n_1 - n_J = 3.$$

На схеме показаны независимые контуры и выбранные направления обходов контуров.

Система уравнений, записанная по законам Кирхгофа, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ (3) \quad -I_1 + I_2 + I_5 - J = 0 \\ (4) \quad I_4 - I_5 + I_6 = 0 \\ A \quad I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_1 \\ B \quad -I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = 0 \\ C \quad -I_4 R_4 = E_6. \end{array} \right.$$

Система уравнений рассчитывается в пакете MATHCAD (см. страницу 3).

В результате решения системы, значения токов схемы получились следующими:

$$I_1 = 1,1 \text{ A}, I_2 = 0,905 \text{ A}, I_3 = 0,19 \text{ A}, I_4 = -1,5 \text{ A}, I_5 = 1,19 \text{ A}, I_6 = 2,69 \text{ A}.$$

$R1:=50$
 $R2:=50$
 $R3:=20$
 $R4:=20$
 $R5:=60$
 $R7:=20$

$E1:=100$
 $E6:=30$
 $J:=1$

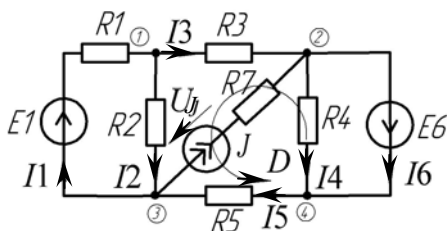
Given

$$\begin{aligned}
 I1 - I2 - I3 &= 0 \\
 -I1 + I2 + I5 - J &= 0 \\
 I4 + I6 - I5 &= 0 \\
 I1 \cdot R1 + I2 \cdot R2 &= E1 \\
 -I2 \cdot R2 + I3 \cdot R3 + I4 \cdot R4 + I5 \cdot R5 &= 0 \\
 -I4 \cdot R4 &= E6
 \end{aligned}$$

$$\text{Find}(I1, I2, I3, I4, I5, I6) \text{ float}, 3 \rightarrow \begin{pmatrix} 1.10 \\ .905 \\ .190 \\ -1.50 \\ 1.19 \\ 2.69 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 I1 &= 1,1 \text{ A,} \\
 I2 &= 0,905 \text{ A,} \\
 I3 &= 0,19 \text{ A,} \\
 I4 &= -1,5 \text{ A,} \\
 I5 &= 1,19 \text{ A,} \\
 I6 &= 2,69 \text{ A.}
 \end{aligned}$$

2. Составление и расчет баланса мощностей



$$\sum P_{\text{ист}} = \sum P_{\text{потр.}}$$

$$P_{\text{ист}} = I_1 \cdot E_1 + I_6 \cdot E_6 + U_J \cdot J.$$

По второму закону Кирхгофа для контура D имеем:
 $U_J - I_5 R_5 - I_4 R_4 - J R_7 = 0,$

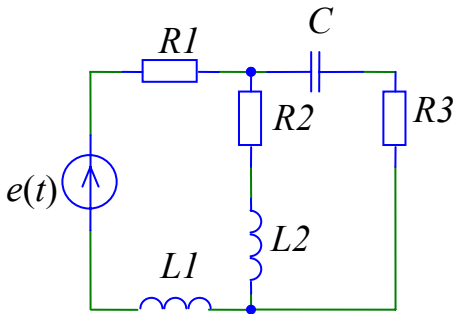
$$U_J = I_5 R_5 + I_4 R_4 + J R_7 = 1.19 \cdot 60 - 1.5 \cdot 20 + 1 \cdot 20 = 61.4 \text{ В.}$$

$$P_{\text{ист}} = 1.095 \cdot 100 + 2.69 \cdot 30 + 61.4 \cdot 1 = 251.6 \text{ Вт.}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{потр}} &= (I_1)^2 R_1 + (I_2)^2 R_2 + (I_3)^2 R_3 + (I_4)^2 R_4 + (I_5)^2 R_5 + J^2 R_7 = \\ &= (1.095)^2 \cdot 50 + (0.905)^2 \cdot 50 + (0.19)^2 \cdot 20 + (-1.5)^2 \cdot 20 + (1.19)^2 \cdot 60 + 1^2 \cdot 20 = \\ &= 251.6 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Баланс мощностей сошелся.

