

Раздел 5. Трехфазные цепи

Расчет трехфазных цепей

Пример 5.1. К источнику с линейным напряжением $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ подключена симметричная нагрузка по схеме «звезда» с идеальным нейтральным проводом (рис. 5.2).

Сопротивления каждой фазы равны $R = 5 \text{ Ом}$, $X_L = 8,66 \text{ Ом}$.

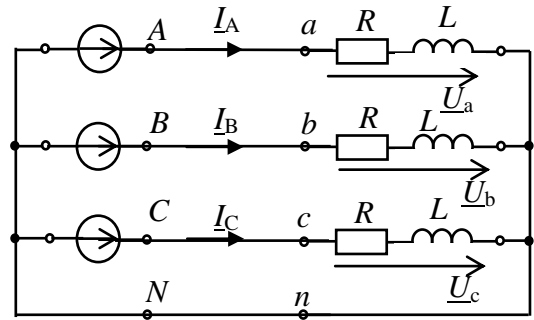


Рис. 5.2. Заданная схема цепи

Определить комплексные и мгновенные токи, активную, реактивную и полную мощности цепи.

Решение

1. Определим фазные и линейные комплексные напряжения источника, приняв начальную фазу напряжения фазы А $\psi_A = 0^\circ$:

$$\underline{U}_A = 220 \text{ В}; \quad \underline{U}_B = 220e^{-j120^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_C = 220e^{j120^\circ} \text{ В}.$$

Комплексные линейные напряжения:

$$\underline{U}_{AB} = 380e^{j30^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{BC} = 380e^{-j90^\circ} \text{ В}; \quad \underline{U}_{CA} = 380e^{j150^\circ} \text{ В}.$$

$$\text{Напряжение } \underline{U}_{nN} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_{nN}} = 0, \text{ т. к. } \underline{Z}_{nN} = 0 \text{ и } \underline{Y}_{nN} = 1/\underline{Z}_{nN} = \infty.$$

2. Комплексные сопротивления фаз нагрузки:

$$\underline{Z}_\phi = R + jX_L = 5 + j8,66 = 10e^{j60^\circ} \text{ Ом, где } \varphi_\phi = 60^\circ.$$

3. Фазные токи (комплексные и мгновенные).

$$\text{Ток фазы А: } \underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_\phi} = \frac{220}{10e^{j60^\circ}} = 22e^{-j60^\circ} \text{ А}; \quad i_A = \sqrt{2} \cdot 22 \sin(314t - 60^\circ) \text{ А}.$$

$$\text{Ток фазы В: } \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_\phi} = \underline{I}_A e^{-j120^\circ} = 22e^{-j180^\circ} \text{ А}; \quad i_B = \sqrt{2} \cdot 22 \sin(314t - 180^\circ) \text{ А}.$$

$$\text{Ток фазы С: } \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_\phi} = \underline{I}_A e^{j120^\circ} = 22e^{j60^\circ} \text{ А}; \quad i_C = \sqrt{2} \cdot 22 \sin(314t + 60^\circ) \text{ А}.$$

Ток в нейтральном проводе $I_{nN} = 0$.

4. Построим векторную диаграмму цепи (рис. 5.3). Т.к. $\underline{U}_{nN} = 0$, потенциалы точек N и n равны нулю.

5. Активная мощность цепи:

$$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi_{\Phi} = \sqrt{3} 380 \cdot 22 \cos 60^{\circ} = 7260 \text{ Вт.}$$

6. Реактивная мощность цепи:

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi_{\Phi} = 12600 \text{ вар.}$$

7. Полная мощность цепи:

$$S = 3 U_{\Phi} I_{\Phi} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} = \sqrt{P^2 + Q^2} = 14462,8 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

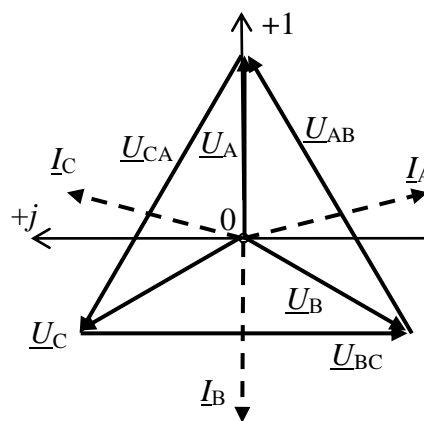


Рис. 5.3. Векторная и топографическая диаграмма

Пример 5.2. Рассчитать трехфазную цепь, параметры которой заданы в примере 5.1, если нагрузка включена по схеме «треугольник» (рис. 5.4).

