Контрольная работа №1 для студентов заочного отделения

Задача 1. Решить задачу, используя классическое определение.

1.1. В одном из отделов организации работают 10 мужчин и 5 женщины. По табельным номерам наугад отобрано 4 человека. Какова вероятность, что среди них только один мужчина?

1.2. Группе студентов Омского филиала Финуниверситета для прохождения производственной практики выделено 30 мест: 15 – в Омске, 8 – в Тюмени, 7 – в Новосибирске. Какова вероятность того, что два друга будут отправлены для прохождения практики в один и тот же город?

1.3. Два друга и еще 10 человек стоят в очереди. Найдите вероятность того, между друзьями в очереди оказалось 5 человек.

1.4. В группе 20 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобрано 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 5 отличников.

1.5. В лифт девятиэтажного дома вошли 3 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью может выйти на одном из 8 этажей, начиная со второго. Какова вероятность того, что все они выйдут на разных этажах?

1.6. В партии из 20 деталей 16 стандартных. Наудачу отобрано 7 деталей. Какова вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 5 стандартных?

1.7. Из пруда, в котором плавают двадцать щук, выловили пять, пометили их и пустили обратно в пруд. Во второй раз выловили 7 щук. Какова вероятность, что среди них окажутся только две помеченные?

1.8. В мастерскую для ремонта поступили 20 телевизоров, из которых 7 нуждаются в настройке. Мастер случайным образом отбирает 5 телевизоров. Какова вероятность того, что два из них нуждаются в настройке?

1.9. В группе 12 студентов, среди которых 5 отличников. По списку наудачу отобрано 8 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов 3 отличников.

1.10. В партии из 15 деталей 8 стандартных. Наудачу отобрано 9 деталей. Какова вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 6 стандартных?

1.11. В одном из отделов организации работают 12 мужчин и 8 женщины. По табельным номерам наугад отобрано 7 человека. Какова вероятность, что среди них 3 женщины и 4 мужчины?

1.12. В партии из 15 деталей 7 стандартных. Наудачу отобрано 8 деталей. Какова вероятность того, что среди отобранных деталей ровно 3 стандартных?

Задача №2 Решить задачу используя геометрическое определение вероятности.

2.1. На отрезок [2;6] наудачу бросают 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними меньше 3?

2.2. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых положительных чисел, каждое из которых не больше 1, не превзойдет единицы, а их произведение будет не меньше 0,16?

2.3. На отрезке AB, длина которого a, случайным образом поставлены две точки. Найдите вероятность того, что из трех получившихся отрезков можно составить треугольник.

2.4. Коэффициенты a и b квадратного трехчлена $x^2+2ax+b$ выбираются случайным образом из отрезка $[-1;1]$. Найдите вероятность того, что корни квадратного трехчлена будут действительны.

2.5. На отрезок $[-1;2]$ случайным образом бросают 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними больше 1?

2.6. Какова вероятность того, что сумма двух наугад взятых чисел из отрезка $[-1;2]$ больше единицы, а произведение меньше единицы?

2.7. В шар вписан правильный тетраэдр. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в шаре точка окажется внутри тетраэдра.

2.8. Аня и Саша договорились о встрече в определенном месте между одиннадцатью и двенадцатью часами. Каждый приходит в случайный момент указанного промежутка и ждет появления другого до истечения часа, но не более 15 мин, после чего уходит. Определить вероятность того, что встреча состоялась.

2.9. На отрезок $[-1;2]$ случайным образом бросают 2 точки. Какова вероятность того, что расстояние между ними меньше 1?

2.10. На квадрат площадью 100 см^2 случайным образом бросают точку. Какова вероятность того, что координаты x и y этой точки будут отличаться между собой не более чем на 2 см?

2.11. Коэффициенты a и b квадратного трехчлена $x^2+2ax+b$ выбираются случайным образом из отрезка $[-1;1]$. Найдите вероятность того, что корни квадратного трехчлена будут положительны.

2.12. В треугольник с вершинами (-1; 0), (1; 0), (0; 1) случайным образом брошена точка. Какова вероятность того, координаты этой точки удовлетворяют неравенству $2x+y\le 0$.

Задача 3. Решить задачу, используя теоремы сложения и умножения вероятностей.

