

Введение

Основные определения и классификация элементов автоматики

Одной из задач при рассмотрении систем автоматического регулирования (САР) и управления является задача анализа. Конечной целью анализа САР является определение показателей качества процесса управления при заданных параметрах всей системы и заданном возмущении или задающем воздействии.

В самом общем виде порядок исследования САР включает в себя математическое описание системы, т.е. составление дифференциального уравнения замкнутой системы и исследование установившегося и переходного режимов путем решения этого уравнения, а также графическое построение полученных характеристик.

Математическое описание системы, или получение ее математической модели, достигается путем разбиения системы на элементарные звенья и составления вместо принципиальной структурной схемы. Таким образом, задача получения дифференциального уравнения замкнутой системы упрощается, если использовать для этой цели передаточные функции звеньев, а не их дифференциальные уравнения. В этом случае операции с преобразованием дифференциальных уравнений заменяются операциями с алгебраическими уравнениями.

К типовым динамическим звеньям относятся пропорциональные, дифференцирующие и интегрирующие, каждое из которых может быть безинерционным или инерционным. Типовые динамические звенья характеризуются видом передаточной функции, переходной и частотными характеристиками.

В системах автоматического управления судовыми электроприводами и механизмами эти звенья рассматриваются как регуляторы с соответствующими свойствами.

Цель РГР и требования к оформлению отчетов

Расчетные и графические работы имеют целью углубить и закрепить теоретические знания студентов, дать им практическое подтверждение; привития навыков расчета параметров и характеристик моделей типовых динамических звеньев; приобретения опыта самостоятельного выполнения анализа устойчивости САР с применением различных математических методов и критериев; усвоения методов оценки качества переходных процессов в системе и опыта обработки полученных результатов с выдачей обоснованного заключения по расчетной работе.

Отчет по РГР выполняется в соответствии с полученным заданием. Особое внимание должно быть уделено выводам по проделанной работе. Выводы должны обобщать данные расчетов, характер полученных графиков, а также должны содержать критический анализ полученных результатов с рекомендациями по улучшению свойств системы в части устойчивости и качества процесса регулирования.

1. Краткие теоретические сведения из основ автоматики и теории управления

Понятия устойчивости и качества процесса регулирования. Пригодность любой системы автоматического регулирования или управления определяется устойчивостью и качеством процесса регулирования.

Устойчивость называется способность системы возвращаться к заданному установившемуся состоянию после приложения или снятия внешнего возмущения.

Известно, что каждый из установившихся режимов работы САР представляет собой равновесное состояние. Для решения вопроса, устойчиво ли равновесие какой-либо статической системы необходимо изучить поведение этой системы при небольших отклонениях от положения равновесия. Различают три вида равновесных состояния: *устойчивое, неустойчивое и безразличное.*

При переходе системы из одного установившегося режима работы в другой она может оказаться либо устойчивой, либо неустойчивой. Чтобы определить это, необходимо произвести исследование динамики процесса регулирования, т.е. определить закон изменения регулируемого параметра в функции времени при воздействии на САР возмущающих факторов.

В общем случае значение регулируемого параметра в неустановившемся режиме в каждый момент времени

$$y = y_{уст} + y_{пер}$$

где $y_{уст}$ — установившееся значение регулируемого параметра; $y_{пер}$ — переходная составляющая изменения регулируемого параметра, изменяющаяся во времени в течении переходного процесса (рис.1).

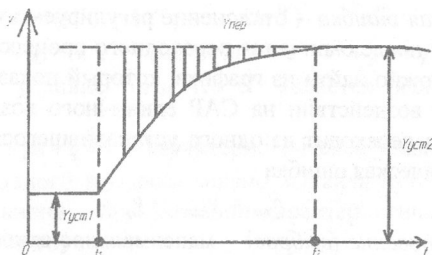


Рис.1 Переходный процесс

Устойчивость или неустойчивость характеризует только факт наличия или отсутствия затухания переходного процесса в САР. Устойчивость САР является основным, но недостаточным условием, т.к. не всякую устойчивую САР можно применить на практике.

Так, затухание переходного процесса в САР может происходить быстро или медленно, большим или малым отклонением регулируемого параметра от заданного значения; кроме того, переходный процесс может быть аperiodическим или колебательным. Для исследования САР введено понятие *качества процесса регулирования*.

Первой стороной качества процесса регулирования является степень поддержания регулируемого параметра, когда на САР не воздействуют внешние возмущающие факторы.

Второй стороной качества процесса регулирования является вид переходных процессов, которые возникают при воздействии внешних возмущающих факторов.

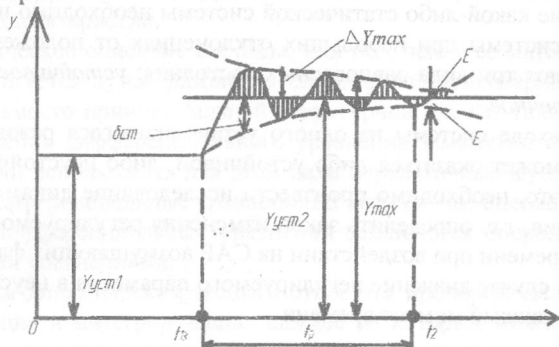


Рис. 2 Параметры процесса регулирования

Качество процесса регулирования характеризуют следующие основные показатели:

1. *Статическая ошибка* – отклонение регулируемого параметра от заданного значения после окончания переходного процесса. Значение статической ошибки можно найти из графика, который показывает процесс регулирования при воздействии на САР единичного воздействия (рис. 2). При этом система переходит из одного установившегося состояния $y_{уст1}$ в другое $y_{уст2}$. Статическая ошибка

$$\delta_{ст} = y_{уст2} - y_{уст1}$$

2. *Перерегулирование (выброс)* – максимальное отклонение регулируемого параметра от установившегося значения

$$\Delta y_{макс} = y_{макс} - y_{уст2}$$

Практически находится в пределах от 2 до 10%.

3. *Время регулирования t_p* – продолжительность переходного процесса. Считается законченным если $y_{пер}(t)$ становится меньше $\epsilon = 3 \div 5\%$ нового установившегося значения регулируемого параметра, $y_{уст2}$.

Время регулирования t_p характеризует быстродействие САР, которое зависит от вида, числа и характера включения элементов.

4. Число колебаний регулируемого параметра в течении времени переходного процесса t_p .

Основы анализа устойчивости САР

Устойчивость САР является важнейшим показателем процесса регулирования. Чтобы определить устойчивость САР необходимо изучить поведение этой системы при малых отклонениях от положения равновесия.

Устойчивостью в «малом» называют устойчивость системы при бесконечно малых отклонениях, т.е. если она возвращается в состояние равновесия при ограниченных значениях возмущающих воздействий. Если линейная САР устойчива в «малом», то она обязательно устойчива в «большом». Система называется устойчивой в «большом», если она возвращается в состояние равновесия при любом значении возмущающего воздействия.

Критерии устойчивости. Из курса высшей математики известно, что линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами без правой части решается с помощью характеристического уравнения. Распространенным способом решения данного однородного дифференциального уравнения

$$y''' + py'' + qy = 0 \quad (1)$$

является поиск решения в виде линейной комбинации экспонент вида e^{kx} , где k – постоянная величина.

Найдем условие, при котором $y = e^{kx}$ будет решением однородного уравнения. Для этого подставим его в левую часть:

$$y' = (e^{kx})' = ke^{kx}; \quad y'' = k(e^{kx})' = k^2 e^{kx}; \\ y''' + py'' + qy = k^3 e^{kx} + pke^{kx} + qe^{kx} = e^{kx}(k^3 + pk + q) = 0$$

Отсюда следует условие того, что e^{kx} является решением заданного уравнения:

$$k^3 + pk + q = 0 \text{ – характеристическое уравнение} \quad (2)$$

Характер переходного процесса можно выявить путем анализа характеристического уравнения. При решении характеристического уравнения возможны следующие случаи.

Случай 1. Корни характеристического уравнения действительные и различные.

$$\left(\frac{P^2}{4} - q \right) > 0 \\ k_1 = -\frac{P}{2} - \sqrt{\frac{P^2}{4} - q}; \quad k_2 = -\frac{P}{2} + \sqrt{\frac{P^2}{4} - q}; \quad k_1 \neq k_2 \quad (3)$$

В этом случае частные решения линейно независимы, и в качестве общего решения можно взять функцию

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 = c_1 e^{k_1 x} + c_2 e^{k_2 x} \quad (4)$$

Если корни характеристического уравнения k_1 и k_2 отрицательны, то функция $y = f(x)$ будет убывающей, а САР – устойчивой. Если один из корней характеристического уравнения будет положительным, то функция $y = f(x)$ имеет возрастающий характер, а САР следовательно, будет неустойчивой.