ЗАДАЧА 2



$$e(t) = 28,3 \cos(\omega t + 10^\circ) \text{ В}$$

$$R1 = 30 \text{ Ом}$$

$$R2 = 10 \text{ Ом}$$

$$R3 = 5 \text{ Ом}$$

$$L1 = 5 \text{ мГн}$$

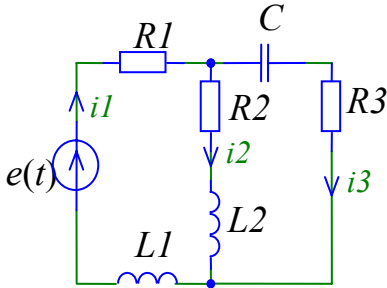
$$L2 = 10 \text{ мГн}$$

$$C = 10 \text{ мкФ}$$

$$\omega = 4000 \text{ рад/с}$$

1. Найти комплексные токи во всех ветвях схемы. Записать выражения для мгновенных значений токов.
2. Построить потенциальную диаграмму и векторную для токов.

1. Символический метод расчета



$$\dot{E} = \frac{28,3}{\sqrt{2}} e^{j10^0} = 20 e^{j10^0} \text{ В,}$$

1. Переход к комплексам.

$$X_{L1} = \omega L_1 = 4000 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 20 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{L1} = j \cdot X_{L1} = j20 \text{ Ом,}$$

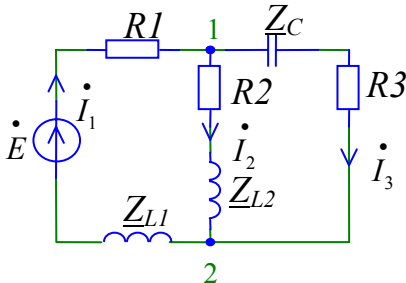
$$X_{L2} = \omega L_2 = 4000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 40 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{L2} = j \cdot X_{L2} = j40 \text{ Ом,}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{4000 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 25 \text{ Ом,}$$

$$\underline{Z}_C = -j \cdot X_C = -j25 \text{ Ом.}$$

2. Переход к схеме для комплексов. Расчет комплексов действующих значений токов.



$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{вх}} &= R_1 + \underline{Z}_{L1} + \frac{(R_2 + \underline{Z}_{L2})(R_3 + \underline{Z}_C)}{R_2 + \underline{Z}_{L2} + R_3 + \underline{Z}_C} = \\ &= 30 + j20 + \frac{(10 + j40)(5 - j25)}{10 + j40 + 5 - j25} = \\ &= 30 + j20 + \frac{(1050 - 50j)(15 - 15j)}{(15 + 15j)(15 - 15j)} = \end{aligned}$$

$$= 30 + j20 + \frac{15700 - 16500j}{450} = 30 + 20j + 35 - 37j = 65 - 17j = 67,2 e^{-j15^0} \text{ Ом.}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{20 e^{j10^0}}{67,2 e^{-j15^0}} = 0,297 e^{j25^0} \text{ А.}$$

$$\dot{U}_{12} = \dot{I}_1 \underline{Z}_{12} = 0,297 e^{j25^0} \cdot (35 - 37j) = 0,297 e^{j25^0} \cdot 50,9 e^{-j46,6^0} = 15,1 e^{-j21,6^0} \text{ В}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{12}}{R_2 + \underline{Z}_{L2}} = \frac{15,1 e^{-j21,6^0}}{10 + j40} = \frac{15,1 e^{-j21,6^0}}{41,2 e^{j76^0}} = 0,366 e^{-j97,6^0} \text{ А,}$$

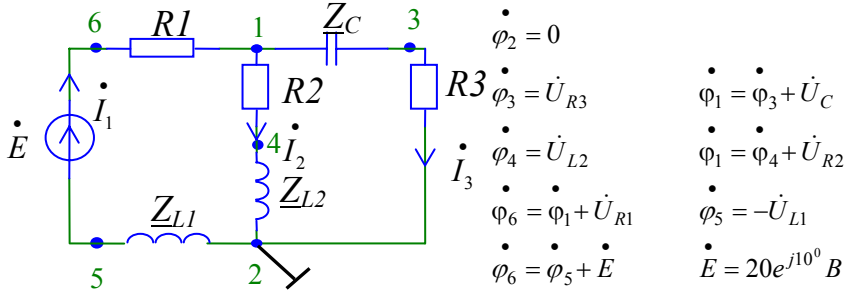
$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{12}}{R_3 + \underline{Z}_C} = \frac{15,1 e^{-j21,6^0}}{5 - j25} = \frac{15,1 e^{-j21,6^0}}{25,5 e^{-j78,7^0}} = 0,592 e^{j57,1^0} \text{ А.}$$