3.1. Три устройства работают независимо друг от друга. Вероятность того, что первое устройство в течение дня выйдет из строя, равна 0,1, второе – 0,2 и третье – 0,3. Найти вероятность того, что в течение дня из строя выйдет не более одного устройства.

3.2. Прибор состоит из двух последовательно включенных узлов. Вероятность безотказной работы в течение суток первого узла (событие A) равна 0,9, второго (событие B) – 0,8. За время испытаний в течение суток зарегистрирован отказ прибора. Найти вероятность того, что отказал только первый узел.

3.3. Вероятность одного попадания в мишень при одном залпе из двух орудий равна 0,36. Найти вероятность поражения при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

3.4. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины допущена ошибка, равна 0,05. Найдите наименьшее число измерений, которые необходимо произвести, чтобы с вероятностью большей 0,83 можно было ожидать, что хотя бы один результат измерений окажется неверным.

3.5. Охотник стреляет в лося с расстояния 100 метров и попадает в него с вероятностью 0,5. Если при первом выстреле попадания нет, то охотник стреляет во второй раз, но с расстояния 150 метров. В случае двух промахов, третий выстрел производится с 200 метров. Считая, что вероятность попадания обратно пропорциональна квадрату расстояния, определить вероятность попадания в лося.

3.6. Для повышения надежности компьютера он дублируется точно таким же компьютером. Вероятность безотказной работы каждого компьютера равна 0,8. При выходе из строя первого компьютера происходит переключение на второй. Определите вероятность безотказной работы системы двух дублирующих друг друга компьютеров.

3.7. Игрок A поочередно играет с игроками B и C по две партии. Игра начинается с игрока В. Вероятность выигрыша для игрока B в первой партии равна 0,1, а во второй 0,3. Для игрока C соответствующие вероятности равны соответственно 0,2 и 0,4. Найти вероятность того, что первым у игрока A выиграет игрок B.

3.8. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3.

Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найти вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

3.9. В ящике 5 белых и 11 черных шаров. Два игрока поочередно извлекают по шару, каждый раз возвращая его обратно. Выигрывает тот, кто первым извлечет белый шар. Какова вероятность выигрыша для начинающего игру?

3.10. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем – 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

3.11. Система состоит из двух элементов, соединенных параллельно Надежность этих элементов равна 0,9 и 0,7, соответственно. Система работает. Найдите вероятность того, что неисправен первый элемент.

3.12. Вероятность одного попадания в мишень при одном залпе из двух орудий равна 0,54. Найти вероятность поражения при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,6.

Задача 4. Решить задачу, используя формулы полной вероятности и формулы Байеса.

4.1. Батарея из трех орудий произвела залп, причем два снаряда попали в цель. Найти вероятность того, что первое орудие дало попадание, если вероятность попадания в цель из первого, второго и третьего орудия соответственно равны 0,4; 0,3 и 0,5.

4.2. В первой урне 5 белых и 3 черных шара, во второй – 6 белых и 9 черных. Из второй урны случайным образом перекладывают в первую два шара, после чего из первой урны берут один шар. Какова вероятность того, что этот шар –белый?

4.3. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжено оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,8. Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Какова вероятность того, что выстрел произведен из винтовки с оптическим прицелом?

4.4. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,6; для второго – 0,5 и для третьего – 0,4. Стрелки произвели залп по мишени и две пули попали в цель. Найдите вероятность того, что второй стрелок попал в цель.

4.5. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых; во второй урне содержится 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекается по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

4.6. Детали, изготовленные в цехе, попадают к одному из двух контролёров. Вероятность того, что деталь попадёт к первому контролёру, равна 0,8 ко второму – 0,2 Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролёром, равна 0,96; вторым – 0,98. Годная деталь при проверке оказалась стандартной. Найдите вероятность того, что эту деталь проверял первый контролёр.

4.7. Директор фирмы имеет 2 списка с фамилиями претендентов на работу. В первом списке – фамилии 4 женщин и 3 мужчин, во втором – 5 женщин и 2 мужчин. Фамилия одного претендента случайным образом переносится из первого списка во второй. Затем из второго списка случайным образом выбирается одна фамилия. Какова вероятность того, что это оказалась фамилия женщины?