Случай 2. Корни характеристического уравнения действительны и равны $\left(\frac{P^2}{4} - q = 0\right)$, тогда

$$k_1 = k_2 = -\frac{P}{2} = k \quad (5)$$

В этом случае одно частное решение берется в виде $y_1 = e^{kx}$, а второе линейно независимое частное решение берут в виде $y_2 = xe^{kx}$, тогда общее решение заданного уравнения:

$$y = (c_1 + c_2 x)e^{kx} \quad (6)$$

Случай 3. Корни характеристического уравнения комплексные $\left(\frac{P^2}{4} - q < 0\right)$:

$$k_1 = -\frac{P}{2} - \sqrt{\frac{P^2}{4} - q} = -\frac{P}{2} - \sqrt{-1} \cdot \sqrt{q - \frac{P^2}{4}} = \alpha - j\beta \quad (7)$$

$$k_2 = -\frac{P}{2} + \sqrt{\frac{P^2}{4} - q} = -\frac{P}{2} + \sqrt{-1} \cdot \sqrt{q - \frac{P^2}{4}} = \alpha + j\beta \quad (8)$$

- действительная часть комплексного корня,
- мнимая его часть.

В этом случае частные решения можно представить в форме:

$$y_1 = e^{k_1 x} = e^{(\alpha - j\beta)x} = e^{\alpha x} \cdot e^{-j\beta x} = e^{\alpha x} (\cos \beta x - j \sin \beta x);$$

$$y_2 = e^{k_2 x} = e^{(\alpha + j\beta)x} = e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} = e^{\alpha x} (\cos \beta x + j \sin \beta x)$$

Они линейно независимы, поэтому общее решение однородного уравнения будет в виде:

$$y = e^{\alpha x} (c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x) \quad (9)$$

В зависимости от знака корней k_1 и k_2 в САР будут наблюдаться затухающие или расходящиеся колебательные процессы.

Таким образом, анализ устойчивости САР сводится к алгебраической задаче, т.е. к определению знака корней характеристического уравнения. Просто решаются только уравнения не выше второго порядка, а уравнения выше второго порядка решаются аналитически сложно, причем уравнения более высоких порядков вообще не имеют аналитического решения и решаются лишь приближенно.

Для облегчения исследования устойчивости можно и не решать характеристическое уравнение, но при этом необходимо применить косвенные методы определения знаков корней, которые получили название критериев устойчивости. Они делятся на две группы: алгебраические (Гурвица, Вышнеградского) и частотные (Михайлова, Найквиста), метод переходной функции, метод логарифмических частотных характеристик).

Алгебраические критерии в основном применяются для исследования САР, которые описываются уравнениями не выше четвертого порядка. Частотные критерии, имея большую наглядность, чаще всего применяются для тех случаев, когда требуется установить влияние какого-либо параметра на устойчивость САР, а также для тех систем, которые описываются дифференциальными уравнениями выше четвертого порядка.

Все критерии устойчивости дают возможность установить следующее: отрицательны ли вещественные части всех корней характеристического уравнения или нет, причем применение того или иного критерия зависит от конкретных условий.

Критерий Гурвица. Для определения устойчивости САР необходимо знать знаки корней характеристического уравнения, т.е. решить его. В общем виде это уравнение записывается следующим образом:

$$a_0 k^n + a_1 k^{n-1} + \dots + a_{n-1} k + a_n \quad (10)$$

Необходимым и достаточным условием устойчивости системы является отрицательность вещественных частей всех корней характеристического уравнения. Для этого требуется, чтобы все коэффициенты уравнения (10) были одного знака, и уравнение было полным.

Для систем первого и второго порядка критерий Гурвица сводится к положительности коэффициентов a_0, a_1, a_2 , для которых характеристическое уравнение соответственно:

$$a_0 k + a_1 = 0, \quad (n=1); \quad (11)$$

$$a_0 k^2 + a_1 k + a_2 = 0, \quad (n=2) \quad (12)$$

Для системы третьего порядка характеристическое уравнение имеет вид

$$a_0 k^3 + a_1 k^2 + a_2 k + a_3 = 0, \quad (n=3)$$

а условием устойчивости по Гурвицу будет: $a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0;$

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \quad (13)$$

Аналогично для системы четвертого порядка

$$a_0 k^4 + a_1 k^3 + a_2 k^2 + a_3 k + a_4 = 0, \quad (n=4)$$

условием устойчивости будет положительность всех коэффициентов характеристического уравнения, и выполняются неравенства

$$a_3(a_1 a_2 + a_0 a_3) - a_4 a_1^2 > 0; \quad (14)$$

$$a_0 > 0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0; a_4 > 0$$

Критерий И.А. Вышнеградского (основоположник теории автоматического регулирования). Этот критерий разработан для анализа САР, имеющих дифференциальное уравнение третьего порядка.

Пусть дано характеристическое уравнение третьего порядка

$$a_0 k^3 + a_1 k^2 + a_2 k + a_3 = 0 \quad (15)$$

Разделим все члены уравнения на a_3 :

$$\frac{a_0}{a_3 k^3} + \frac{a_1}{a_3} k^2 + \frac{a_2}{a_3} k + 1 = 0 \quad (16)$$

Приводим уравнение (16) к нормированному виду

$$q^3 + Aq^2 + Bq + 1 = 0 \quad (17)$$

$$\text{где } q = k\sqrt[3]{\frac{a_0}{a_3}}, \quad A = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_0^2 a_3}}, \quad B = \frac{a_2}{\sqrt{a_0 a_3}} \quad (18)$$

Параметры Вышнеградского A и B представляют определенные комбинации реальных параметров системы, входящих в коэффициенты характеристического уравнения.

На плоскости параметров A, B граница устойчивости выразится зависимостью $AB = 1$ (гипербола). Область устойчивости $AB > 1$ разбивается на три части (рис. 3) с различным расположением корней характеристического уравнения и соответственно очертаний переходного процесса:

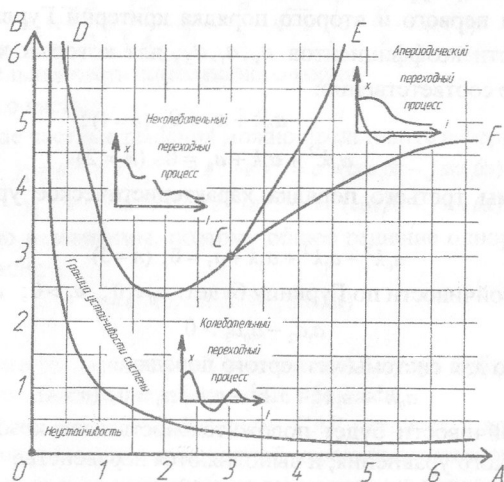


Рис. 3 Плоскость параметров A, B

1) апериодический переходный процесс. Эта часть области ограничена кривыми CE и CF , которые строятся по уравнению:

$$A^2 B^2 - 4(A^2 + B^2) + 18AB - 27 = 0;$$

2) колебательный переходный процесс. Эта часть области ограничена границей устойчивости и кривыми CF и CD , последняя из которых строится по уравнению:

$$2A^2 - 9AB + 27 = 0, A < 3$$

из равенства вещественных частей всех корней характеристического уравнения.

В точке $C(3; 3)$ все три корня вещественны и равны -1 .

3) неколебательный переходный процесс. Эта часть области ограничена кривой DCE .

Критерий устойчивости Вышнеградского можно сформулировать следующим образом:

$САР$, описываемая дифференциальным уравнением третьего порядка является устойчивой, если параметры A и B положительные и произведение их AB больше единицы: $A > 0, B > 0, AB > 1$.

Полученный график называется *диаграммой Вышнеградского*.

Пользоваться этой диаграммой можно следующим образом. Если известны величины коэффициентов левой части уравнения системы регулирования через параметры системы, то в соответствии с этим можно найти обобщенные параметры A и B . Смотря по тому, куда точка с этими параметрами A и B попадет по диаграмме можно определить какого типа переходный процесс получится в данной системе (регулятор и объект).

Можно решить и другую задачу. Пусть заданы только параметры регулируемого объекта, а параметры регулятора надо подобрать, исходя из необходимого качества переходного процесса. Тогда на основании формул (18) записываются равенства для выбранных значений A и B . Затем подбирают параметры регулятора так, чтобы приблизительно удовлетворить данным равенствам, меняя параметры в реальных физически осуществимых пределах.