3. Мгновенные значения токов:

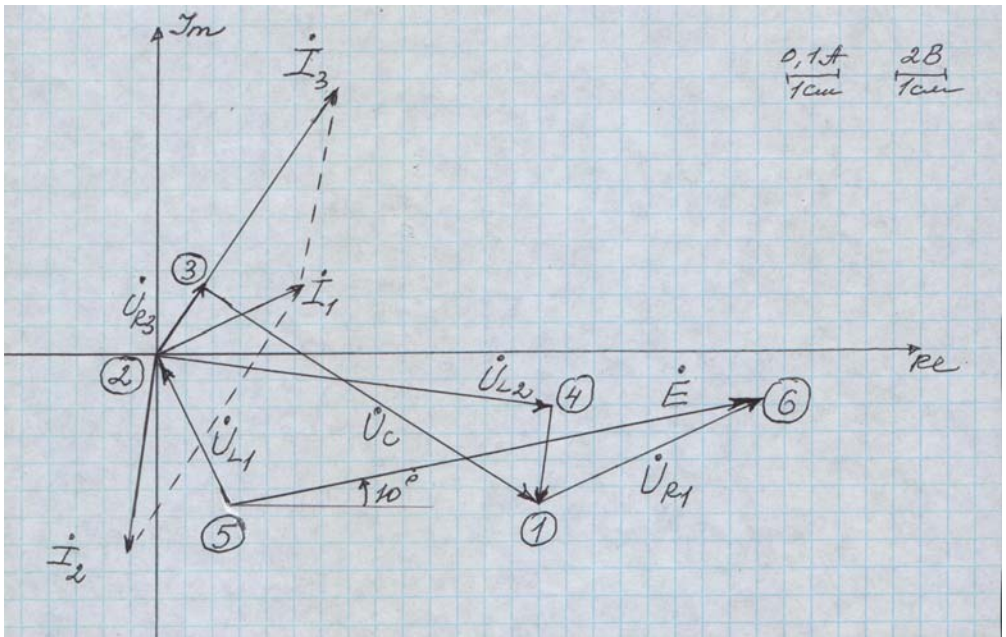
$$i_1(t) = 0,297 \sqrt{2} \cos(4000t + 25^0) \text{ А,}$$

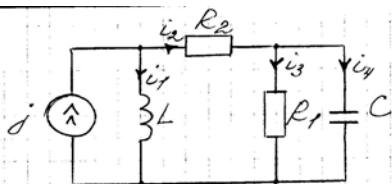
$$i_2(t) = 0,366 \sqrt{2} \cos(4000t - 97,6^0) \text{ А,} \quad i_3(t) = 0,592 \sqrt{2} \cos(4000t + 57,1^0) \text{ А.}$$

2. Диаграммы



$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= 0,297 e^{j25^\circ} \text{ A} & \dot{U}_{R1} &= \dot{I}_1 \cdot R1 = 0,297 e^{j25^\circ} \cdot 30 = 8,91 e^{j25^\circ} \text{ B} \\ \dot{U}_{L1} &= \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_{L1} = 0,297 e^{j25^\circ} \cdot 20 e^{j90^\circ} = 5,94 e^{j115^\circ} \text{ B} \\ \dot{I}_2 &= 0,366 e^{-j97,6^\circ} \text{ A} & \dot{U}_{R2} &= \dot{I}_2 \cdot R2 = 0,366 e^{-j97,6^\circ} \cdot 10 = 3,66 e^{-j97,6^\circ} \text{ B} \\ \dot{U}_{L2} &= \dot{I}_2 \cdot \underline{Z}_{L2} = 0,366 e^{-j97,6^\circ} \cdot 40 e^{j90^\circ} = 14,6 e^{-j7,6^\circ} \text{ B} \\ \dot{I}_3 &= 0,592 e^{j57,1^\circ} \text{ A} & \dot{U}_{R3} &= \dot{I}_3 \cdot R3 = 0,592 e^{j57,1^\circ} \cdot 5 = 2,96 e^{j57,1^\circ} \text{ B} \\ \dot{U}_C &= \dot{I}_3 \cdot \underline{Z}_C = 0,592 e^{j57,1^\circ} \cdot 25 e^{-j90^\circ} = 14,8 e^{-j32,9^\circ} \text{ B} \end{aligned}$$





$$j = 0,1 \cos(\omega t - 60^\circ) \text{ A}$$

$$\omega = 2000 \text{ rad/s}$$

$$R_1 = 150 \text{ Ohm} \quad R_2 = 50 \text{ Ohm}$$

$$L = 25 \text{ mH} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$C = 5 \text{ nF} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

1. Ток в контуре.