4.8. В первой урне 7 белых и 7 черных шара, во второй – 8 белых и 6 черных. Из второй урны случайным образом перекладывают в первую два шара, после чего из первой урны берут один шар, который оказывается белым. Какова вероятность того, что из второй урны в первую были переложены шары разных цветов?

4.9. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для первого стрелка равна 0,3; для второго – 0,5 и для третьего – 0,8. Один из стрелков производит выстрел. Цель поражена. Найдите вероятность того, что выстрел произведен третьим стрелком.

4.10. Охотник сделал три выстрела по кабану. Известно, что вероятность попадания с первого выстрела равна 0,4, со второго – 0,5, а с третьего -0,7. Одним попаданием кабана можно убить с вероятностью 0,2, двумя попаданиями – с вероятностью 0,6, а тремя наверняка. Найти вероятность того, что кабан будет убит.

4.11. Три эксперта составили списки предприятий с нарушениями в финансовой отчётности. В списке, составленном первым экспертом, 4 предприятия, вторым – 5 предприятий и третьим – 2 предприятия. Для проведения повторной проверки наугад выбирается список и из него наугад выбирается предприятие. Какова вероятность того, что предприятие для повторной проверки было выбрано из списка, составленного третьим экспертом?

4.12. Из 10 лотерейных билетов 3 выигрышных. При подготовке вечера 2 билета потеряли, и было решено добавить один выигрышный. Какой стала вероятность того, что случайно выбранный билет будет выигрышным?

Задача 5. Решить задачу, используя формулу Бернулли.

5.1. Вероятность успешной сдачи студентом каждого из пяти экзаменов равна 0,6. Найти вероятность успешной сдачи: а) четырех экзаменов; б) наивероятнейшего числа экзаменов; в) хотя бы трех экзаменов.

5.2. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти вероятность того, что при пяти выстрелах будет: а) три попадания; б) наивероятнейшее число попаданий; в) хотя бы три попадания.

5.3. В урне 15 желтых и 30 зеленых шаров. С возвращением вынули 6 шаров. Найти вероятность что, среди вынутых было: а) два зеленых; б) наивероятнейшее число зеленых шаров; в) хотя бы пять зеленых шаров.

5.4. Игральную кость бросают шесть раз. Найти вероятность того, что число 3 появится: а) три раза; б) наивероятнейшее число раз; в) хотя бы один раз.

5.5. Спортсмен прыгает в высоту пять раз. Вероятность того, что он возьмет высоту 2,33 м при одной попытке, равна 0,7. Найти вероятность того, что эта высота покорится: а) два раза; б) наивероятнейшее число раз; в) хотя бы четыре раза.

5.6. Лучник стреляет восемь раз. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена: а) пять раз; б) наивероятнейшее число раз; в) хотя бы семь раз.

5.7. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,9. Найти вероятность того, что, стреляя семь раз, стрелок попадет в цель: а) три раза; б) наивероятнейшее число раз; в) хотя бы шесть раз.

5.8. Нормальное давление газа в трубе 101 кПа. Вероятность того, что оно ниже нормы в одном эксперименте равна 0,7. Определить вероятность того, что из восьми измерений давление будет выше нормы: а) три раза; б) наивероятнейшее число раз; в) хотя бы четыре раза.

5.9. Телефоны, выдерживающие гарантийный срок, составляют 90%. Найти вероятность того, что из 8 телефонов гарантийный срок выдержат: а) пять телефонов; б) наивероятнейшее число телефонов; в) хотя бы шесть телефона.

5.10. Вероятность своевременного прихода автобуса к остановке равна 0,7. Найти вероятность того, что из семи автобусов к остановке вовремя подъедут: а) четыре автобуса; б) наивероятнейшее число автобусов; в) хотя бы шесть автобусов.

5.11. Вероятность поражения цели каждым из десяти выстрелов равна 0,9. Найти вероятность поражения цели: а) семью выстрелами; б) наивероятнейшим числом выстрелов; в) хотя бы восьмью выстрелами.

5.12. Вероятность сдачи студентом каждого из семи зачетов равна 0,3. Найти вероятность сдачи: а) пяти зачетов; б) наивероятнейшего числа зачетов; в) хотя бы одного зачета.

Задача 6. Решить задачу, используя приближенные формулы схемы Бернулли.

