Практическое занятие №1

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

Напряжение на зажимах цепи, номер которой соответствует последней цифре варианта студента и изображенной на рис. 1, изменяется по закону $u = U_m \sin \omega t$. Значение напряжения U, значения активных сопротивлений r_1 , r_2, r_3 , индуктивностей катушек L_1, L_2, L_3 и емкостей конденсаторов C_1 , C_2 , C_3 приведены в табл. 1 (определяется первой цифрой варианта, для вариантов 1-10 первая цифра равна нулю).

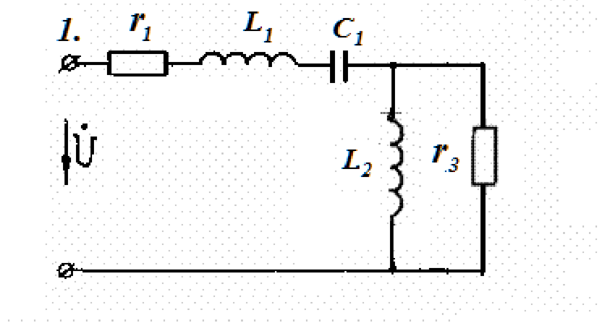
Частота питающего напряжения f = 50 Гц.

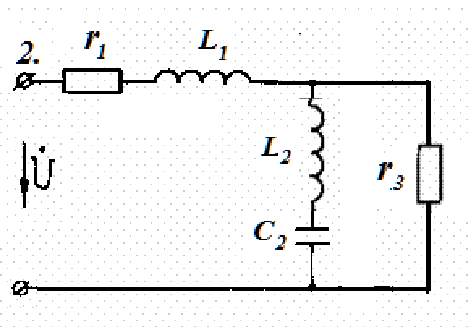
Требуется:

1. Определить комплексным методом действующие значения токов всех ветвей.
2. По полученным комплексным значениям токов ветвей записать выражения для их мгновенных значений.
3. Определить активную и реактивную мощности источника и приемников.
4. Составить баланс активных и реактивных мощностей и оценить погрешность расчета.
5. Построить векторную диаграмму токов и напряжений.

Таблица 1

1-ая ц. в.	**U, В**	**r_1, Ом**	**L_1, мГн**	**C_1, мкФ**	**r_2, Ом**	**L_2, мГн**	**C_2, мкФ**	**r_3, Ом**	**L_3, мГн**	**C_3, мкФ**
1	220	5	20	400	10	20	300	11	30	300
2	380	9	35	200	12	30	200	15	60	300
3	127	5	10	700	6	20	600	8	40	400
4	220	6	20	600	11	30	500	8	50	300
5	220	7	25	500	9	25	400	10	30	400
6	127	6	15	900	7	15	800	8	30	500
7	380	9	30	300	10	35	300	15	50	200
8	380	8	30	200	12	40	400	12	60	200
9	127	6	10	800	8	20	700	11	20	600
0	220	9	20	400	10	30	600	9	40	300