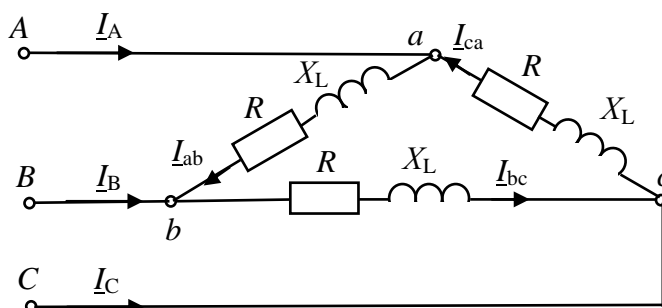


Рис. 5.4. Схема трехфазной цепи при соединении нагрузки треугольником

Определить комплексные и мгновенные токи, активную, реактивную и полную мощности цепи.

Решение

1. Определяем фазные токи (комплексные и мгновенные) по закону Ома:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{U_{ab}}{Z_{\Phi}} = \frac{380 e^{j30^{\circ}}}{10 e^{j60^{\circ}}} = 38 e^{-j30^{\circ}} \text{ А,} \quad i_{ab} = \sqrt{2} \cdot 38 \sin (314t - 30^{\circ}) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{bc} = \underline{I}_{ab} e^{-j120^{\circ}} = 38 e^{-j30^{\circ}} \cdot e^{-j120^{\circ}} = 38 e^{-j150^{\circ}}, \quad i_{bc} = \sqrt{2} \cdot 38 \sin (314t - 150^{\circ}) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{ca} = \underline{I}_{ab} e^{j120^{\circ}} = 38 e^{-j30^{\circ}} e^{j120^{\circ}} = 38 e^{j90^{\circ}}, \text{ А;} \quad i_{ca} = \sqrt{2} \cdot 38 \sin(314t + 90^{\circ}) \text{ А.}$$

2. Определяем линейные токи:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} = \sqrt{3} \underline{I}_{ab} e^{-j30^{\circ}} = 66 e^{-j60^{\circ}} \text{ А,} \quad i_A = \sqrt{2} \cdot 66 \sin (314t - 60^{\circ}) \text{ А;}$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} = \sqrt{3} \underline{I}_{bc} e^{-j30^{\circ}} = 66 e^{-j180^{\circ}} \text{ А,} \quad i_B = \sqrt{2} \cdot 66 \sin (314t - 180^{\circ}) \text{ А;}$$

$$I_C = I_{ca} - I_{bc} = \sqrt{3} I_{ca} e^{-j30^\circ} = 66 e^{j60^\circ} \text{ A.}$$

3. Построим векторную диаграмму напряжений и токов (рис. 5.5).

4. Активная мощность цепи:

$$P = \sqrt{3} U_{Л} I_{Л} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 66 \cos 60^\circ = 21694,20 \text{ Вт.}$$

5. Реактивная мощность цепи:

$$Q = \sqrt{3} U_{Л} I_{Л} \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 66 \sin 60^\circ = 37575,46 \text{ вар.}$$

6. Полная мощность цепи:

$$S = \sqrt{3} U_{Л} I_{Л} = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 66 = 43388,40 \text{ В} \cdot \text{А.}$$

Таким образом, при переключении симметричной нагрузки со «звезды» (см. пример 5.1) на «треугольник» мощности цепи возрастают в 3 раза.

Пример 5.3. В трехфазной цепи с линейным напряжением $U_{Л} = 220 \text{ В}$ несимметричная нагрузка с параметрами $Z_a = 10 \text{ Ом}$, $Z_b = 5 + j8,66 \text{ Ом} = 10 e^{j60^\circ}$, $Z_c = -j10 \text{ Ом}$ подключена по трех проводной схеме «звезда» (рис. 5.6).