6.1. Дальтоники составляют в среднем 0,1% населения. Найти вероятность того, что из 3000 человек окажутся: а) ровно десять дальтоников; б) не менее трех, но менее пяти дальтоников.

6.2. Вероятность того, что каждый из 2300 жителей района смотрит сериал, равна 0,7. Найти: а) то количество жителей района, которые смотрят сериал с вероятностью 0,006; б) вероятность того, что сериал смотрят от 1600 до 1630 человек.

6.3. Страховая фирма заключила 10000 договоров. Вероятность страхового случая по каждому договору в течение года составляет 2%. Найти вероятность того, что таких случаев будет не более 250? Найти число страховых случаев, которое следует ожидать с вероятностью 0,005.

6.4. В партии из 768 арбузов каждый арбуз оказывается неспелым с вероятностью 0,25. Найти вероятность того, что число спелых арбузов будет находиться в пределах от 564 до 600. Найти число неспелых арбузов, которое следует ожидать с вероятностью 0,02.

6.5. Устройство состоит из 2500 независимо работающих узлов. Вероятность отказа одного из них в течение гарантийного срока равна 0,002. Найти вероятность отказа в течение гарантийного срока: а) ровно четырех узлов; б) не менее трех, но менее шести узлов.

6.6. Вероятность наступления события в каждом из 1600 испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие появится: а) не менее 1264 и не более 1320 раз; б) ровно 1300 раз.

6.7. Вероятность изготовления некачественного RW-диска равна 0,003. Среди какого количества случайно отобранных дисков можно с вероятностью 0,9 ожидать отсутствие бракованных? Какова вероятность того, что среди 1000 дисков будет более трех бракованных?

6.8. Вероятность изготовления некачественной флэшки равна 0,004. Среди какого количества случайно отобранных флэшек можно с вероятностью 0,89 ожидать отсутствия бракованных? Какова вероятность, что из 2000 флэшек будет более четырех бракованных?

6.9. Вероятность того, что купят пару обуви в магазине, равна 0,8. Найти вероятность того, что из 900 пар обуви продадут: а) ровно 725 пар; б) от 700 до 730 пар обуви.

6.10. Вероятность того, что спортсмен пробежит марафонскую дистанцию, равна 0,7. На старт пришли 512 спортсменов. Найти: а) количество спортсменов, которых следует ожидать на финише с вероятностью 0,008; б) вероятность, что до финиша добегут не менее 340, но не более 390 спортсменов.

6.11. Вероятность выдачи визы в консульстве государства *A* равна 0,8. Найти вероятность того, что из 400 обратившихся визу получат: а) ровно 300 обратившихся; б) от 310 до 340 обратившихся.

6.12. Вероятность поражения мишени равна 0,85. Производится 5625 выстрелов. Найти: а) вероятность того, что попаданий будет от 4750 до 4790; б) число попаданий, которое следует ожидать с вероятностью 0,004.

Задача 7. Решить задачу с использованием дискретных случайных величин.

Задание для всех вариантов: *составить закон распределения случайной величины, найти числовые характеристики: моду, математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение, составить функцию распределения и построить ее график*.

7.1. Компания рассматривает проект по строительству трёх домов, по одному в разных районах города. Средства для строительства дают сами будущие жильцы. Вероятность набрать необходимые средства для постройки одного дома составляет 0,8. Каждый построенный дом окупает 60% всех затрат компании по проекту, равных 500 млн руб. Случайная величина X – число построенных компанией домов. Найти ожидаемую прибыль компании.

7.2. В билете три задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9, второй – 0,8, третьей – 0,7. Случайная величина X – число правильно решенных задач в билете.

7.3. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,15. Из партии контролер проверяет не более четырех деталей. Если деталь оказывается нестандартной, испытания прекращаются, а партия задерживается. Если деталь оказывается стандартной, контролер берет следующую и т. д. Случайная величина X – число проверенных деталей.

7.4. В офисе проводится собеседование с 4 кандидатами на некоторую должность (по очереди). Если подходящий человек найден, то с оставшимися кандидатами собеседование не проводится. Вероятность того, что кандидат подходит, равна 0,2. Случайная величина X – число кандидатов, с которыми беседовали.

7.5. Среди десяти деталей три с дефектом. Случайная величина X – число деталей с дефектом среди взятых наудачу четырех.