Частотный критерий, предложенный А.В. Михайловым в 1938 г., применяют при исследовании устойчивости $САР$ высокого порядка. Этот критерий, также как и критерий Вышнеградского основан на использовании характеристического уравнения системы.

Порядок применения критерия. Пусть имеем характеристическое уравнение третьего порядка:

$$k^3 + 2k^2 + 8k + 5 = 0$$

1. Заменяем

$$(j\omega)^3 + 2(j\omega)^2 + 8j\omega + 5 = 0$$

2. Сделав преобразования, получим:

$$(5 - 2\omega^2) + j(8\omega + \omega^3) = 0$$

3. Выделим действительную и мнимую части:

$$R(\omega) = 5 - 2\omega^2; \quad S(\omega) = 8\omega - \omega^3$$

4. Составим таблицу (табл. 1) для $R(\omega)$ и $S(\omega)$ при различных значениях ω (от 0 до $+\infty$)

Таблица 1

ω	0	1	2	3	4	и т.д.
$R(\omega)$	5	3	-3	-13	-27	
$S(\omega)$	0	7	8	-3	-32	

5. По табл.1 в масштабе строим точки на комплексной плоскости и соединяем их плавной кривой. В результате этого получим график изменения вектора годографа (рис. 4). САР является устойчивой если: 1) вектор годографа при изменении частоты от 0 до $+\infty$ начинает свое движение из точки положительной вещественной полуоси ($+\infty$); 2) вектор вращается только против часовой стрелки; 3) нигде вектор не обращается в нуль; 4) вектор проходит последовательно n квадрантов комплексной плоскости, т.е. поворачивается на угол $n\pi/2$, где n - наибольшая степень характеристического уравнения. Если хотя бы одно из этих условий не соблюдается, то САР является неустойчивой или нейтрально устойчивой.

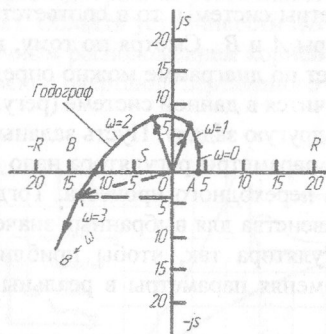


Рис. 4 Кривая Михайлова

Типовые динамические звенья автоматических систем

Чтобы составить уравнения динамики системы автоматического управления или регулирования, система разбивается на звенья. Затем рассматривается каждое звено в отдельности (рис.5).

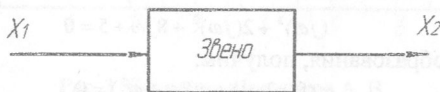


Рис. 5. Звено системы

Входная X_1 и выходная X_2 величины соответствуют физическим величинам, выражающим воздействие предыдущего звена на данное звено (x_1) и воздействие данного звена на последующее (x_2).

Элементы, которые рассматриваются с точки зрения их динамических свойств, называются элементарными (типовыми) динамическими звеньями. Линейные САР могут быть разбиты на элементарные звенья, переходные процессы которых описываются линейными дифференциальными уравнениями не выше второго порядка.

Все реальные элементы автоматических систем регулирования можно разбить в основном на пять групп элементарных динамических звеньев: безинерционные, интегрирующие, инерционные, колебательные и дифференцирующие. Звено системы может являться техническим устройством любой физической природы, конструкции и назначения.

Уравнения звеньев. Допустим, что в результате составления уравнения динамики звена получилось линейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$a_0 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + a_1 \frac{dx_2}{dt} + a_2 x_2 = b_0 \frac{dx_1}{dt} + b_1 x_1 \quad (19)$$

В теории автоматического регулирования принято приводить уравнение звена к стандартному виду в виде символической записи

$$(T_2^2 P^2 + T_1 P + 1)x_2 = k_1(\tau_1 P + 1)x_1 \quad (20)$$

где P — операция дифференцирования $\left(P = \frac{d}{dt}\right)$. Здесь введены *постоянные времени*, которые в данном случае будут

$$T_1 = \frac{a_1}{a_2}, T_2^2 = \frac{a_0}{a_2}, \tau_1 = \frac{b_0}{b_1}$$

и *коэффициент усиления* (передаточное число) звена

$$k_1 = \frac{b_1}{a_2}$$

В установившемся состоянии, когда $x_1 = const$ и $x_2 = const$, получим из (20) уравнение

$$x_2 = k_1 x_1$$

и соответствующую ему линейную *статическую характеристику* звена, причем коэффициент усиления k_1 определяет крутизну наклона этой характеристики ($k_1 = tg \alpha$).

Основные характеристики звеньев. *Передаточная функция* звена $W(p)$. Формально передаточную функцию звена можно составлять как отношение операторных многочленов правой и левой частей уравнения звена при нулевых начальных условиях.

$$W(p) = \frac{x_2(p)}{x_1(p)} \quad (21)$$

В данном случае согласно (20) имеем:

$$W(p) = \frac{k_1(r_1 p + 1)}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} \quad (22)$$

По передаточной функции (22) звена можно написать его дифференциальное уравнение, имея в виду, что числитель передаточной функции соответствует правой части уравнения (20), а знаменатель функции (22) – левой части уравнения (20).

В общем случае передаточная функция звена имеет вид

$$W(p) = \frac{k_1 N(p)}{L(p)} \quad (23)$$

где $N(p)$ и $L(p)$ – многочлены с коэффициентами 1 в младших членах, причем $N(p)$, как правило, ниже степени $L(p)$.

Дифференциальное уравнение звена в общем случае можно представить в форме:

$$L(p)x_2 = k_1 N(p)x_1 \quad \left(p = \frac{d}{dt} \right)$$

Характеристическое уравнение звена имеет вид $L(\lambda) = 0$, где λ – корни характеристического уравнения.

Переходная функция звена. Переходной функцией $h(t)$ называется реакция звена на единичное ступенчатое воздействие (рис. 6), т.е. переходной процесс на выходе x_2 при единичном скачке $1(t)$ на входе звена x_1 (рис. 7).

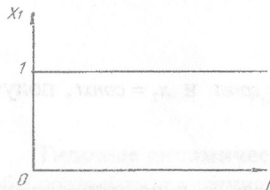


Рис. 6 Единичное ступенчатое воздействие

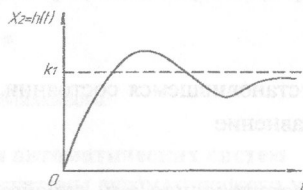


Рис. 7 Переходная функция

Частотные характеристики звена. Частотными характеристиками называются формулы и графики, характеризующие реакцию звена на синусоидальное входное воздействие в установившемся режиме, т.е. вынужденные синусоидальные колебания звена.

Подадим на вход звена гармоническое воздействие, изменяющееся по синусоидальному закону

$$x = A_1 \sin \omega t$$

где A_1 – амплитуда; ω – угловая частота этого воздействия.

По окончании переходного процесса на выходе звена будут существовать гармонические колебания с той же частотой, что и входные колебания, но будут отличаться по амплитуде и фазе. В установившемся режиме выходная величина звена

$$y = A_2 \sin(\omega t + \varphi)$$

где A_2 – амплитуда выходных установившихся колебаний; φ – фазовый сдвиг между входными и выходными колебаниями.

При фиксированной амплитуде входных колебаний амплитуда и фаза установившихся на выходе звена колебаний зависит от частоты входных колебаний.

Выразим входную и выходную величины в комплексной показательной форме:

$$x = A_1 e^{j\omega t}$$

$$y = A_2 e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Разделив выходную величину звена на входную, получим выражение частотной функции:

$$W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (24)$$

где $A(\omega) = A_2/A_1$ – модуль частотной функции $W(j\omega)$; $\varphi(\omega)$ – аргумент (разность фаз выходного и входного колебаний).

Модуль A и аргумент φ зависят от угловой частоты.

В общем случае частотная функция получается из передаточной функции путем замены оператора P на $j\omega$. По выражению (24) амплитудно – фазовая характеристика (АФХ) звена, определяемая как отношение выходной величины звена к входной величине выраженных в комплексной форме. Эта характеристика звена не зависит от времени и показывает зависимость изменения амплитуды колебаний выходной величины и аргумента от частоты (при постоянной амплитуде колебаний на входе звена).

Кроме АФХ, которая является совмещенной характеристикой, различают амплитудно – частотную характеристику (АЧХ) и фазо – частотную характеристику (ФЧХ) звена. АЧХ показывает зависимость модуля A от частоты подаваемых на вход колебаний:

ФЧХ – это зависимость аргумента φ от частоты подаваемых на вход колебаний.