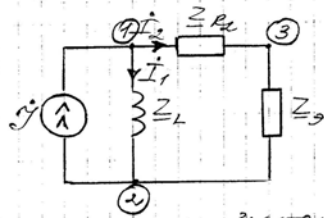
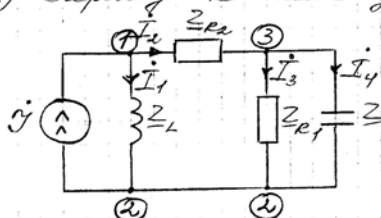
$$\dot{I} = \dot{I}_m e^{j\varphi} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} e^{j\varphi} = \frac{0,1}{\sqrt{2}} e^{-j60^\circ} = 0,07 e^{-j60^\circ} \text{ A}$$

$$X_L = \omega L = 2 \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = 50 \text{ Ohm} \rightarrow Z_L = jX_L = j50 \text{ Ohm}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 100 \text{ Ohm} \rightarrow Z_C = -jX_C = -j100 \text{ Ohm}$$

$$Z_{R1} = R_1 = 150 \text{ Ohm} \quad Z_{R2} = R_2 = 50 \text{ Ohm}$$

2. Ток в контуре при заданных параметрах. При этом ток.



$$Z_{R1} \parallel Z_C \rightarrow Z_3 = \frac{Z_{R1} \cdot Z_C}{Z_{R1} + Z_C} = \frac{150 \cdot (-j100)}{150 - j100} = \frac{-15 \cdot 10^3 (150 + j100)}{150^2 + 100^2}$$

$$= \frac{-225 \cdot 10^4 j + 15 \cdot 10^5}{32500} = 46,15 - 69,2j = 83,2 e^{-j56,3^\circ} \text{ (Ohm)}$$

$$Z_{R12} = \frac{Z_L \cdot (Z_{R2} + Z_3)}{Z_L + (Z_{R2} + Z_3)} = \frac{j50(50 + 46,15 - 69,2j)}{j50(50 + 46,15 - 69,2j)} = \frac{j50(96,15 - 69,2j)}{96,15 - 19,2j}$$

$$= \frac{50 e^{j90^\circ} \cdot 118,5 e^{-j35,7^\circ}}{98 e^{-j11,3^\circ}} = 60,4 e^{j65,6^\circ} \text{ (Ohm)}$$

$$\dot{U}_{12} = \dot{I} \cdot Z_{R12} = 0,07 e^{-j60^\circ} \cdot 60,4 e^{j65,6^\circ} = 4,23 e^{j5,6^\circ} \text{ (V)}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_L} = \frac{4,23 e^{j5,6^\circ}}{50 e^{j90^\circ}} = 0,085 e^{-j84,4^\circ} \text{ (A)}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_{R2} + Z_3} = \frac{4,23 e^{j5,6^\circ}}{50 + 46,15 - 69,2j} = \frac{4,23 e^{j5,6^\circ}}{118,5 e^{-j35,2^\circ}} = 0,036 e^{j41,3^\circ} \text{ (A)}$$

$$\dot{U}_{32} = \dot{I}_2 \cdot Z_3 = 0,036 e^{j41,3^\circ} \cdot 83,2 e^{-j56,3^\circ} = 3 e^{-j15^\circ} \text{ (V)}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{32}}{Z_{R1}} = \frac{3 e^{-j15^\circ}}{150} = 0,02 e^{-j15^\circ} \text{ (A)}$$

$$\dot{U}_{12} = \dot{U}_L$$

$$\dot{U}_{32} = \dot{U}_{R1} = \dot{U}_C$$

$$\dot{I}_4 = \frac{\dot{U}_{32}}{Z_C} = \frac{3 e^{-j15^\circ}}{100 e^{-j90^\circ}} = 0,03 e^{j75^\circ} \text{ (A)}$$