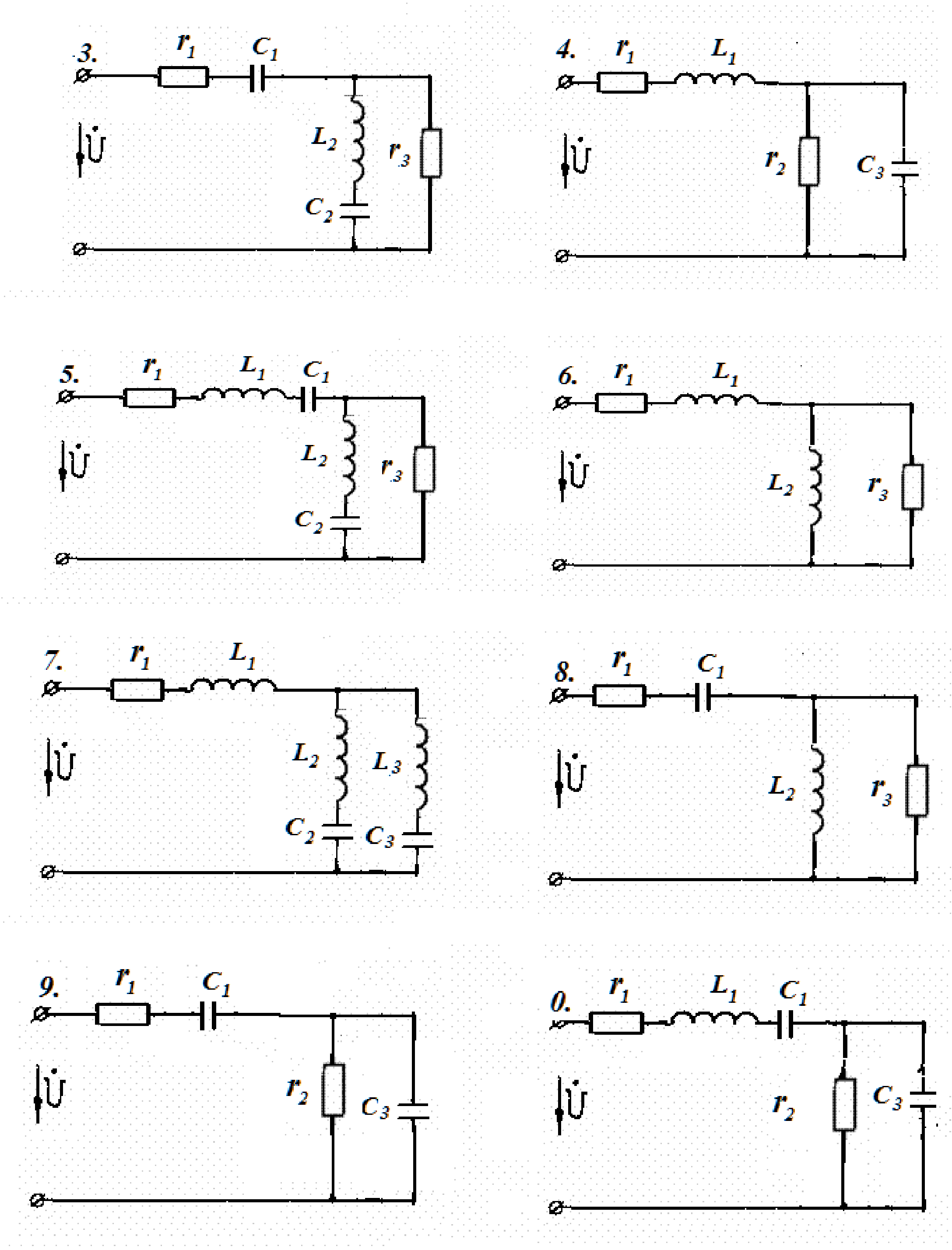


Рис. 1

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ

В комплексном методе расчёта электрических цепей синусоидального тока величины ЭДС, напряжений, токов, сопротивлений, проводимостей и мощностей представляют комплексными числами. При этом комплексные значения параметров, изменяющихся по гармоническому закону, обозначают соответствующими прописными буквами, над которыми ставят точку: $\dot{E}, \dot{U}, \dot{I}$. Для обозначения модулей этих величин применяют те же буквы, но без точек над ними E, U, I.

Комплекс полного сопротивления обозначают прописной буквой $\underline{Z}$, а комплекс полной проводимости – буквой $\underline{Y}$. Модули этих величин обозначают соответствующими строчными буквами z и y. Комплексные числа записываются в одной из следующих форм

$\dot{A} = a + j \cdot b$ – алгебраическая форма;

$\dot{A} = A \cdot (\cos\alpha + j \cdot \sin\alpha)$ – тригонометрическая форма;

$\dot{A} = A \cdot e^{j \cdot \alpha}$ – показательная форма,

где $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ – модуль комплексного числа;

$\alpha = \mathrm{arctg}(b / a)$ – аргумент комплексного числа;

$j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Если напряжение и ток являются синусоидальными функциями времени

$u = U_m \cdot \sin(\omega t + \psi_u)$;

$i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$,

то эти величины в комплексной форме запишутся так

$\dot{U} = U \cdot e^{j \cdot \psi_u}$ и $\dot{I} = I \cdot e^{j \cdot \psi_i}$,

где $U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$ и $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$ – действующие значения напряжения и тока.