Указанные характеристики дают возможность судить о динамических свойствах звеньев САР, которые можно характеризовать временными (переходными) или частотными характеристиками.

При построении частотных характеристик вместо натуральных значений модуля A и частоты применяют их логарифмы, сохраняя натуральные значения только для аргумента.

Основное преимущество асимптотических логарифмических частотных характеристик (ЛЧХ) в том, что точные характеристики заменяются приближенными асимптотами, которые состояются из прямолинейных отрезков, в результате чего асимптотическая ЛЧХ строится проще, чем истинная ЛЧХ.

Логарифмические характеристики применяются для приближенных расчетов. При построении логарифмических характеристик пользуются понятиями «октава» и «декада». Каждой октаве соответствует увеличение частоты ω в 2 раза, а каждой декаде – в 10 раз. Октава равна примерно 0,3 декады, так как $\lg 2 = 0,3$, а $\lg 10 = 1$.

Различают логарифмическую амплитудно – частотную (ЛАЧХ) и логарифмическую фазо – частотную (ЛФЧХ) характеристики. При построении ЛАЧХ по оси абсцисс откладывают значения логарифмов частоты $\lg \omega$, а по оси ординат откладывают модуль частотной функции $L(\omega)$ в децибелах, т.е. увеличение частоты на каждые 20 дБ соответствуют изменению усиления (ослабления) амплитуды в 10 раз, а на 1 дБ – в 1,12 раза. Если модуль $A > 1$, то происходит усиление амплитуды, а если $A < 1$, то происходит ослабление. При построении ЛФЧХ по оси абсцисс откладывают значения логарифмов частоты, а по оси ординат – натуральные значения аргумента в градусах.

2. Методические указания и варианты заданий на выполнение РГР №1.

Расчет и построение характеристик динамических звеньев систем автоматического регулирования.

По заданному варианту, который соответствует схеме звена (задача 1 – 5) найти:

- передаточную функцию звена;
- написать дифференциальное уравнение и решить его;
- построить переходную характеристику звена;
- написать математическое выражение для амплитудно-частотной и фазово-частотной характеристик и построить их. Уравнение частотных характеристик вначале привести в буквенном виде, а затем подставить численные значения;
- написать математическое выражение для вещественной и мнимой частотных характеристик звена. Построить амплитудно-фазовую характеристику звена;
- построить амплитудно-частотную характеристику звена в логарифмическом масштабе.

Работу выполнить в последовательности, согласно примера решения задачи для схемы приведенной на рис. 1.

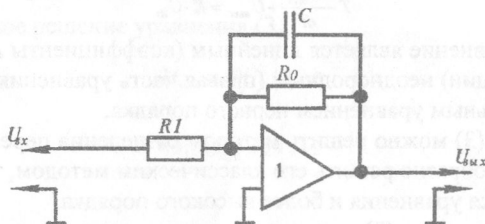


Рис. 8 Схема модели интегрально-пропорционального звена на ОУ

Исходные данные $R_I = 100 \text{ кОм}$; $R_0 = 1 \cdot 10^6 \text{ Ом}$; $C = 2 \text{ мкФ}$; $U_{\text{эс}} = 2,5 \text{ В}$

1. Для цепи с операционным усилителем (рис. 8).

$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{эс}}(p)} = \frac{z_{\text{о.с.}}(p)}{z_{\text{эс.}}(p)} \quad (1)$$

Сопротивление цепи обратной связи, записанное в операторной форме имеет вид:

$$Z_{o.c.}(p) = \frac{R_0 \cdot \frac{1}{PC}}{R_0 + \frac{1}{PC}} = \frac{R_0}{R_0 \cdot C \cdot p + 1},$$

$$a Z_{ex}(p) = RI$$

Следовательно

$$W(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{ex}(p)} = \frac{\frac{R_0}{RI}}{R_0 \cdot C \cdot p + 1} = \frac{K}{T \cdot p + 1} \quad (2)$$

Здесь $K = \frac{R_0}{RI} = IO$ - коэффициент передачи; $T = R_0 \cdot C = 2c$ - постоянная времени.

Таким образом, по (2) можно сделать вывод, что звено (рис.8) является пропорциональным инерционным звеном первого порядка.

2. Дифференциальное уравнение по передаточной функции записывается следующим образом:

$$\text{из (2)} \quad (T \cdot p + 1) \cdot U_{вых}(p) = K \cdot U_{ex}(p),$$

$$\text{или} \quad T \cdot p \cdot U_{вых}(p) + U_{вых}(p) = K \cdot U_{ex}(p).$$

Переходя от изображений $U(p)$ к оригиналам и подставляя $P = \frac{d}{dt}$, получим

$$T \frac{dU_{вых}}{dt} + U_{вых} = K \cdot U_{ex} \quad (3)$$

Данное уравнение является линейным (коэффициенты K и T не зависят от самой функции) неоднородным (правая часть уравнения не равно нулю) дифференциальным уравнением первого порядка.

Уравнение (3) можно решить методом разделения переменных $U_{вых}$ и t , однако, целесообразно решить его классическим методом, так как этим методом решаются уравнения и более высокого порядка.

Так как уравнение (3) неоднородное, то его решение есть сумма двух решений:

$$U_{вых} = U_{вых,1} + U_{вых,2} \quad (4)$$

Здесь $U_{вых,1}$ - частное решение неоднородного уравнения (3), т.е. уравнения с правой частью; $U_{вых,2}$ - общее решение однородного уравнения (правая часть приравнивается к нулю).

Первое решение $U_{вых,1}$ находится следующим образом: при $U_{ex} = const$ (статический режим) $U_{вых,1}$ также не будет изменяться, так как звено устойчивое.

При $\frac{dU_{вых}}{dt} = 0$ из (3) следует

$$U_{вых,1} = K \cdot U_{ex} \quad (5)$$

Для нахождения $U_{\text{вых},2}$ нужно решить уравнение

$$T \frac{dU_{\text{вых},2}}{dt} + U_{\text{вых},2} = 0 \quad (6)$$

Решение уравнения (6) отыскивается в следующем виде

$$U_{\text{вых},2} = A \cdot e^{pt},$$

где A – постоянная, находится из начальных условий; p – корень характеристического уравнения; $U_{\text{вых},2}$ – характеризует поведение звена в динамике, а $U_{\text{вых},1}$ – в статике.

Характеристическое уравнение для (6)

$$T \cdot p + 1 = 0$$

Следовательно $p = -\frac{1}{T}$

Таким образом,

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{вых},1} + U_{\text{вых},2} = K \cdot U_{\text{вх}} + A \cdot e^{-\frac{t}{T}} \quad (7)$$

Начальные условия: при $t=0$ на вход звена подается напряжение $U_{\text{вх}}$, но звено инерционное, следовательно в этот момент времени $U_{\text{вых}}=0$.

Подставляя в (7) $t=0$ и $U_{\text{вых}}=0$, получим

$$A = -K \cdot U_{\text{вх}}$$

Окончательное решение уравнения (3)

$$U_{\text{вых}} = K U_{\text{вх}} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) \quad (8)$$

$$\text{или } U_{\text{вых}} = 25 \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$$

3. Переходная характеристика интегрально-пропорционального звена первого порядка показана на рис.9. Математически эта кривая описывается формулой (8), т.е. показательной функцией, которая называется экспонентой.

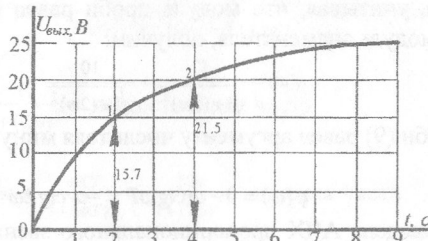


Рис. 9 Переходная характеристика

Величина T называется постоянной времени и имеет размерность времени (c). Если в формулу (8) подставить $t = T = 2c$, то получим

$$U_{\text{вых}} = 25(1 - e^{-1}) = 25\left(1 - \frac{1}{2,72}\right) = 0,63 \cdot 25 = 15,7B$$

Таким образом, за время, равное постоянной времени, выходной сигнал изменяется на 63% от максимального приращения (точка «1»).

При $t = 2T = 4c$ $U_{\text{вых}} = 21,5 B$ (точка «2»).

При $t = \infty$ $U_{\text{вых}} = 25 B$.

Показательная функция (экспонента) имеет особо важное значение в теории управления, и не только в теории управления, но и при математическом описании самых разнообразных процессов в технике и в природе.