Определить токи в цепи, построить векторную диаграмму.

Решение

1. Приняв потенциал нейтральной точки N равным нулю, по методу двух узлов определим напряжение смещения нейтрали по формуле:

$$\underline{U}_{nN} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_{nN}},$$

где $\underline{Y}_a = \frac{1}{Z_a} = 0,1 \text{ См}$; $\underline{Y}_b = \frac{1}{Z_b} = \frac{1}{10 e^{j60^\circ}} = 0,1 e^{-j60^\circ} \text{ См}$; $\underline{Y}_c = \frac{1}{Z_c} = j0,1 \text{ См}$;

$$i_C = \sqrt{2} \cdot 66 \sin (314t + 60^\circ) \text{ A.}$$

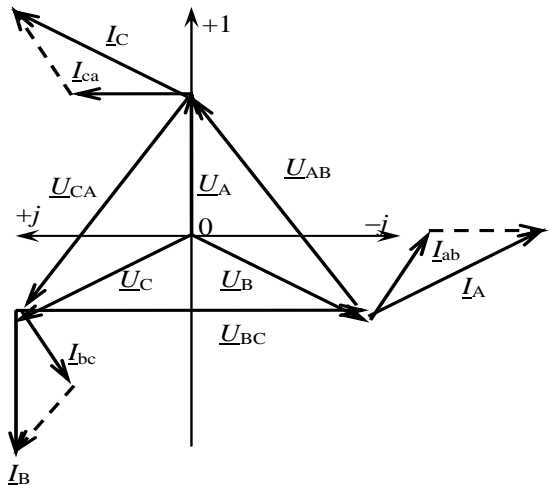


Рис. 5.5. Векторная диаграмма цепи

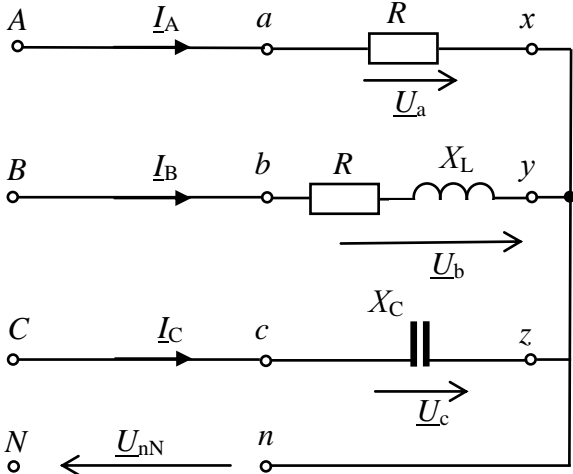


Рис. 5.6. Заданная схема цепи

$$\underline{Y}_{nN} = 1/\underline{Z}_{nN} = 1/\infty = 0.$$

$$\underline{U}_{nN} = \frac{127 \cdot 0,1 + 127 e^{-j120^\circ} \cdot 0,1 e^{-j60^\circ} + 127 e^{j120^\circ} \cdot j0,1}{0,1 + 0,1 e^{-j60^\circ} + j0,1} = 83,9 e^{j205^\circ} = -7,6 - j35,5 \text{ В.}$$

2. Определяем напряжения на нагрузках в фазах как разность соответствующего фазного напряжения источника и напряжения смещения нейтрали:

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{nN} = 127 + 7,6 + j35,5 = 206 e^{j10^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{nN} = 127 e^{-j120^\circ} + 7,6 + j35,5 = 75,6 e^{-j80,45^\circ} \text{ В;}$$

$$\underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{nN} = 127 e^{j120^\circ} + 7,6 + j35,5 = 145,6 e^{j85^\circ} \text{ В.}$$

3. Определяем токи в цепи:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_a}{\underline{Z}_a} = \frac{206 e^{j10^\circ}}{10} = 20,6 e^{j10^\circ} \text{ А; } \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_b}{\underline{Z}_b} = \frac{75,6 e^{-j80,45^\circ}}{10 e^{j60^\circ}} = 7,55 e^{-j140,5^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_c}{\underline{Z}_c} = \frac{145,6 e^{j85^\circ}}{10 e^{-j90^\circ}} = 145,6 e^{j175^\circ} \text{ А.}$$

4. Построим векторную диаграмму (рис. 5.7):

проводим вектора фазных напряжений источника;

проводим вектор напряжения смещения нейтрали \underline{U}_{nN} ;

проводим вектора фазных напряжений нагрузки $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$;

из точки n проводим вектора токов.