7.6. Пульт охраны связан с тремя охраняемыми объектами. Вероятность поступления сигналов с этих объектов составляет соответственно 0,2, 0,3 и 0,6. Случайная величина X – число объектов, с которых поступил сигнал.

7.7. Охотник, имеющий три патрона, стреляет по дичи до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,7. Случайная величина X – число выстрелов, произведенных охотником.

7.8. Сделано два высокорисковых вклада – 20млн руб. в компанию A и 18 млн руб. в компанию B. Компания A обещает 40% годовых, но может обанкротиться с вероятностью 0,3. Компания B обещает 30% годовых, но может обанкротиться с вероятностью 0,2. Банкротства компаний независимы. Случайная величина X – сумма вкладов, полученных от двух компаний через год.

7.9. Производится три независимых выстрела. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,4; при втором – 0,5; при третьем – 0,6. Случайная величина X – число попаданий.

7.10. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение определенного промежутка времени откажет первый станок, равна 0,7; второй – 0,7; третий – 0,8. Случайная величина X – число станков, которые откажут в течение определенного промежутка времени.

7.11. Игра состоит в набрасывании колец на колышек. Игрок получает 6 колец и бросает их до первого попадания или до полного израсходования колец. Вероятность попадания при каждом броске равна 0,1. Случайная величина X – число израсходованных при игре колец.

7.12. Курсовая стоимость ценной бумаги равна 1000 рублей. Она может в течение недели подорожать на 2% с вероятностью 0,6 или подешеветь на 2% с вероятностью 0,4. Предполагается, что еженедельные изменения цен независимы. Прошло 2 недели. Найти вероятности того, что курс ценной бумаги: а) упадет; б) вырастет; с) не изменится. Случайная величина X – курс ценной бумаги.

Задача 8. Решить задачу с использованием непрерывных случайных величин.

Задание для всех вариантов: *НСВ X задана функцией распределения* $F(x)$*. Найти плотность распределения вероятности* $f(x)$*, математическое ожидание, дисперсию, СКО и вероятность попадания случайной величины X на отрезок* $[\alpha;\ \beta]$*. Построить графики функций* $f(x)$ *и* $F(x)$.

8.1. $$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x \le 0; \\ 3x^2+2x, \text{ если } 0 < x \le \frac{1}{3}; \\ 1, \text{ если } x > \frac{1}{3}. \end{cases} \quad \alpha = 0{,}1; \beta = 0{,}2.$$

8.2. $$F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x \le 0; \\ 3x^2+2x, \text{ если } 0 < x \le \frac{1}{3}; \\ 1, \text{ если } x > \frac{1}{3}. \end{cases} \quad \alpha = 0{,}1; \beta = 0{,}2.$$

8.3. $$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{если } x \le -1; \\ \frac{(x+1)^2}{16}, \text{ если } -1 < x \le 3; \\ 1, \quad \text{если } x > 3. \end{cases} \quad \alpha = 1; \quad \beta = 2{,}5.$$

8.4. $$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{если } x \le 1; \\ \frac{9-(4-x)^2}{9}, \text{если } 1 < x \le 4; \\ 1, \quad \text{если } x > 4. \end{cases} \quad \alpha = 2; \quad \beta = 3.$$

8.5. $$F(x)=\begin{cases} 0, \quad \text{если } x \le 0; \\ \frac{x^2}{2}\left(1-\frac{x^2}{8}\right), \text{ если } 0 < x \le 2; \\ 1, \quad \text{если } x > 2. \end{cases} \quad \alpha = 0{,}5; \quad \beta = 1{,}5.$$

8.6. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 0; \\ \dfrac{2x^2+5x}{33}, & \text{если } 0 < x \le 3; \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$ $\alpha = 0{,}5;$ $\beta = 1{,}8.$

8.7. $F(x)=\begin{cases} 0, \text{ если } x \le 1; \\ 3x^2-4x+1, \text{ если } 1 < x \le \dfrac{4}{3}; \\ 1, \text{ если } x > \dfrac{4}{3}. \end{cases}$ $\alpha = 1{,}1; \beta = 1{,}3.$

8.8. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 3; \\ \dfrac{x^2-4x+3}{3}, & \text{если } 3 < x \le 4; \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$ $\alpha = 3{,}2;$ $\beta = 3{,}5.$