4. Если на вход линейного звена подан синусоидальный сигнал, то выходной сигнал будет изменяться так же по гармоническому закону. При заданной частоте $\omega = 2\pi \cdot f$ и амплитуде входного сигнала $U_{m \text{ вх}}$, амплитуда выходного сигнала $U_{m \text{ вых}}$ может быть найдена по амплитудной частотной характеристике звена $A(\omega)$, сдвиг фаз между выходным и входным сигналами определяется по фазовой частотной характеристике звена $\varphi(\omega)$.

Порядок построения частотных характеристик следующий.

В операторную передаточную функцию звена (2) нужно подставить $p = j\omega$

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T} = A \cdot e^{j\varphi} \quad (9)$$

Почили частотную передаточную функцию.

Модуль (9) – это амплитудная частотная характеристика (АЧХ) звена, т.е. зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигналов от частоты

$$A(\omega) = \frac{U_{m \text{ вых}}}{U_{m \text{ вх}}} = |W(j\omega)|$$

Аргумент частотной передаточной функции (9) – это фазовая частотная характеристика (ФЧХ) звена, т.е. зависимость разности фаз выходного и входного сигналов от частоты

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$$

Для звена (9), учитывая, что модуль дроби равен модулю числителя поделенному на модуль знаменателя, получим:

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}} = \frac{10}{\sqrt{1 + (2\omega)^2}} \quad (10)$$

Аргумент дроби (9) равен аргументу числителя минус аргумент знаменателя

$$\varphi(\omega) = 0 - \arctg \omega T = -\arctg 2\omega \quad (11)$$

На рис. 3 приведена АЧХ пропорционального звена первого порядка, построенная по (10), а на рис. 4 ФЧХ этого звена построенная по (11).

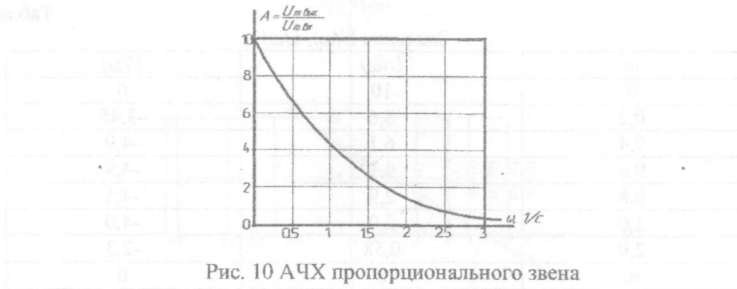


Рис. 10 АЧХ пропорционального звена

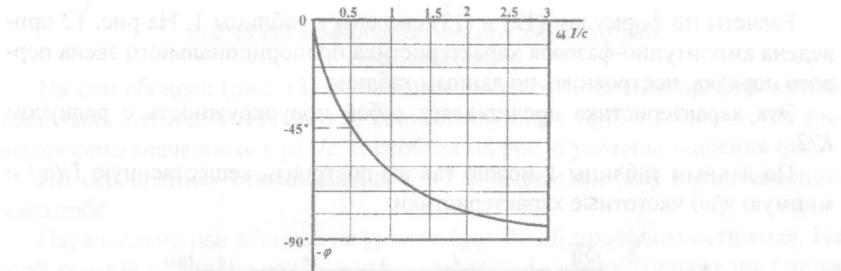


Рис. 11 ФЧХ пропорционального элемента

5. Вместо двух частотных характеристик АЧХ и ФЧХ, можно построить одну амплитудно-фазовую. Эту характеристику можно построить в полярной системе координат, если откладывать угол $\varphi(\omega)$ и на этом направлении откладывать вектор длиной $A(\omega)$. Соединив концы векторов, получим амплитудно-фазовую характеристику.

Однако, чаще амплитудно-фазовая характеристика строится на комплексной плоскости по вещественной и мнимой составляющим частотной передаточной функции.

Для того чтобы в (9) выделить вещественную и мнимую части, нужно освободиться от мнимости в знаменателе, умножением числителя и знаменателя на сопряженный комплекс:

$$W(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T} \cdot \frac{1 - j\omega T}{1 - j\omega T} = \frac{K - j\omega KT}{1 + (\omega T)^2} = U(\omega) + jv(\omega)$$

$$\text{где } U(\omega) = \frac{K}{1 + (\omega T)^2} = \frac{10}{1 + (2\omega)^2} \text{ --- вещественная часть} \quad (12)$$

$$v(\omega) = -\frac{\omega KT}{1 + (\omega T)^2} = -\frac{20\omega}{1 + (2\omega)^2} \text{ --- мнимая часть} \quad (13)$$

Значения $U(\omega)$, $v(\omega)$

ω	$U(\omega)$	$V(\omega)$
0	10	0
0,2	8,6	-3,45
0,4	6,1	-4,9
0,6	4,1	-4,9
0,8	2,9	-4,5
1,0	2,0	-4,0
2,0	0,58	-2,3
∞	0	0

Расчеты по формулам (12) и (13) сведены в таблицы 1. На рис. 12 приведена амплитудно-фазовая характеристика пропорционального звена первого порядка, построенная по данным таблицы 1.

Эта характеристика представляет собой полуокружность с радиусом $K/2$.

По данным таблицы 1 можно так же построить вещественную $U(\omega)$ и мнимую $v(\omega)$ частотные характеристики.

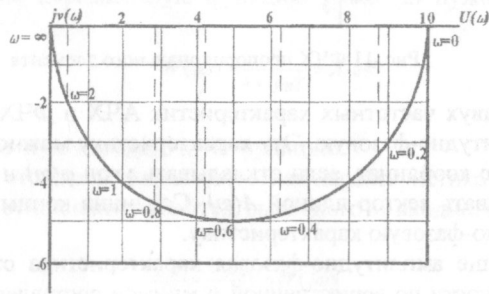


Рис. 12 Амплитудно-фазовая характеристика пропорционального звена первого порядка

6. Для построения амплитудной частотной характеристики в логарифмическом масштабе (ЛАХ) подсчитывается $L_{н.ч.}$ — для низких частот.

$$L_{н.ч.} = 20 \lg K = 20 \lg 10 = 20 \text{ дБ}$$

частота сопряжения $\omega_{сопр} = \frac{1}{T} = 0,5 \text{ 1/с}$ и частота среза $\omega_{ср} = \frac{K}{T} = 5 \text{ 1/с}$

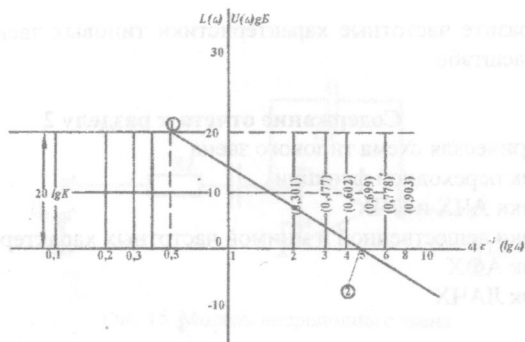


Рис. 13 Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика

На оси абсцисс (рис. 13) откладывается частота ω в логарифмическом масштабе, т.е. наносятся метки, соответствующие $\lg \omega$, а около меток пишется само значение ω в рад/с. В скобках на рис. 6 указаны значения $\lg \omega$.

По оси ординат откладывается $L(\omega)$ в децибелах (дБ) в равномерном масштабе.

Параллельно оси абсцисс на уровне $L_{н.ч.} = 20$ дБ проводится прямая. На этой прямой ставится точка, соответствующая частоте сопряжения (точка 1) и из этой точки проводится второй участок $L_{н.ч.}$ под наклоном к оси абсцисс -20 дБ/дек. Высокочастотный участок ЛАХ можно построить и соединением точки 1 с точкой 2, соответствующей частоте среза.

При построении логарифмической фазовой характеристики (ЛФХ) сдвиг фаз $\varphi(\omega)$ подсчитывается по формуле (4) и откладывается на оси ординат в линейном масштабе. Частоты на оси абсцисс откладывается в логарифмическом масштабе.

Схемы динамических звеньев и варианты заданий к ним приведены в задачах 1 – 5.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение передаточной функции звена.
2. Назовите все типовые динамические звенья и напишите их передаточные функции.
3. Как построить статическую характеристику звена? Дайте определения понятия «Коэффициент передачи» и покажите как его найти по статической характеристике.
4. Дайте определение «постоянной времени» и покажите как найти постоянную времени по переходной характеристике.
5. Приведите схемы для типовых звеньев ОУ.
6. Как по известной передаточной функции определить и построить частотные характеристики?
7. Изобразите частотные характеристики типовых звеньев в линейном масштабе.

8. Изобразите частотные характеристики типовых звеньев в логарифмическом масштабе.

