5. Решение задач следует излагать подробно, сопровождая необходимыми объяснениями.
6. Выполнять чертежи и строить графики, если это требуется заданием.
7. В конце решения задачи обязательно записывается ответ.
8. При получении прорецензированной, но не зачтенной работы, все необходимые исправления и дополнения следует делать на последующих после рецензии страницах этой же тетради.

Решаем 9 вариант (1-9, 2-9, 3-9 и т.д. до 10)

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

1. В треугольник со сторонами равными a, b, c вписан круг. Точка M произвольным образом ставится в треугольник. Найти вероятность того, что точка попадет в круг (варианты 1-5, 11-15) и не попадет в круг (варианты 6-10, 16-20).

№ вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	4	9	12	8	6	16	14	9	5	18
b	7	10	15	11	7	22	12	13	9	26
c	5	11	21	13	9	26	18	12	12	24

№ вар	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a	15	3	9	7	9	6	21	14	15	6
b	9	11	30	9	13	20	27	18	8	9
c	16	10	33	12	16	22	36	24	19	13

2. Куб с окрашенными гранями распилен на n кубиков одинакового размера, которые перемешаны. Извлекаются 3 кубика. Найти вероятность того, что у них в сумме будет k окрашенных граней.

2.1. $n = 216$, $k = 3$.
2.2. $n = 512$, $k = 5$.
2.3. $n = 729$, $k = 4$.
2.4. $n = 343$, $k = 6$.
2.5. $n = 1000$, $k = 2$.
2.6. $n = 512$, $k = 3$.
2.11. $n = 729$, $k = 2$.
2.12. $n = 1000$, $k = 5$.
2.13. $n = 343$, $k = 3$.
2.14. $n = 512$, $k = 6$.
2.15. $n = 216$, $k = 2$.
2.16. $n = 1000$, $k = 3$.

2.7. $n = 216,\ \ k = 5.$

2.8. $n = 343,\ \ k = 4.$

2.9. $n = 729,\ \ k = 6.$

2.10. $n = 1000,\ \ k = 4.$

2.17. $n = 512,\ \ k = 4.$

2.18. $n = 729,\ \ k = 5.$

2.19. $n = 343,\ \ k = 2.$

2.20. $n = 216,\ \ k = 6.$

3. Три цеха завода производят однотипные изделия, которые поступают на сборку в общий контейнер. Известно, что первый цех производит изделий в k раз больше второго цеха и в m раз больше третьего цеха. В первом цехе брак составляет $n_1\%$, во втором – $n_2\%$, а в третьем – $n_3\%$. Для контроля из контейнера берется одно изделие. Какова вероятность того, что изделие окажется стандартным (без брака). Вероятность вычислять с точностью до 0,001.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	3	1	4	2	1	3	2	3	5	4
m	3	5	2	3	2	2	4	4	2	3
n_1	6	12	8	10	5	8	10	6	4	10
n_2	10	16	14	15	10	10	8	12	6	12
n_3	20	10	25	20	30	10	8	10	8	12

№ вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	3	5	2	4	2	3	4	4	2	3
m	4	3	6	4	3	5	1	4	4	2
n_1	10	8	10	8	6	15	6	10	12	25
n_2	4	8	12	10	10	20	4	15	8	15
n_3	16	10	14	12	14	25	10	15	4	10

4. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна p. Найти вероятность того, что будет не менее m_1 и не более m_2 попаданий при n выстрелах.

№ вар	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
p	0,6	0,7	0,8	0,6	0,5	0,4	0,7	0,8	0,9	0,6
n	5	6	5	4	8	6	5	6	5	6
m_1	2	1	2	0	2	3	3	2	0	2
m_2	4	3	5	3	4	5	5	4	4	5

№ вар	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
p	0,4	0,6	0,7	0,8	0,6	0,5	0,7	0,9	0,4	0,8
n	6	6	5	4	8	7	6	5	6	8
m_1	0	1	2	1	0	5	0	1	2	3
m_2	2	3	4	3	3	7	4	3	4	5

5. В ящике находится *n* однотипных деталей, из которых *k* имеют брак. Из ящика произвольно берутся *m* деталей. Случайная величина X – число деталей с браком (для вариантов 1-5; 11-15) и X – число деталей без брака (для вариантов 6-10; 16-20) среди взятых *m* деталей.

1) Составить закон распределения случайной величины X в виде таблицы (вероятности в таблице записывать десятичной дробью с точностью до 0,001. Например, $p_2 = 0,748$).