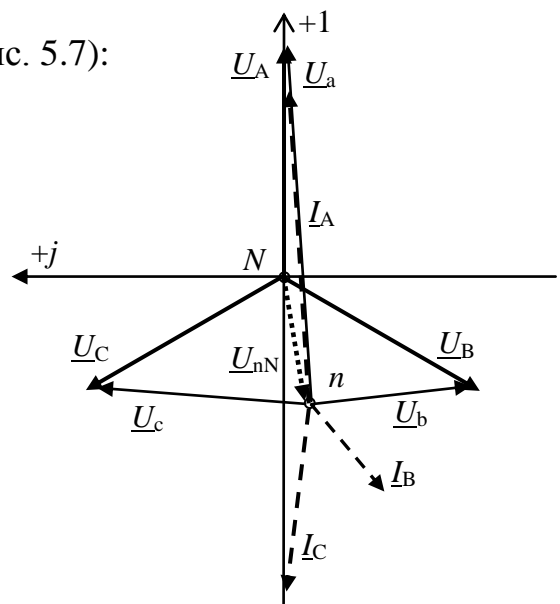


Рис. 5.7. Векторная диаграмма цепи

5. При наличии в данной цепи нейтрального провода его сопротивление

$\underline{Z}_{nN} = 0, \underline{Y}_{nN} = \infty$ и напряжение смещения нейтрали равно нулю.

Напряжения на нагрузке равны соответствующим фазным напряжениям источника и фазные токи определяются по закону Ома:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_a} = \frac{127}{10} = 12,7 \text{ А; } \underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_b} = \frac{127 e^{-j120^\circ}}{10 e^{j60^\circ}} = 12,7 e^{-j180^\circ} \text{ А;}$$

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_c} = \frac{127 e^{j120^\circ}}{10 e^{-j90^\circ}} = 12,7 e^{-j150^\circ} \text{ А.}$$

В этом случае в нейтральном проводе будет протекать уравнивающий ток, равный сумме фазных токов:

$$I_{nN} = I_A + I_B + I_C = 12,7 - 12,7 + 11 + j6,35 = 12,7e^{j30^\circ} \text{ А.}$$

При симметричной нагрузке в трех проводной цепи (см. рис. 5.7)

$$\underline{U}_{nN} = 0, \text{ так как в формуле } \underline{U}_{nN} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_{nN}} \text{ числитель будет равен нулю}$$

$$(\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C = 0).$$

3. Задания на решение контрольных задач

Задача № 5.1

Четырех проводная симметричная трехфазная цепь (см. рис. 5.1а)

По исходным данным, приведенным в таблице 5.1, определить:

- 1) комплексные и мгновенные токи цепи;
- 2) активную и реактивную мощность цепи;
- 3) построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи.