Комплекс полного сопротивления участка цепи, состоящего из последовательно включенных r, L и **C**,

$$\underline{Z} = r + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = r + j \cdot (\omega L - \frac{1}{\omega C}) = r + jx = z \cdot e^{j \cdot \varphi}$$

где $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ – модуль комплексного сопротивления,

$\varphi = \mathrm{arctg}(x / r)$ – аргумент комплексного сопротивления.

Для расчёта цепей синусоидального переменного тока комплексным методом применяются все методы, известные из теории электрических цепей постоянного тока. Отличие состоит в том, что вместо действительных чисел, соответствующих токам, напряжениям и сопротивлениям в цепях постоянного тока, при расчёте цепей переменного тока используются комплексные числа. При умножении и делении комплексных чисел необходимо использовать показательную форму записи, а при сложении и вычитании - алгебраическую форму.

Пример. Для электрической цепи, заданной на рисунке 2 найти действующие значения токов и напряжений на всех участках цепи, активные, реактивные и полные мощности всей цепи и отдельных участков с проверкой баланса мощностей; построить векторную диаграмму токов и напряжений.

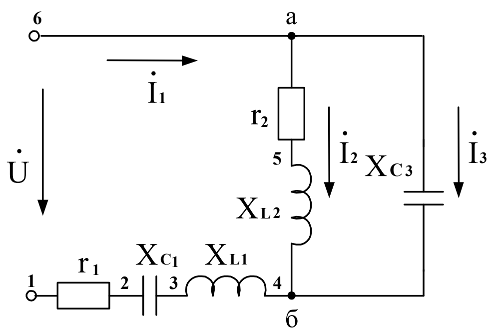


Рис. 2

Дано: $U = 380$ В, $r_1 = 6$ Ом, $X_{L1} = 12$ Ом, $X_{C1} = 4$ Ом, $r_2 = 10$ Ом, $X_{L2} = 8$ Ом, $X_{C3} = 6$ Ом.

Решение. Записываем комплексы сопротивлений ветвей

$\underline{Z}_1 = r_1 + jX_{L1} - jX_{C1} = 6 + j8 = 10 \cdot e^{j53,1^0}$ Ом,

$\underline{Z}_2 = r_2 + jX_{L2} = 10 + j8 = 12,8 \cdot e^{j38,7^0}$ Ом,

$\underline{Z}_3 = -jX_{C3} = -j6 = 6 \cdot e^{-j90^0}$ Ом.

Найдём комплекс полного сопротивления цепи

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = 9,6 \cdot e^{j7,9^0} \text{ Ом.}$$

Приняв $\dot{U} = U$, найдем токи и напряжения отдельных участков

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = 39,6 \cdot e^{-j7,9^0} \text{ А},$$

$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot \underline{Z}_1 = 396 \cdot e^{j45,2^0}$ В,

$\dot{U}_{аб} = \dot{U} - \dot{U}_1 = 298,5 \cdot e^{-j70,2^0}$ В,

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{аб}}{\underline{Z}_2} = 23,3 \cdot e^{-j108,9^0} \text{ А}, \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{аб}}{\underline{Z}_3} = 49,8 \cdot e^{j19,8^0} \text{ А}.$$

Комплекс полной мощности источника $\underline{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I}_1 = P + jQ$,

где $\overset{*}{I}_1 = 39,6 \cdot e^{j7.9^\circ}$ А – комплексно-сопряжённый ток.

Откуда $P = 14905$ Вт; $Q = 2068$ Вар.

Аналогично находят комплексы полных мощностей участков цепи $\underline{S}_1, \underline{S}_2$ и $\underline{S}_3$, при этом должно выполняться равенство

$\underline{S} = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$.