Содержание отчета к разделу 2

1. Электрическая схема типового звена
2. График переходной функции
3. Графики АЧХ и ФЧХ
4. Графики вещественной и мнимой частотных характеристик
5. График АФХ
6. График ЛАЧХ

Задача 1

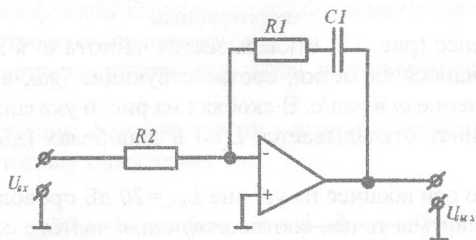


Рис. 14 Модель инерционного звена

№	C_1 мкф	R_1 ком	R_2 ком	$U_{вх}$ В
1	0,22	910	20	5
2	0,39	820	12	6
3	0,43	680	15	8
4	0,51	1000	18	10
5	0,68	910	22	6,3
6	0,47	820	27	5
7	0,33	470	47	6
8	0,51	510	51	9
9	0,27	680	27	6
10	0,68	680	68	5
11	0,82	120	51	12
12	0,91	110	27	5
13	0,11	130	12	9
14	0,13	150	15	6
15	0,1	680	91	8
16	0,15	910	82	12
17	0,18	820	91	9
18	0,12	470	22	5
19	0,015	510	110	5

Задача 2

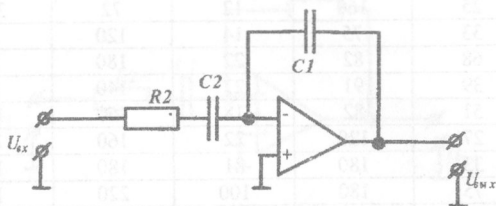


Рис. 15 Модель инерционного звена

№	C_1 мкф	C_2 мкф	R_2 ком	$U_{вх}$ В
1	0,5	4	100	4,5
2	0,3	3	90	5
3	1,8	16	220	18
4	2,2	18	180	14
5	1,6	14	240	12
6	0,6	5	115	8
7	2,5	22	260	3,6
8	0,43	27	81	6
9	0,82	6,3	150	6,3
10	1,0	4,3	120	8
11	1,2	8,2	160	10
12	1,5	10	130	16
13	2,2	16	330	3,6
14	0,68	8,2	680	12
15	0,91	2,7	820	9
16	8,2	16	910	6
17	12	43	1200	5
18	15	68	4300	6
19	5,1	22	910	6

Задача 3

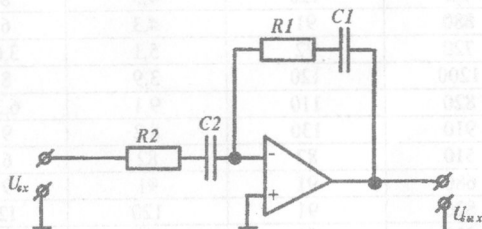


Рис 16. Модель инерционного звена

№	R_1 ком	R_2 ком	C_1 мкф	C_2 мкф	U_{ex} В
1	60	150	6	60	6
2	25	160	12	72	3,5
3	33	75	14	120	5
4	68	82	22	180	8
5	39	91	27	140	9
6	51	82	18	150	10
7	27	120	22	160	12
8	33	180	81	180	15
9	75	180	100	220	12
10	120	160	82	180	8
11	30	180	10	100	8
12	33	68	12	100	9
13	51	82	15	82	5
14	43	120	12	91	3,6
15	68	150	18	160	6,3
16	82	160	27	180	9

Задача 4

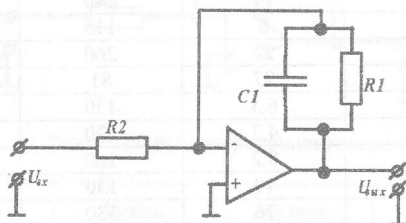


Рис 17 Модель инерционного звена

№	R_1 ком	R_2 ком	C_1 мкф	U_{ex} В
1	820	220	6	4,5
2	900	85	3	6
3	880	90	4	5
4	720	80	5	3,5
5	1,2	120	4,5	8
6	880	91	4,3	6
7	720	72	5,1	3,6
8	1200	120	3,9	8
9	820	110	9,1	6,3
10	910	130	8,2	9
11	510	82	82	6
12	680	91	91	9
13	820	91	120	12
14	910	51	150	5
15	430	51	220	6
16	910	130	180	5
17	1300	130	91	5
18	1500	180	82	5

Задача 5

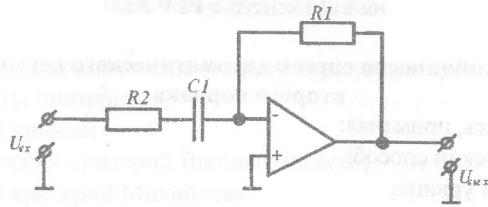


Рис. 18 Модель инерционного звена

№	R_1 ком	R_2 ком	C_1 мкФ	$U_{вх}$ В
1	300	60	160	15
2	600	72	180	8
3	420	82	220	10
4	510	91	270	6
5	680	120	120	9
6	330	43	100	5
7	270	33	91	6,3
8	390	51	130	12
9	330	82	150	9
10	340	68	130	12
11	330	51	910	12
12	510	43	820	9
13	910	68	680	6
14	820	91	820	5
15	270	13	910	6,3
16	680	150	510	5
17	430	18	910	5
18	820	220	430	5

3. Методические указания и варианты заданий на выполнение РГР №2

Анализ устойчивости систем автоматического регулирования второго порядка

Задачу решить, применяя:

- аналитический способ;
- критерии Гурвица;
- частотный критерий Михайлова.

Задание

Оценить устойчивость и выполнить анализ качества переходных процессов САУ, динамика которых соответствует дифференциальным уравнениям второго порядка.

Порядок решения задачи аналитическим способом, критериями Гурвица и Михайлова изложены в разделе первом.

- | | |
|------------------------------|----------------------------|
| 1. $0.58y''+2.2y'-12y=0$ | 25. $0.73y''+6.3y'+23y=0$ |
| 2. $0.46y''+3.5y'-23y=0$ | 26. $8y''+9y'+3y=0$ |
| 3. $0.49y''+1.2y'+13y=0$ | 27. $11y''+10y'-3y=0$ |
| 4. $0.35y''+1.4y'+25y=0$ | 28. $12y''+8y'+5y=0$ |
| 5. $0.29y''+2.4y'+11y=0$ | 29. $9y''+11y'+4y=0$ |
| 6. $0.59y''-4y'-31y=0$ | 30. $7y''-3y'-5y=0$ |
| 7. $0.63y''+1.4y'+14y=0$ | 31. $6y''+5y'+3y=0$ |
| 8. $0.55y''+2.7y'+19y=0$ | 32. $14y''+9'-2y=0$ |
| 9. $0.25y''+2.5y'+17y=0$ | 33. $9y''+12y'-8y=0$ |
| 10. $0.33y''+1.35y'+25y=0$ | 34. $15y''+11y'+4y=0$ |
| 11. $0.42y''+2.4y'+10y=0$ | 35. $10y''-7y'-3y=0$ |
| 12. $0.322y''+1.69y'+13y=0$ | 36. $12y''+15y'+7y=0$ |
| 13. $0.293y''+1.45y'-23y=0$ | 37. $7y''+11y'+3y=0$ |
| 14. $0.77y''+1.5y'+18y=0$ | 38. $3y''+11y'-7y=0$ |
| 15. $0.57y''+1.85y'+26y=0$ | 39. $17y''-9y'+10y=0$ |
| 16. $0.85y''+1.59y'+21y=0$ | 40. $4y''+9y'-7y=0$ |
| 17. $0.82y''+1.75y'-12.5y=0$ | 41. $0.27y''+6.3y'+25y=0$ |
| 18. $0.75y''+1.58y'+21y=0$ | 42. $0.76y''+1.52y'+15y=0$ |
| 19. $0.11y''+3.55y'+14y=0$ | 43. $0.87y''+4.5y'+17y=0$ |
| 20. $0.225y''+2.2y'+13y=0$ | 44. $0.25y''+3.4y'+16y=0$ |
| 21. $0.325y''+1.85y'+12y=0$ | 45. $0.63y''+3.7y'+8y=0$ |
| 22. $0.123y''+2.6y'-24y=0$ | 46. $0.73y''+5.3y'+12y=0$ |
| 23. $0.245y''-3.35y'-15y=0$ | 47. $0.47y''+4.3y'+6y=0$ |
| 24. $0.448y''+5.2y'-13y=0$ | |

4. Методические указания и варианты заданий на выполнение РГР №3

Анализ систем автоматического регулирования третьего порядка

Задачу решить, применяя:

- критерий Гурвица;
- алгебраический критерий Вишнеградского;
- частотный критерий Михайлова.