$$\dot{U}_{R2} = \dot{I}_2 \cdot R_2 = 0,036 e^{j41,3^\circ} \cdot 50 = 1,8 e^{j41,3^\circ} \text{ (V)}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= 0,085 e^{-j84,4^\circ} \text{ A}, \quad \dot{I}_2 = 0,036 e^{j41,3^\circ} \text{ A}, \quad \dot{I}_3 = 0,02 e^{-j75^\circ} \text{ A}, \quad \dot{I}_4 = 0,03 e^{j45^\circ} \text{ A} \\ \dot{I}_K &\rightarrow i_K(t) \quad \dot{I}_K = I_K e^{j\varphi_{I_K}} \quad i_K(t) = I_K \cdot \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_{I_K}) \\ i_1(t) &= 0,085 \cdot \sqrt{2} \cos(2 \cdot 10^3 t - 84,4^\circ) = 0,12 \cos(2 \cdot 10^3 t - 84,4^\circ) \text{ A} \\ i_2(t) &= 0,051 \cos(2000t + 41,3^\circ) \text{ A} \quad i_3(t) = 0,028 \cos(2000t - 75^\circ) \text{ A} \\ i_4(t) &= 0,042 \cos(2000t + 45^\circ) \text{ A} \end{aligned}$$

③ Расчет мощности, создаваемой источником тока

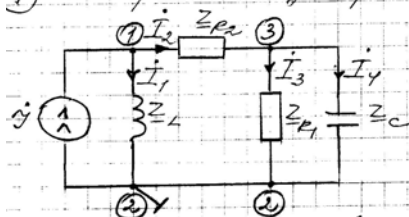
$$P = U_{12} \cdot I \cdot \cos \varphi = 4,23 \cdot 0,07 \cos(5,6^\circ - (-60^\circ)) = 0,122 \text{ (Вт)}$$

$$Q = U_{12} \cdot I \cdot \sin \varphi = 4,23 \cdot 0,07 \sin(5,6^\circ - (-60^\circ)) = 0,27 \text{ (Вар)}$$

$$S = U_{12} \cdot I = 4,23 \cdot 0,07 = 0,296 \text{ (В·А)}$$

Проверка $S = |S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{0,122^2 + 0,27^2} = 0,296 \text{ (В·А)}$

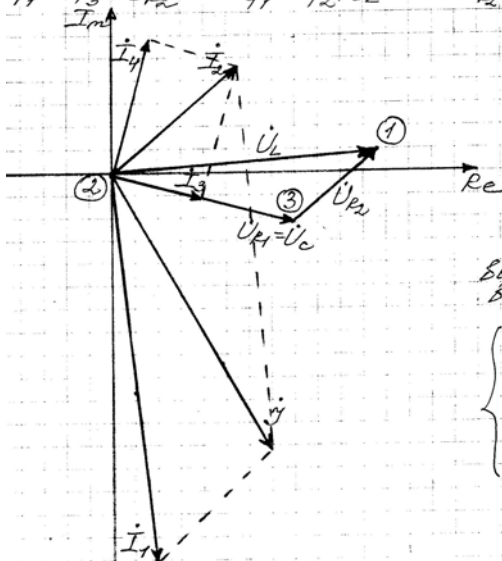
④ Построение диаграмм токов и ВПФ напряжений.



$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= 0,085 e^{-j84,4^\circ} & (8,5 \text{ см}) \\ \dot{I}_2 &= 0,036 e^{j41,3^\circ} & (3,6 \text{ см}) \\ \dot{I}_3 &= 0,02 e^{-j75^\circ} & (2 \text{ см}) \\ \dot{I}_4 &= 0,03 e^{j45^\circ} & (3 \text{ см}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_L &= 4,23 e^{j5,6^\circ} & (5,65 \text{ см}) \\ \dot{U}_C &= \dot{U}_{R1} = 3 e^{-j75^\circ} & (4 \text{ см}) \\ \dot{U}_{R2} &= 1,8 e^{j41,3^\circ} & (2,4 \text{ см}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{I_1} &= 0 & \varphi_3 &= \varphi_{I_2} + \varphi_{R1} = \varphi_{I_2} + \varphi_{U_C} \\ \varphi_1 &= \varphi_3 + \varphi_{R2} & \varphi_1 &= \varphi_{I_2} + \varphi_{U_C} + \varphi_{U_{R2}} \\ \varphi_1 &= \varphi_{I_2} + \varphi_{U_L} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 0,01 \text{ A} & \rightarrow 1 \text{ см} \\ 0,25 \text{ В} & \rightarrow 1 \text{ см} \end{aligned}$$

На диаграмме должны выполняться следующие соотношения:

$$\begin{cases} \dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_3 + \dot{I}_4 \\ \dot{U}_L = \dot{U}_{R2} + \dot{U}_{R1} \\ \dot{U}_C = \dot{U}_{R1} \end{cases}$$

