

Индивидуальная работа по математике № 6 за II курс по теме «Числовые и степенные ряды», «Ряды Фурье».

1. Исследовать на сходимость числовые ряды.

N	a_n	b_n	c_n	d_n
1	$\frac{2}{n^2+n}$	$\frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{2}{2n^2+1}\right)$	$\frac{n!}{2^n+1}$	$\frac{n \cdot 3^n}{7^n}$
2	$\frac{54}{n^2+5n+4}$	$\frac{\arctg(n^2)}{n^2}$	$\frac{2^n}{((n-1)!)^2}$	$\arcsin^n\left(\frac{3}{7n}\right)$
3	$\frac{72}{n^2+5n+4}$	$\frac{1-\sin(n)}{n(n^2+1)}$	$\frac{n!\sqrt{n}}{4^n}$	$\frac{(n+2)3^n}{n^n}$
4	$\frac{72}{n^2+6n+4}$	$\frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{2}{2n+1}\right)$	$\frac{n!}{(3n)!} \operatorname{tg}\left(\frac{1}{3^n}\right)$	$n^2 \left(\frac{n+3}{3n+1}\right)^n$
5	$\frac{36}{n^2+n+2}$	$\frac{\ln n}{n(n^2+1)}$	$n! \sin\left(\frac{1}{2^n+1}\right)$	$\frac{n^2}{\ln^2(n+2)}$
6	$\frac{18}{n^2-n-2}$	$\frac{1}{\sqrt{n+4}} \sin\left(\frac{2}{2n+1}\right)$	$\frac{3n!}{2^n+3}$	$2^n \cdot 3^{2-n}$
7	$\frac{36}{n^2-5n+4}$	$\ln\left(\frac{n^2+3}{n^2-n}\right)$	$\frac{n+1}{2^n(n-1)!}$	$\frac{n}{5^n} \left(\frac{3n+1}{n}\right)^n$
8	$\frac{54}{n^2-11n+28}$	$\frac{n+1}{n(n^2 \cdot \sqrt[3]{n}-1)}$	$\frac{(n+1)3^n}{((n+2)!)^2}$	$\frac{(n+1)3^n}{7^n}$
9	$\frac{18}{n^2+2n-2}$	$\exp\left(\frac{\sqrt[3]{n^2}}{n^3+1}\right) - 1$	$3n! \arctg\left(\frac{1}{2^n+3}\right)$	$\frac{n}{5^n} \left(\frac{5n+1}{2n}\right)^n$
10	$\frac{12}{n^2+3n}$	$\frac{\arctg(n)}{n(n^2+1)}$	$\frac{n!}{n^{n-2}}$	$2^n \frac{7^{2-n}}{2^{3-n}}$
11	$\frac{36}{n^2+10n+10}$	$\sin\left(\frac{\sqrt[4]{n}}{2n^2+1}\right)$	$\frac{n!\sqrt{n+2}}{4^{n+2}}$	$\frac{3n^3}{\ln^n(n+3)}$
12	$\frac{90}{n^2-5n+4}$	$n^2 \cos\left(\frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{n^2+1}}\right) - n^2$	$\frac{(n+12)!\sqrt{n+12}}{2^{n+2}+12}$	$\frac{(n+12)2^n}{n^n}$
13	$\frac{72}{n^2-7n+10}$	$\frac{n+11}{n(n^2 \cdot \sqrt[3]{n}+11)}$	$\frac{n!\sqrt{n^3+2}}{(n-1)4^{n+2}}$	$3n \left(\frac{n+1}{3n}\right)^n$
14	$\frac{54}{n^2-9n+18}$	$\frac{\arctg^3(n)}{n(n^2+1)} - 1$	$\frac{\arctg(n+1)}{3(n+3)!}$	$\frac{(n+1)^3}{\ln^{n+1}(n+1)}$

15	$\frac{6}{n^2 - 10n + 24}$	$\exp\left(\frac{\sqrt[3]{n}}{n^2 + 1}\right) - 1$	$\frac{n!}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{\sqrt{n}}{(n+2)!}\right)$	$e^n \cdot 7^{2-n}$
16	$\frac{8}{n^2 - 8n + 15}$	$\frac{1}{\sqrt{3n}} \sin\left(\frac{3}{2n+3}\right)$	$\frac{n!(n+1)!}{((n+16)!)^2}$	$n^2 \sin^n\left(\frac{3}{7n}\right)$
17	$\frac{10}{n^2 - 6n + 15}$	$\frac{\ln(\sqrt{n} + n)}{n^2(n+12)}$	$\frac{n!(n+1)!}{n^n}$	$\frac{3n}{2^n} \left(\frac{n+1}{3n}\right)^n$
18	$\frac{18}{n^2 - 13n + 40}$	$\frac{1 - \sin n}{(n+1)(n+2)}$	$\frac{n!(2n+1)!}{(2(n+1))!}$	$\sin^n\left(\frac{5}{2n+5}\right)$
19	$\frac{36}{n^2 - 13n + 40}$	$n^2 \left(\cos\left(\frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{n}}\right) - 1\right)^2$	$\frac{n+19}{(n+11)!}$	$\frac{(n+1)3^n}{5^n}$
20	$\frac{12}{n^2 - 4n + 3}$	$\ln\left(\frac{n^2 + 2}{n^2 + 1}\right)$	$\frac{4^n (3n+1)!}{(4(n+1))!}$	$\sqrt[3]{n^n} \sin^n\left(\frac{1}{n^n}\right)$

2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \neq N/2 (2n - N)(2n + N)}$ с точностью до 0,001.