Таблица 5.1

Исходные данные к задачам № 5.1, № 5.3 и № 5.4

№ вар.	Напряжение источника, В	Z_{ϕ} , Ом	№ вар.	Напряжение источника, В	Z_{ϕ} , Ом
1	$u_A = 127 \sin(314t + 30^\circ)$	$10 \angle 30^\circ$	16	$u_A = 100 \sin(314t + 90^\circ)$	$14 \angle -40^\circ$
2	$u_{AB} = 200 \sin(314t - 30^\circ)$	15	17	$u_{BC} = 220 \sin(314t - 90^\circ)$	60
3	$u_B = 100 \sin(314t)$	$20 \angle 60^\circ$	18	$u_C = 220 \sin(314t + 120^\circ)$	$80 \angle -30^\circ$
4	$u_{BC} = 200 \sin(314t - 30^\circ)$	$25 \angle -70^\circ$	19	$u_B = 220 \sin(314t - 120^\circ)$	$90 \angle 20^\circ$
5	$u_A = 100 \sin(314t + 120^\circ)$	$50 \angle 65^\circ$	20	$u_{CA} = 380 \sin(314t)$	$15 \angle -10^\circ$
6	$u_{CA} = 100 \sin(314t - 30^\circ)$	$50 \angle -60^\circ$	21	$u_{BC} = 220 \sin(314t - 60^\circ)$	$10 \angle -20^\circ$
7	$u_C = 200 \sin(314t + 60^\circ)$	$15 \angle -60^\circ$	22	$u_A = 127 \sin(314t + 150^\circ)$	20
8	$u_{AB} = 200 \sin(314t)$	$15 \angle 55^\circ$	23	$u_C = 220 \sin(314t - 30^\circ)$	$60 \angle -40^\circ$
9	$u_A = 100 \sin(314t + 30^\circ)$	20	24	$u_B = 127 \sin(314t + 30^\circ)$	$45 \angle -25^\circ$
10	$u_{AB} = 200 \sin(314t - 90^\circ)$	$10 \angle 45^\circ$	25	$u_{AB} = 380 \sin(314t)$	$50 \angle -40^\circ$
11	$u_{CA} = 150 \sin(314t + 45^\circ)$	$14 \angle -40^\circ$	26	$u_{CA} = 220 \sin(314t + 30^\circ)$	$14 \angle -40^\circ$
12	$u_{AB} = 220 \sin(314t)$	$60 \angle 35^\circ$	27	$u_{BC} = 220 \sin(314t - 45^\circ)$	$60 \angle 35^\circ$
13	$u_B = 127 \sin(314t + 60^\circ)$	$80 \angle -30^\circ$	28	$u_C = 220 \sin(314t + 45^\circ)$	80
14	$u_{AB} = 380 \sin(314t + 90^\circ)$	90	29	$u_{AB} = 380 \sin(314t - 120^\circ)$	$90 \angle 20^\circ$
15	$u_B = 127 \sin(314t + 45^\circ)$	$15 \angle -10^\circ$	30	$u_A = 170 \sin(314t + 90^\circ)$	$15 \angle 30^\circ$

Задача № 5.2

Четырех проводная несимметричная трехфазная цепь (см. рис. 5.1а)

По исходным данным, приведенным в таблице 5.2, определить:

- 1) комплексные и мгновенные токи цепи;

- 2) активную и реактивную мощность цепи;
- 3) построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи.