2) Найти функцию распределения вероятностей $F(x)$ случайной величины X и построить ее график.

Данные приводятся в таблице.

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	20	18	22	15	20	24	19	18	16	20
k	8	10	9	7	9	10	7	6	5	7
m	3	4	2	3	4	2	4	3	4	3

№ вар.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n	22	24	20	18	17	19	20	17	21	15
k	8	11	6	8	7	8	9	6	8	5
m	3	4	4	3	4	3	3	4	3	4

6. По результатам задачи №5 найти математическое ожидание $M(X)$ и дисперсию $D(X)$ случайной величины X.

7. Закон распределения непрерывной случайной величины X задан одной из функций $F(x)$ или $f(x)$. $F(x)$ – функция распределения вероятностей, $f(x)$ – плотность распределения вероятностей.

Найти другую из этих функций и построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

7.1. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ \dfrac{1}{28}(x^3+1), & -1<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$

7.2. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ \dfrac{1}{4}x, & 1<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$

7.3. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{1}{3}(2^x-1), & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$

7.4. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -\pi/3,\\ -\dfrac{3}{2}\sin 3x, & -\pi/3<x\le 0,\\ 0, & x>0.\end{cases}$

7.5. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{4}{\pi}\operatorname{arctg}\dfrac{x}{2}, & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$

7.6. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \dfrac{1}{4}(x-1), & 2<x\le 4,\\ 0, & x>4.\end{cases}$

7.7. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le -2,\\ \dfrac{1}{9}(x^3+8), & -2<x\le 1,\\ 1, & x>1.\end{cases}$

7.8. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -3,\\ \dfrac{1}{8}(x+3), & -3<x\le 1,\\ 0, & x>1.\end{cases}$

7.9. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le \pi/4,\\ 1-\sin 2x, & \pi/4<x\le \pi/2,\\ 1, & x>\pi/2.\end{cases}$

7.10. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le \pi/6,\\ 2\cos x, & \pi/6<x\le \pi/2,\\ 0, & x>\pi/2.\end{cases}$

7.11. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{1}{8}(3^x-1), & 0<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$

7.12. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \dfrac{3}{19}x^2, & 2<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$

7.13. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ \dfrac{4}{\pi}\operatorname{arctg}(x-1), & 1<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$

7.14. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le -1,\\ -2x, & -1<x\le 0,\\ 0, & x>0.\end{cases}$

7.15. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ \frac{1}{15}(x^4-1), & 1<x\le 2,\\ 1, & x>2.\end{cases}$ 7.16. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le \pi/4,\\ -2\cos 2x, & \pi/4<x\le \pi/2,\\ 0, & x>\pi/2.\end{cases}$

7.17. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 2,\\ \log_2(x-1), & 2<x\le 3,\\ 1, & x>3.\end{cases}$ 7.18. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \dfrac{8}{\pi(1+4x^2)}, & 0<x\le 1/2,\\ 0, & x>1/2.\end{cases}$

7.19. $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\\ \mathrm{tg}\, x/2, & 0<x\le \pi/2,\\ 1, & x>\pi/2.\end{cases}$ 7.20. $f(x)=\begin{cases}0, & x\le 1,\\ \frac{1}{14}(x+3), & 1<x\le 3,\\ 0, & x>3.\end{cases}$

8. Используя $F(x)$ или $f(x)$ из предыдущей задачи для всех вариантов требуется вычислить математическое ожидание $M(X)$ непрерывной случайной величины X, а также:

8.1. медиану x_0.

8.2. $p\ (X<2)$.

8.3. $p\ (-1<X<1)$.

8.4. $p\ (-\pi/4<X<\pi/2)$.

8.5. $p\ (X>1)$.

8.6. медиану x_0.

8.7. $p\ (-1<X<2)$.

8.8. медиану x_0.

8.9. $p\ (\pi/6<X<\pi/3)$.

8.10. $p\ (\pi/3<X<\pi)$.

8.11. $p\ (1<X<3)$.

8.12. медиану x_0.

8.13. $p\ (-2<X<1{,}5)$.

8.14. $p\ (-5<X<-0{,}5)$.

8.15. медиану x_0.

8.16. $p\ (\pi/3<X<\pi)$.

8.17. медиану x_0.

8.18. $p\ (X<1/12)$.

8.19. $p\ (-\pi/3<X<\pi/3)$.

8.20. $p\ (1{,}5<X<2)$.