Задание

Оценить устойчивость и вид переходного процесса в САР, динамика которых соответствует дифференциальным уравнениям третьего порядка.

1. $0.035y'''+0.25y''+1.35y'+21y=0$
2. $0.045y'''+0.53y''+1.21y'+12y=0$
3. $0.022y'''+0.25y''+2y'+13y=0$
4. $0.041y'''+0.32y''+1.35y'+25y=0$
5. $0.036y'''+0.29y''+1.85y'+18y=0$
6. $0.056y'''+0.72y''+1.25y'+31y=0$
7. $0.048y'''+0.82y''+3.2y'+23y=0$
8. $0.068y'''+0.42y''+1.26y'+32y=0$
9. $0.085y'''+0.37y''+4y'+43y=0$
10. $0.063y'''+0.35y''+3.5y'+12y=0$
11. $0.029y'''+0.48y''+5.3y'+24y=0$
12. $0.073y'''+0.57y''+2.5y'+13y=0$
13. $0.078y'''+0.42y''+1.3y'+17y=0$
14. $0.088y'''+0.44y''+2.5y'+33y=0$
15. $0.035y'''+0.52y''+2.7y'+4.5y=0$
16. $0.041y'''+0.84y''+2.8y'+26y=0$
17. $0.066y'''+0.56y''+4.3y'+4y=0$
18. $0.091y'''+0.65y''+3.5y'+12y=0$
19. $0.075y'''+0.78y''+5.2y'+14y=0$
20. $0.069y'''+0.37y''+4y'+18y=0$
21. $0.024y'''+0.87y''+1.89y'+16y=0$
22. $0.085y'''+0.75y''+6y'+15y=0$
23. $0.036y'''+0.43y''+2.6y'+23y=0$
24. $0.024y'''+0.52y''+2.3y'+12.5y=0$
25. $0.037y'''+0.72y''+3.2y'+7.3y=0$
26. $0.077y'''+0.82y''+3.5y'+8y=0$
27. $0.011y'''+0.28y''+3.75y'+4y=0$
28. $0.075y'''+0.15y''+5.6y'+6y=0$
29. $0.043y'''+0.41y''+2.9y'+5y=0$
30. $0.049y'''+0.128y''+5.3y'+9y=0$
31. $0.042y'''+0.35y''+2.52y'+11y=0$
32. $0.025y'''+0.38y''+26y'+9y=0$
33. $0.047y'''+0.35y''+2.52y'+11y=0$
34. $0.025y'''+0.039y''+2.72y'+9y=0$
35. $0.041y'''+0.53y''+3.62y'+7y=0$
36. $0.027y'''+0.048y''+4.3y'+6y=0$
37. $0.067y'''+0.73y''+5.3y'+12y=0$
38. $0.059y'''+0.63y''+3.7y'+8y=0$
39. $0.089y'''+0.025y''+3.4y'+16y=0$
40. $0.019y'''+0.87y''+4.5y'+17y=0$
41. $0.027y'''+0.76y''+1.52y'+15y=0$
42. $0.055y'''+0.57y''+6.3y'+25y=0$
43. $0.29y'''+1.25y''+2.2y'+12y=0$
44. $0.35y'''+3.6y''+3.9y'-5.5y=0$
45. $0.43y'''+3.3y''+2.5y'+4y=0$
46. $0.51y'''-2.9y''+4.3y'+6y=0$
47. $0.47y'''+17y''+5.2y'+2y=0$

5. Методические указания и варианты заданий на выполнение РГР №4

Анализ систем автоматического регулирования четвертого порядка

Задачу решить, применяя:

- критерий Гурвица;
- частотный критерий Михайлова;

Задание

Оценить устойчивость САР, имеющих характеристические уравнения четвертого порядка.

1. $0.0042k^4 + 0.035k^3 + 0.21k^2 + 2.5k + 12 = 0$
2. $0.0053k^4 + 0.038k^3 + 0.24k^2 + 2.9k + 9 = 0$
3. $0.0075k^4 + 0.052k^3 + 0.32k^2 + 4.1k - 7 = 0$
4. $0.0027k^4 + 0.043k^3 + 0.23k^2 + 3.3k + 12 = 0$
5. $0.0082k^4 + 0.039k^3 + 0.26k^2 + 3.52k + 17 = 0$
6. $0.0057k^4 + 0.057k^3 + 0.72k^2 + 2.3k + 23 = 0$
7. $0.0039k^4 + 0.067k^3 + 0.53k^2 + 2.7k - 5.3 = 0$
8. $0.0029k^4 + 0.083k^3 + 0.44k^2 + 3.4k - 9 = 0$
9. $0.0036k^4 + 0.082k^3 + 0.37k^2 + 3.3k + 14 = 0$
10. $0.0068k^4 + 0.066k^3 + 0.39k^2 + 3.7k + 7.5 = 0$
11. $0.0091k^4 + 0.025k^3 + 0.45k^2 + 5.72k + 12 = 0$
12. $0.0024k^4 + 0.075k^3 + 0.43k^2 + 4.25k + 18 = 0$
13. $0.0059k^4 + 0.065k^3 + 0.58k^2 + 2.5k + 11 = 0$
14. $0.0079k^4 + 0.087k^3 + 0.41k^2 + 3.6k + 15 = 0$
15. $0.0074k^4 + 0.028k^3 + 0.66k^2 + 4.4k + 5 = 0$
16. $0.0081k^4 + 0.092k^3 + 0.82k^2 + 2.4k + 10 = 0$
17. $0.0039k^4 + 0.077k^3 + 0.53k^2 + 3.9k + 14 = 0$
18. $0.0079k^4 + 0.097k^3 + 0.67k^2 + 4.9k + 12 = 0$
19. $0.0019k^4 + 0.097k^3 + 0.68k^2 + 4.3k + 12 = 0$
20. $0.0088k^4 + 0.068k^3 + 0.35k^2 + 4.7k + 21 = 0$
21. $0.0011k^4 + 0.069k^3 + 0.53k^2 + 5.8k + 16 = 0$
22. $0.0024k^4 + 0.062k^3 + 0.59k^2 + 7.2k + 15 = 0$
23. $0.0093k^4 + 0.073k^3 + 0.57k^2 + 2.5k + 21 = 0$
24. $0.0079k^4 + 0.049k^3 + 0.455k^2 + 3.2k + 14 = 0$
25. $0.00411k^4 + 0.077k^3 + 0.52k^2 + 3.9k + 11 = 0$
26. $0.0037k^4 + 0.082k^3 + 0.73k^2 + 6.3k + 12 = 0$
27. $0.0029k^4 + 0.079k^3 + 0.455k^2 + 7.6k + 9 = 0$
28. $0.0066k^4 + 0.039k^3 + 0.48k^2 + 6.5k + 25 = 0$
29. $0.0087k^4 + 0.079k^3 + 0.67k^2 + 7.6k + 19 = 0$
30. $0.0078k^4 + 0.067k^3 + 0.56k^2 + 6.6k + 14 = 0$
31. $0.0098k^4 + 0.083k^3 + 0.85k^2 + 7.5k + 11 = 0$

32. $0.00126k^4 + 0.092k^3 + 0.73k^2 + 11.5k + 9 = 0$
 33. $0.035k^4 + 0.14k^3 + 2.1k^2 + 8k + 5 = 0$
 34. $0.02k^4 + 0.15k^3 + 1.7k^2 + 5k + 3 = 0$
 35. $0.017k^4 + 0.12k^3 + 2.25k^2 + 3.28k + 7 = 0$
 36. $0.044k^4 + 0.29k^3 + 1.25k^2 + 2.2k + 12 = 0$
 37. $0.025k^4 + 0.35k^3 + 3.6k^2 + 3.6k + 5.5 = 0$
 38. $0.015k^4 + 0.43k^3 + 3.3k^2 + 2.5k + 4 = 0$
 39. $0.032k^4 + 0.51k^3 - 2.9k^2 + 4.3k + 6 = 0$
 40. $0.022k^4 + 0.54k^3 + 3.7k^2 + 5.2k + 3 = 0$
 41. $0.012k^4 + 0.62k^3 + 2.25k^2 + 6.3k + 4 = 0$
 42. $0.017k^4 + 0.17k^3 + 1.85k^2 + 3.4k + 2 = 0$
 43. $0.029k^4 + 0.33k^3 + 3.35k^2 + 4.7k + 5 = 0$