Для построения топографической диаграммы вычислим напряжения на всех элементах цепи:

$$\dot{U}_{r1} = \dot{I}_1 \cdot r_1 = 39{,}6 \cdot e^{-j7{,}9^0} \cdot 6 = 237{,}6 \cdot e^{-j7{,}9^0} \text{ В};$$
$$\dot{U}_{C1} = \dot{I}_1 \cdot (-jX_{C1}) = 39{,}6 \cdot e^{-j7{,}9^0} \cdot 4 \cdot e^{-j90^0} = 158{,}4 \cdot e^{-j97{,}9^0} \text{ В};$$
$$\dot{U}_{L1} = \dot{I}_1 \cdot jX_{L1} = 39{,}6 \cdot e^{-j7{,}9^0} \cdot 12 \cdot e^{j90^0} = 475{,}2e^{j82{,}1^0} \text{ В};$$
$$\dot{U}_{L2} = \dot{I}_2 \cdot jX_{L2} = 23{,}3 \cdot e^{-j108{,}9^0} \cdot 8 \cdot e^{j90^\circ} = 186{,}4 \cdot e^{-j18{,}9^0} \text{ В};$$
$$\dot{U}_{r2} = \dot{I}_2 \cdot r_2 = 23{,}3 \cdot e^{-j108{,}9^0} \cdot 10 = 233 \cdot e^{-j108{,}9^0} \text{ В};$$
$$\dot{U}_{C3} = \dot{I}_3 \cdot (-jX_{C3}) = 49{,}8 \cdot e^{j19{,}8^0} \cdot 6 \cdot e^{-j90^0} = 298{,}8 \cdot e^{-j70{,}2^0} \text{ В}.$$

Задавшись масштабом, отложим на комплексной плоскости векторы токов $\dot{I}_1, \dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$ (рис. 2.2) . Сумма векторов токов $\dot{I}_2$ и $\dot{I}_3$ равна вектору тока $\dot{I}_1$.

Примем потенциал точки 1 равным нулю $\dot{\varphi}_1 = 0$ и поместим эту точку в начало координат. Затем определим комплексные потенциалы остальных точек, обходя схему навстречу положительному направлению токов.

Комплексный потенциал точки 2 равен $\dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_1 + \dot{I}_1 \cdot r_1 = \dot{I}_1 \cdot r_1$. Построив из точки 1 вектор напряжения на резисторе r_1 (совпадает по направлению с током $\dot{I}_1$), получим на диаграмме точку 2.

Комплексный потенциал точки 3 - $\dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_2 + \dot{I}_1 \cdot (-jX_{C1})$. Построив из точки 2 вектор $\dot{I}_1 \cdot (-jX_{C1})$ ёмкостного напряжения (по фазе отстаёт от тока $\dot{I}_1$ на 90°), получим на диаграмме точку 3.

Комплексный потенциал точки 4 - $\dot{\varphi}_4 = \dot{\varphi}_3 + \dot{I}_1 \cdot jX_{L1}$. Построив из точки 3 вектор индуктивного напряжения $\dot{I}_1 \cdot jX_{L1}$ (по фазе опережает ток $\dot{I}_1$ на 90°), получим точку 4. Аналогично определяем комплексные потенциалы точек 5 и 6.

Вектор, соединяющий точку 1 с точкой 6 и направленный из точки 1 к точке 6, изображает напряжение $\dot{U}$ на зажимах цепи. Вектор, проведённый из начала координат в какую - либо точку диаграммы, изображает комплексный потенциал соответствующей точки цепи.

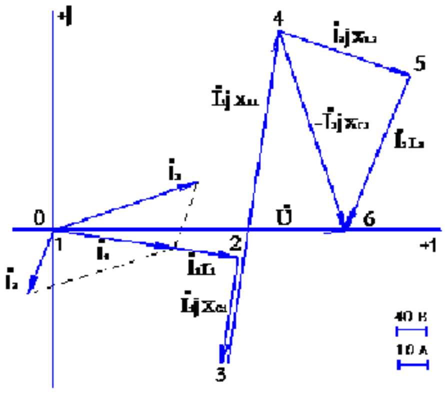


Рис. 3