8.9. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1; \\ \dfrac{(x-1)^2}{16}, & \text{если } 1 < x \le 5; \\ 1, & \text{если } x > 5. \end{cases}$ $\alpha = 2;$ $\beta = 3{,}5.$

8.10. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 2; \\ 1-\dfrac{(4-x)^2}{4}, & \text{если } 2 < x \le 4; \\ 1, & \text{если } x > 4. \end{cases}$ $\alpha = 2{,}5;$ $\beta = 3{,}5.$

8.11. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 1; \\ \dfrac{x^3-3x^2+4x-2}{10}, & \text{если } 1 < x \le 3; \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$ $\alpha = 1{,}2;$ $\beta = 2{,}1.$

8.12. $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{если } x \le 0; \\ \dfrac{3x^2+2x}{33}, & \text{если } 0 < x \le 3; \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$ $\alpha = 0{,}3;$ $\beta = 1{,}8.$

Задача 9. Зная совместное распределение дискретных случайных величин решить задачу.

Для случайных величин, совместное распределение которых, задано таблицей распределения. Найти:

a) законы распределения ее компонент и их числовые характеристики;

b) условные законы распределения СВ *X* при условии $Y = b$ и СВ *Y* при условии $X = a$, где *a* и *b* – наименьшие значения *X* и *Y*;

c) ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин *X* и *Y*;

d) составить матрицу ковариаций и матрицу корреляций;

e) вероятность попадания в область, ограниченную линиями $y = 16 - x^2$ и $y = 0$.

f) Установить, являются ли случайные величины *X* и *Y*: зависимыми; коррелированными.

	X\Y	-1	0	1	2
9.1.	-1	1/18	1/18	0	1/18
	0	1/6	0	1/6	0
	1	0	1/4	1/6	1/12

	X\Y	-1	0	1	2
9.2.	-1	0	1/6	1/12	1/12
	0	1/9	1/9	0	1/9
	1	1/6	0	1/9	1/18

	X\Y	-1	0	1	2
9.3.	-1	0	¼	1/6	1/12
	0	1/6	0	1/6	0
	1	1/18	1/18	0	1/18

	X\Y	-1	0	1	2
9.4.	-1	0	1/6	0	1/12
	0	1/8	1/9	1/12	1/9
	1	1/6	0	1/9	1/9

9.5.	X\Y	-2	-1	0	2
	-1	1/18	1/18	0	1/18
	0	1/6	0	1/6	0
	1	0	1/4	1/6	1/12

9.6.	X\Y	-2	-1	0	2
	-1	0	1/6	1/12	1/12
	0	1/9	1/9	0	1/9
	1	1/6	0	1/9	1/18

9.7.	X\Y	-2	-1	0	2
	-1	0	¼	1/6	1/12
	0	1/6	0	1/6	0
	1	1/18	1/18	0	1/18

9.8.	X\Y	-2	-1	0	2
	-1	0	1/6	0	1/12
	0	1/8	1/9	1/12	1/9
	1	1/6	0	1/9	1/9

9.9.	X\Y	-1	0	1	2
	-1	1/18	1/18	0	1/18
	0	1/6	0	1/6	0
	2	0	1/4	1/6	1/12

9.10.	X\Y	-1	0	1	2
	-1	0	1/6	1/12	1/12
	0	1/9	1/9	0	1/9
	2	1/6	0	1/9	1/18

9.11.	X\Y	-1	0	1	2
	-1	0	¼	1/6	1/12
	0	1/6	0	1/6	0
	2	1/18	1/18	0	1/18

9.12.	X\Y	-1	0	1	2
	-1	0	1/6	0	1/12
	0	1/8	1/9	1/12	1/9
	2	1/6	0	1/9	1/9

Задача 10. Решить задачу с использованием известных распределений и их свойств.

10.1. Среднее время проезда по всей дистанции велосипедной гонки составляет 62,5 минуты при стандартном отклонении, равном 5,8 минуты. Если ассоциация принимает решение использовать только 25% лучших гонщиков, то каким должно быть время, по которому происходит отсев?

10.2. Цена акции подчиняется нормальному закону распределения вероятностей с математическим ожиданием 15 ден.ед. и СКО 0,2 ден.ед. Найдите вероятность того, что цена акции: а) от 14,8 до 15,5 ден.ед.; б) не выше 15,5 ден.ед.