Таблица 5.2

Исходные данные к задачам № 5.2 и № 5.5

№ вар.	Напряжение источника, В ($f = 50\text{Гц}$)	Нагрузка									$Z_{\text{нН}}$, Ом	
		Фаза A (ab)			Фаза B (bc)			Фаза C (ca)			R, Ом	L, Гн
		R, Ом	L, Гн	C, мкФ	R, Ом	L, Гн	C, мкФ	R, Ом	L, Гн	C, мкФ		
1	$u_A = 127\sin(314t + 30^\circ)$	5	0,01	—	25	0,1	50	—	1	10	—	—
2	$u_{AB} = 200\sin(314t - 30^\circ)$	12	0,4	—	10	—	100	15	0,6	—	15	0,6
3	$u_B = 100\sin(314t + 30^\circ)$	10	—	100	—	1	10	—	1	20	—	0,2
4	$u_{BC} = 200\sin(314t - 30^\circ)$	—	1	10	—	0,6	—	5	0,01	—	—	—
5	$u_A = 100\sin(314t + 120^\circ)$	15	0,6	—	—	1	20	12	0,4	—	25	0,1
6	$u_{CA} = 100\sin(314t - 120^\circ)$	—	1	20	25	0,1	—	10	—	100	—	—
7	$u_C = 200\sin(314t + 60^\circ)$	25	0,1	50	50	—	25	—	1	10	—	—
8	$u_{AB} = 200\sin(314t - 30^\circ)$	50	—	25	—	5	10	15	0,6	—	20	0,2
9	$u_A = 100\sin(314t + 30^\circ)$	—	5	10	—	0,2	—	—	1	20	10	—
10	$u_{AB} = 200\sin(314t - 90^\circ)$	20	0,2	20	—	5	10	25	0,1	50	—	—
11	$u_{CA} = 150\sin(314t + 45^\circ)$	40	—	40	—	5	10	50	—	25	—	—
12	$u_{AB} = 220\sin(314t - 40^\circ)$	—	0,2	20	5	0,01	—	—	5	10	50	0,4
13	$u_B = 127\sin(314t + 30^\circ)$	15	0,01	—	12	0,4	—	20	0,2	20	—	—
14	$u_{AB} = 380\sin(314t + 90^\circ)$	-	0,4	—	10	—	100	40	—	40	—	—
15	$u_B = 127\sin(314t + 30^\circ)$	25	0,01	40	—	1	10	10	—	100	50	—
16	$u_{BC} = 220\sin(314t - 60^\circ)$	50	0,4	—	15	0,6	—	—	1	10	—	—
17	$u_{CA} = 100\sin(314t + 30^\circ)$	30	—	40	—	1	20	15	0,6	—	5	—
18	$u_{CB} = 200\sin(314t - 30^\circ)$	20	—	40	—	0,1	50	—	1	20	—	0,6
19	$u_A = 100\sin(314t + 30^\circ)$	25	0,1	50	50	—	25	25	0,1	50	—	—
20	$u_C = 200\sin(314t - 30^\circ)$	50	—	25	—	5	10	50	—	25	—	—
21	$u_{AB} = 200\sin(314t - 30^\circ)$	—	5	10	20	0,2	20	—	5	10	—	—
22	$u_A = 100\sin(314t + 30^\circ)$	20	0,2	20	40	—	40	20	0,2	20	15	0,6
23	$u_{AB} = 200\sin(314t - 90^\circ)$	40	—	40	50	0,4	—	—	1	10	—	0,2
24	$u_{CA} = 150\sin(314t + 45^\circ)$	—	0,2	20	30	—	40	15	0,6	—	—	—
25	$u_{AB} = 220\sin(314t - 40^\circ)$	15	0,01	—	20	—	40	—	1	20	25	0,1
26	$u_B = 100\sin(314t + 30^\circ)$	—	0,4	—	25	0,1	50	5	0,01	—	—	—
27	$u_{BC} = 200\sin(314t - 30^\circ)$	25	0,01	40	50	—	25	12	0,4	—	—	—
28	$u_A = 100\sin(314t + 120^\circ)$	50	0,4	—	—	5	10	10	—	100	20	0,2
29	$u_{CA} = 100\sin(314t - 120^\circ)$	30	—	40	10	—	100	—	1	10	10	—
30	$u_C = 200\sin(314t + 60^\circ)$	20	—	40	—	1	10	15	0,6	—	—	—

Задача № 5.3

Трехфазная цепь при соединении симметричной нагрузки

«звездой» (см. рис. 5.1а)

По исходным данным, приведенным в таблице 5.1, определить:

- 1) комплексные и мгновенные токи цепи;
- 2.) активную и реактивную мощность цепи;
- 3) построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи.

Задача № 5.4

Трехфазная цепь при соединении симметричной нагрузки

«треугольником» (см. рис. 5.1б)

По исходным данным, приведенным в таблице 5.1, определить:

- 1) комплексные действующие значения фазных и линейных напряжений трехфазного источника;
- 2) комплексные действующие и мгновенные токи цепи;
- 3) активную и реактивную мощность цепи;
- 4) построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи.

Задача № 5.5

Трехфазная цепь при соединении несимметричной нагрузки

«треугольником» (см. рис. 5.1б)

По исходным данным, приведенных в таблице 5.2, определить:

- 1) комплексные действующие значения фазных и линейных напряжений трехфазного источника;
- 2) комплексные и мгновенные токи цепи;
- 3) активную и реактивную мощность цепи;
- 4) построить векторную диаграмму токов и напряжений цепи.