№	а	б	в	г	д	е	ж	з	и	к	л
01	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
02	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
03	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
04	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
05	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
06	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
07	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
08	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
09	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Приложения

Приложение 1

Основные формулы тригонометрии

1. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2. $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

3. $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$

4. $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. $\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$

6. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}}$

7. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$

8. $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$

Приложение 2

Значение функции e^{-x}

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0.00	1.000	0.10	0.9048	0.20	0.8187	0.10	0.6703	0.91	0.4025
01	0.9900	11	0.8958	22	0.8025	15	0.6376	92	0.398.5
02	0.9802	12	0.8869	24	0.7866	0.50	0.6065	93	0.3946
03	0.9704	13	0.8781	26	0.7711	55	0.5769	94	0.3906
04	0.9608	14	0.8694	28	0.7558	0.60	0.5488	95	0.867
05	0.9512	15	0.8607	0.30	0.7408	65	0.5220	96	0.3829
06	0.9418	16	0.8521	32	0.7231	0.70	0.4966	97	0.3791
07	0.9234	17	0.08437	34	0.7118	75	0.4724	98	0.375.3
08	0.9231	18	0.8553	36	0.6977	0.80	0.4493	99	0.3716
09	0.9139	19	0.8270	38	0.6839	0.90	0.4066	1.00	0.3676

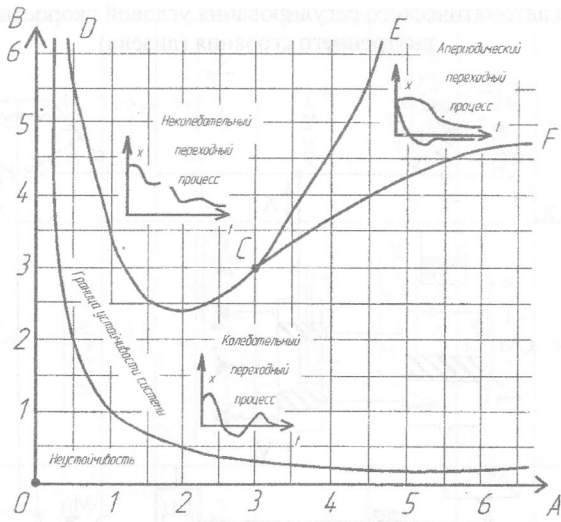


Рис. Диаграмма Вишнеградского

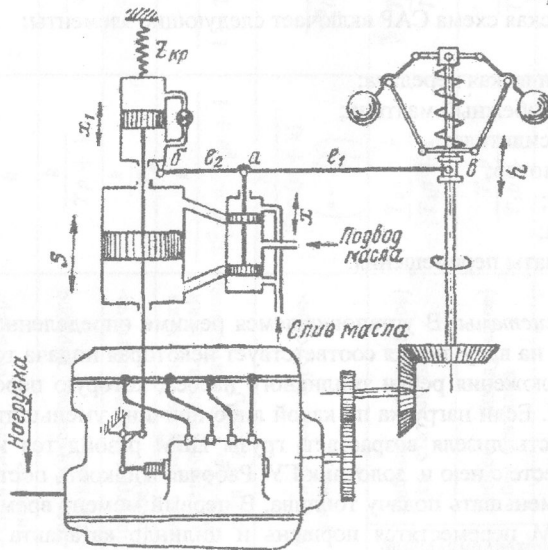
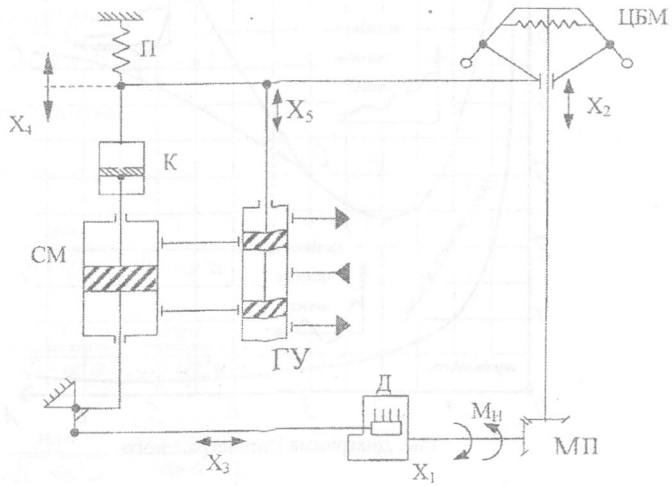


Рис. Изодромный гидравлический регулятор числа оборотов

Система автоматического регулирования угловой скорости двигателя внутреннего сгорания (дизеля)



Кинематическая схема САР включает следующие элементы:

- Д – дизель;
- МП – механическая передача;
- ЦБМ – центробежный маятник;
- ГУ – гидроусилитель;
- СМ – сервомотор;
- К – катаракт;
- П – пружина;
- X_i – координаты перемещения.

Работа системы. В установившемся режиме определенному моменту нагрузки M_n на валу дизеля соответствует некоторая подача топлива, зависящая от положения рейки топливного насоса, которую перемещает сервомотор СМ. Если нагрузка по какой-либо причине уменьшится, тогда угловая скорость дизеля возрастает, грузы ЦБМ разойдутся и переместят муфту, а вместе с ней и золотник ГУ. Рабочая жидкость поступит в СМ и он начнет уменьшать подачу топлива. В первый момент времени вместе с поршнем СМ переместятся поршень и цилиндр катаракта К, обратная связь на ГУ сработает как жесткая. Однако затем под влиянием пружины П цилиндр К будет перемещаться вверх, а жидкость в цилиндре К через отверстия в поршне перетечет из нижней полости в верхнюю.

№ п/п	Наименование звена	Передающая функция $W(p)$	Комплексная передаточная функция $W(i\omega)$	Модуль R	Аргумент β
1	Усилительное звено	k	k	k	0
2	Апериодическое звено первого порядка	$\frac{k}{Tp + 1}$	$\frac{k}{Ti\omega + 1}$	$\frac{k}{\sqrt{(T\omega)^2 + 1}}$	$\arctg T\omega$
3	Интегрирующее (астигматическое) звено	$\frac{k}{Tp}$	$\frac{k}{Ti\omega}$	$\frac{k}{T\omega}$	$-\frac{\pi}{2}$
4	Звено второго порядка (апериодическое, если $T_2 > 2T_1$, и колебательное, если $T_2 < 2T_1$)	$\frac{k}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}$	$\frac{k}{1 - T_1^2 \omega^2 + iT_2 \omega}$	$\frac{k}{\sqrt{(1 - T_1^2 \omega^2)^2 + T_2^2 \omega^2}}$	$\arctg \frac{T_2 \omega}{1 - T_1^2 \omega^2}$
5	Астигматическое звено второго порядка	$\frac{k}{T_1^2 p(p + \alpha)}$ $\left(\alpha = \frac{T_2}{T_1} \right)$	$\frac{k}{T_1^2 i\omega(i\omega + \alpha)}$	$\frac{k}{\omega T_1^2 \sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$	$\arctg \frac{\alpha}{\omega}$
6	Гибкое (изотропное) звено со статизмом	$\frac{T_H p + r}{T_1 p + 1}$	$\frac{T_H i\omega + r}{T_1 i\omega + 1}$	$\sqrt{\frac{r^2 + T_H^2 \omega^2}{1 + T_1^2 \omega^2}}$	$\arctg \frac{\omega(T_H - rT_1)}{r + T_1 T_H \omega^2}$
		$\frac{T_H p}{T_1 p + 1}$	$\frac{T_H i\omega}{T_1 i\omega + 1}$	$\frac{T_H \omega}{\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}}$	$\arctg \frac{1}{T_1 \omega}$
8	Идеальное звено	Tr	$Ti\omega$	$T\omega$	$\frac{\pi}{2}$
9	Звено с чистым запаздыванием	$e^{-p\tau_3}$	$e^{-i\omega\tau_3}$	1	$-\omega\tau_3$

Характеристика динамических звеньев

	Переходный процесс	Амплитудно-фазовая Х-К
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		

Список литературы

1. Автоматизация судовых энергетических установок и систем [Текст] : учебник / В.А. Андресен, М.Э. Гольдберг, В.Н. Городущенко. – СПб.: Судостроение, 1993. – 278 с.
2. Востриков, А.С. Теория автоматического регулирования [Текст]: учеб. пособие / А.С. Востриков. – М.: Высш. шк., 2004. – 365 с.
3. Толшин, В.И. Автоматизация судовых энергетических установок [Текст] / В.И. Толшин, В.А. Сизых. – М.: Росконсульт, 2005. – 340 с.