3. Проверить, выполняется ли необходимый признак сходимости ряда:

а). $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \ln\left(a + \frac{N}{2n}\right)$; б). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a \cdot n - N}{n^2}$.

4. Применяя подходящий достаточный признак, установить, сходится или расходится ряд:

а). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a+1)n - N}{n^2}$; б). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(a+1)^{n-1}}{n!}$; в). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+a) \ln^2(n+N)}$.

5. С помощью интегрального признака Коши установить, сходится или

расходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(a \cdot n)}{n^N}$.

6. Исследовать на сходимость знакопеременные ряды.

N	$(-1)^n a_n$	$(-1)^n b_n$	$(-1)^n c_n$
1	$\frac{1}{\sqrt{n^3 + 1}}$	$\frac{12n+1}{\sqrt{n^4 + 3}}$	$\frac{n^2}{\sqrt{n^3 + 1}}$
2	$\sin\left(\frac{1}{\sqrt{n^3 + 1}}\right)$	$\operatorname{tg}\left(\frac{12n+1}{\sqrt{n^4 + 3}}\right)$	$\frac{12n^2 + 1}{\sqrt{n^4 + 1}}$
3	$\operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{n^3 + 1}}\right)$	$\sin\left(\frac{12n+1}{\sqrt{n^4 + 3}}\right)$	$\frac{\sqrt{n^6 + 2}}{\sqrt{n^3 + 1}}$

4	$\exp\left(\frac{1}{n^2}\right)-1$	$\cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)-1$	$n\left(\cos\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)-1\right)$
5	$tg\left(\frac{1}{\sqrt{n^3+3}}\right)$	$\ln\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+1\right)$	$\sqrt{n}\ln\left(\frac{1}{\sqrt{n}}+1\right)$
6	$\frac{1}{\sqrt{n^3+3}}$	$(2^{1/n}-1)^2$	$\frac{n^2-n}{\sqrt{n^3+3}}$
7	$\sin\left(\frac{1}{\sqrt{n^3+3}}\right)$	$(2^{1/\sqrt{n}}-1)^2$	$\sqrt{n}(2^{1/\sqrt{n}}-1)^2$
8	$(e^{1/n}-1)^2$	$\frac{1}{\sqrt{n^2+3}}$	$\sin\left(\frac{n}{\sqrt{n^2+3}}\right)$
9	$\left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$	$tg\left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\right)$	$\left(\frac{3n}{2n+1}\right)^n$
10	$\left(\frac{2}{3}\right)^n$	$\ln\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)$	$n\ln\left(1+\frac{1}{2n+1}\right)$
11	$\frac{2n+3}{3n^3}$	$(e^{2/\sqrt{n}}-1)^2$	$(e^{2/\sqrt{n}}-1)^{-1}$
12	$\sin\left((2/3)^n\right)$	$\cos\left(\frac{2}{\sqrt{n}}\right)-1$	$\left(\frac{3}{2}\right)^n \sin\left((2/3)^n\right)$
13	$\left(\frac{3n}{2n^2+1}\right)^n$	$\frac{1}{\sqrt{n^2+13}}$	$\left(\frac{3n}{2n+1}\right)^n$
14	$\left(\cos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)-1\right)^2$	$\frac{(n^2+1)\ln n}{(n+1)^3}$	$\frac{(n^3+1)\ln n}{(n+1)^3}$
15	$\frac{1}{\sqrt{n^4+12}}$	$\left(\cos\left(\frac{1}{\sqrt[6]{n}}\right)-1\right)^2$	$n\left(\cos\left(\frac{1}{\sqrt[6]{n}}\right)-1\right)^2$
16	$\sin\left(\frac{1}{\sqrt{n^4+12}}\right)$	$\frac{(n+1)\ln n}{n^2}$	$\frac{(n+1)\ln n}{n}$
17	$tg\left(\frac{1}{\sqrt{n^4+12}}\right)$	$\ln\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}}+1\right)$	$n\ln\left(\frac{1}{\sqrt{n+1}}+1\right)$
18	$(2^{1/n}-1)^2$	$\sin\left(\frac{1}{\sqrt{3n+3}}\right)$	$n\sin\left(\frac{1}{\sqrt{3n+3}}\right)$
19	$\cos\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n^2}}\right)-1$	$3^{1/n}-1$	$n(3^{1/n}-1)$

20	$\frac{1}{\sqrt{n^{3,2} + 3,2}}$	$\ln\left(\frac{1}{n} + 1\right)$	$\frac{n}{\sqrt{n^2 + 20}}$
----	----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------

7. Разложить функцию в ряд Маклорена по степеням x .

N	$f(x)$		N	$f(x)$
1	$x \sin x$		11	$\ln(x^2 + 4x + 4)$
2	$\frac{\arcsin x}{x} - 1$		12	$x \cdot chx$
3	$\frac{tg 2x}{x} - 2$		13	$x \sin^2 x$
4	$\frac{1}{1 - x^2}$		14	$\frac{7x}{12 + x}$
5	$\frac{9}{20 - x - x^2}$		15	$\ln(x^2 + 6x + 9)$
6	$2x \sin^2(x/2)$		16	$\frac{7}{12 + x - x^2}$
7	$x \cdot sh(x)$		17	$x e^{-x^2}$
8	$(3 - e^{-x})^2$		18	$x \cdot ch^2 x$
9	$x \sqrt[3]{x-2}$		19	$\frac{1}{1 - x^4}$
10	$\frac{5}{6 - x - x^2}$		20	$\frac{tgx}{x} p - 1$

8. Разложить в ряд Фурье в трех формах периодическую функцию $f(x) = e^{N \cdot x}$, $x \in (-\pi; \pi)$ с учетом семи гармоник.