9. Приводятся эмпирические данные (с округлением) случайной величины

X, имеющей нормальное распределение. Интервал (α, β), содержащий все наблюдаемые значения x_i, разделить на 5 равных частей и построить гистограмму относительных частот.

Замечание. (α, β) – интервал наименьшей длины, а α и β – целые числа.

9.1.

x_i	3,1	3,7	4,3	4,9	5,5	6,1	6,7	7,3	7,9	8,5
n_i	3	12	17	22	24	26	23	19	12	2

9.2.

x_i	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8
n_i	4	8	10	13	16	14	11	10	9	5

9.3.

x_i	2,9	3,7	4,5	5,3	6,1	6,9	7,7	8,5	9,3	10,1
n_i	12	24	30	39	48	42	33	30	27	15

9.4.

x_i	-1,6	-1,1	-0,6	-0,1	0,4	0,9	1,4	1,9	2,4	2,9
n_i	5	14	19	24	26	28	25	21	14	4

9.5.

x_i	-1,9	-1,3	-0,7	-0,1	0,5	1,1	1,7	2,3	2,9	3,5
n_i	8	16	20	26	32	28	22	20	18	10

9.6.

x_i	3,4	4,2	5,0	5,8	6,6	7,4	8,2	9,0	9,8	10,6
n_i	12	24	30	39	48	42	33	30	27	15

9.7.

x_i	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,7	3,9
n_i	8	16	20	26	32	28	22	20	18	10

9.8.

x_i	5,1	5,7	6,3	6,9	7,5	8,1	8,7	9,3	9,9	10,5
n_i	3	12	17	22	24	26	23	19	12	2

9.9.

x_i	3,3	3,7	4,1	4,5	4,9	5,3	5,7	6,1	6,5	6,9
n_i	4	8	10	13	16	14	11	10	9	5

9.10.

x_i	0,4	0,9	1,4	1,9	2,4	2,9	3,4	3,9	4,4	4,9
n_i	5	14	19	24	26	28	25	21	14	4

9.11.

x_i	2,6	3,2	3,8	4,4	5,0	5,6	6,2	6,8	7,4	8,0
n_i	3	12	17	22	24	26	23	19	12	2

9.12.

x_i	0,2	0,6	1,0	1,4	1,8	2,2	2,6	3,0	3,4	3,8
n_i	4	8	10	13	16	14	11	10	9	5

9.13.

x_i	0,9	1,7	2,5	3,3	4,1	4,9	5,7	6,5	7,3	8,1
n_i	12	24	30	39	48	42	33	30	27	15

9.14.

x_i	2,4	2,9	3,4	3,9	4,4	4,9	5,4	5,9	6,4	6,9
n_i	5	14	19	24	26	28	25	21	14	4

9.15.

x_i	-3,9	-3,3	-2,7	-2,1	-1,5	-0,9	-0,3	0,3	0,9	1,5
n_i	8	16	20	26	32	28	22	20	18	10

9.16.

x_i	3,9	4,7	5,5	6,3	7,1	7,9	8,7	9,5	10,3	11,1
n_i	12	24	30	39	48	42	33	30	27	15

9.17.

x_i	5,1	5,3	5,5	5,7	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9
n_i	8	16	20	26	32	28	22	20	18	10

9.18.

x_i	1,5	2,1	2,7	3,3	3,9	4,5	5,1	5,7	6,3	6,9
n_i	3	12	17	22	24	26	23	19	12	2

9.19.

x_i	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	6,4	6,8	7,2	7,6	8,0
n_i	4	8	10	13	16	14	11	10	9	5

9.20.

x_i	6,4	6,9	7,4	7,9	8,4	8,9	9,4	9,9	10,4	10,9
n_i	5	14	19	24	26	28	25	21	14	4

10. Используя данные предыдущей задачи, найти методом моментов точечные оценки параметров a и σ нормального распределения. Записать функцию $f(x)$.

Замечания:

1. Результаты вычислений $\overline{x}_в$ и $D_в$ записывать с двумя десятичными знаками (например, $\overline{x}_в = 2,57$).

2. Рекомендуется величину $D_в$ вычислять по формуле

$$D_в = \overline{x^2} - (\overline{x})^2,$$

где

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} n_i x_i}{n} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \ldots + n_{10} x_{10}}{n},$$

$$\overline{x^2} = \frac{\sum_{i=1}^{10} n_i x_i^{\,2}}{n} = \frac{n_1 x_1^{\,2} + n_2 x_2^{\,2} + \ldots + n_{10} x_{10}^{\,2}}{n}.$$