10.3. Рост взрослого мужчины описывается нормальным законом распределения. По статистике средний рост равен 175 см, а среднее квадратическое отклонение равно 7 см. Найти вероятность того, что рост наугад взятого мужчины будет отличаться от среднего роста не больше чем на 7 см.

10.4. Стандартизированный тест достижений имеет среднее значение 50 и стандартное отклонение 10. Оценки по тесту распределены нормально. Если предположить, что тест прошло 800 человек, то примерно у скольких из них будут оценки от 48 до 62?

10.5. Для получения квалификации заявители проходят через тестирование на скорость чтения. Баллы обычно распределяются в пределах среднего показателя 80 знаков при стандартном отклонении, равном 8. Если отобрать только 15% лучших претендентов, то определите уровень отсева, то есть минимальный проходной балл.

10.6. Среднегодовой объем продаж равен 150 млн. у.е. со стандартным отклонением 10 млн. у.е. Прогнозируется объем продаж на следующий год. Известно, что объем продаж подчиняется нормальному закону распределения. Найдите вероятность того, что в следующем году объем продаж будет находиться в интервале от 135 до 170 млн. у.е.

10.7. Прогноз экспертов относительно величины банковской процентной ставки в будущем году подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием 10% годовых и стандартным отклонением 2% годовых. Определить вероятность того, что в будущем году банковская процентная ставка не превысит 15% годовых.

10.8. Прогнозируемая доля рынка нового товара подчиняется нормальному распределению с математическим ожиданием 15% и стандартным отклонением 2%. Определить вероятность того, что ожидаемая доля рынка будет от 14% до 17%.

10.9. Вес тропического грейпфрута – нормально распределенная случайная величина с неизвестным математическим ожиданием и дисперсией, равной 0,04. Известно, что 65% фруктов весят меньше 0,5 кг. Найдите ожидаемый вес случайно выбранного грейпфрута.

10.10.Ежемесячное число заказов товаров по каталогу есть нормально распределенная случайная величина с неизвестным математическим ожиданием и средним квадратическим отклонением, равным 560. В 90% случаев число ежемесячных заказов превышает 12439. Найдите среднее число заказов, получаемых за месяц.

10.11.Цена акции в течение года подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием, равным 48 у.д.е. и стандартным отклонением, равным 6. Найдите вероятность того, что в случайно выбранный день цена за акцию была: а) между 40 и 50 за акцию; б) выше 40 за акцию; в) ниже 60 за акцию; г) более 60.

10.12.Вероятность наступления некоторого события в каждом из 10000 испытаний равна 0,75. Используя теорему Бернулли, оцените вероятность того, что число наступления события при этом отклонится от наиболее вероятного значения не более чем на 100ниже 665т.

Задача 11. Найти закон совместного распределения дискретных случайных величин и решить задачу.

11.1. Кубик бросают два раза. Случайные величины: X – число появления цифры 1; Y – число появления четной цифры. Составить закон распределения системы случайных величин (X;Y). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.2. Две урны содержат по восемь шаров. В первой урне один шар с № 1, три шара с № 2 и четыре шара с № 3; во второй урне три шара с № 1, четыре шара с № 2 и один шар с № 3. Из каждой урны извлекли по шару. Рассматриваются случайные величины: X – номер шара, извлеченного из первой урны; Y – номер шара, извлеченного из второй урны. Составить закон распределения системы случайных величин (X;Y). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.3. Два спортсмена независимо друг от друга производят по два выстрела, каждый по своей мишени. Вероятность поражения мишени для первого спортсмена составляет 0,5, для второго – 0,9. Случайная величина X – число попаданий первого спортсмена; Y – число попаданий второго спортсмена. Составить закон распределения системы случайных величин (X;Y). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.4. По мишени стреляют дважды. Вероятность поражения мишени при первом выстреле равна 0,7, при втором – 0,9. Случайная величина X – число попаданий первым выстрелом; Y – число попаданий вторым выстрелом. Составить закон распределения системы случайных величин (X;Y). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.5. Симметричную монету подбрасывают три раза. Случайная величина X – число гербов, выпавших в первом и втором испытаниях; Y – число гербов, выпавших во втором и третьем испытаниях. Составить закон распределения системы случайных величин (X;Y). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.6. Среди 20 лотерейных билетов есть 3 выигрышных. Сначала один билет вытягивает барышня, затем один билет вытягивает хулиган. Случайная величина X – число выигрышных билетов у барышни; Y – число выигрышных билетов у хулигана. Составить закон распределения системы случайных величин (X;Y). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.7. В урне содержатся 12 красных и 8 зеленых шаров. Из нее извлекли два шара без возвращения. Случайная величина X – число красных шаров в выборке; Y – число зеленых шаров в выборке. Составить закон распределения системы случайных величин ($X;Y$). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.8. Игральную кость бросают два раза. Случайная величина X – число появления цифры 2; Y – число появления нечетной цифры. Составить закон распределения системы случайных величин ($X;Y$). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.9. Игральную кость бросают два раза. Случайная величина X – индикатор четности суммы очков (т. е. $X = 1$, если сумма четная, и $X = 0$ в противном случае); Y – индикатор четности произведения очков (т. е. $Y = 1$, если произведение четно, и $Y = 0$ в противном случае). Составить закон распределения системы случайных величин ($X;Y$). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.10. Два раза стреляют по мишени в неизменных условиях. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Случайная величина X – число выстрелов до первого попадания (включительно); Y – число промахов. Составить закон распределения системы случайных величин ($X;Y$). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.11. Система случайных величин определяется следующим образом: число X выбирается случайным образом из множества целых чисел $\{2, 5, 8\}$, затем из этого же множества выбирается наудачу число Y, большее первого или равное ему. Составить закон распределения системы случайных величин ($X;Y$). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

11.12. Два раза бросают игральную кость. Случайная величина X – число появления цифры 4; Y – число появления четной цифры. Составить закон распределения системы случайных величин ($X;Y$). Установить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми.

Задача 12. Используя предельные теоремы решить задачу.

12.1. Сумма всех вкладов в филиале сбербанка составляет 2 млн руб., а вероятность того, что случайно выбранный вклад не превысит 10тыс. руб., равна 0,6. С помощью неравенства Маркова оцените количество вкладчиков в филиале сбербанка.

12.2. Вероятность того, что акции, переданные на депозит, будут востребованы, равна 0,08. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что среди 1000 клиентов от 70 до 90 востребуют свои акции.

12.3. Отделение банка обслуживает в среднем 100 клиентов в день. Оценить вероятность того, что сегодня в отделении банка будет обслужено: а) не более 200 клиентов; б) более 150 клиентов.

12.4. В среднем 10% работоспособного населения некоторого региона – безработные. Оценить с помощью неравенства Чебышева вероятность того, что уровень безработицы среди обследованных 10000 работоспособных жителей региона будет в пределах от 9 до 11% (включительно).

12.5. Среднее изменение курса акции компании в течение одних суток биржевых торгов составляет 0,3%. Оценить вероятность того, что на ближайших торгах курс изменится более, чем на 3%.

12.6. Вероятность сдачи в срок всех экзаменов студентом факультета равна 0,7. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что доля сдавших в срок все экзамены из 2000 студентов заключена в границах от 0,66 до 0,74.

12.7. Средняя величина вклада в филиале сбербанка составляет 10000 руб. Найдите вероятность того, что случайно выбранный вклад не превышает 100000 руб.

12.8. Средний расход воды в населенном пункте составляет 10000 литров в день. Оценить вероятность того, что в этом населенном пункте в данный день расход воды не превысит 50000 литров.

12.9. В целях контроля из партии в 100 ящиков взяли по одной детали из каждого ящика и измерили их длину. Оцените вероятность того, что вычисленная по данным выборки средняя длина детали отличается от средней длины детали во всей партии не более чем на 0,3 мм, если известно, что стандартное отклонение не превышает 0,8мм.

12.10. Вероятность наступления некоторого события в каждом из 10000 испытаний равна 0,75. Используя теорему Бернулли, оцените вероятность того, что число наступления события при этом отклонится от наиболее вероятного значения не более чем на 100.

12.11. Средний расход воды в населенном пункте составляет 50000 литров в день. Оценить вероятность того, что в этом населенном пункте в данный день расход воды не превысит 120000 литров.

12.12. Средний вес клубня картофеля равен 100 г. Оценить вероятность того, что случайно взятый клубень весит не более 300 г.