Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Северный (Арктический) федеральный университет
имени М.В. Ломоносова»

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СПОСОБ ПОЛУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕРЖАЩЕЙ СИЛЫ ЯКОРЕЙ НА ОСНОВЕ ПОЛНЫХ ФАКТОРНЫХ ПЛАНОВ

Методические указания
к выполнению курсовой работы

Архангельск
ИПЦ САФУ
2012

Рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова

Составители:

Д.А. Штаборов, ассистент;
П.Н. Перфильев, кандидат технических наук, доцент

Рецензент

О.В. Муравьева, кандидат технических наук, доцент

В методических указаниях рассмотрен метод планирования и проведения эксперимента на основе полного факторного плана при трех факторах варьирования, показаны статистическая обработка результатов эксперимента и получение уравнения регрессии в условном и натуральном масштабах.

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки 250400 «Технология лесозаготовительных и деревоперерабатывающих производств».

© Северный (Арктический) федеральный университет им. М.В. Ломоносова, 2012

Теоретические основы

Работа сооружений на реках при соблюдении правил эксплуатации обеспечивается в первую очередь надежностью их крепления. Проблема крепления сооружений стоит достаточно остро. Это объясняется разнообразием нагрузок, различными геологическими и гидрологическими условиями. Так, для русла и поймы р. Северной Двины характерно содержание мелких песков средней плотности, а р. Онега имеет преимущественно каменистое дно. В то же время на любой реке есть участки из глинистых грунтов, плывунов и пр. Естественно, что для различных условий требуются и разные опоры.

До недавнего времени в качестве русловых опор применялись преимущественно свайные кусты, однорогие и двурогие сплавные якоря, реже якоря Матросова и винтовые якоря [1]. Из названных опор наиболее эффективными являются якоря Матросова и винтовые. Однако применяются они крайне ограниченно из-за сложности изготовления и малых поставок первых и большой сложности установки вторых. В связи с чем сложилась вынужденная практика крепления сооружений на реках преимущественно за береговые опоры. Русловые опоры при этом играют вспомогательную роль. В таких условиях при колебаниях горизонтов воды расходуются значительные дополнительные средства на перестановку сооружений (плотостоянок, дебаркадеров и др.), требуется неоправданно большое количество стальных канатов. Однако избежать аварийных ситуаций, обсушки и потерь древесины зачастую не удается.

Из большого количества опор лесосплавных сооружений для оборудования плотового сплава находят применение опоры преимущественно анкерного и гравитационно-анкерного типов с держащей силой до 300...400 кН.

В общем случае по характеру взаимодействия с грунтом все опоры можно подразделить на гравитационные, анкерные и гравитационно-анкерные.

Гравитационные опоры воспринимают горизонтальные нагрузки за счет силы трения опоры по основанию.

Анкерные опоры работают за счет силы сопротивления сдвигу грунтового массива.

Гравитационно-анкерные опоры держащее усилие обеспечивают за счет силы трения о грунт и за счет сопротивления сдвигу грунтового массива.

В зависимости от места установки различают опоры береговые и русловые. Русловые опоры, в свою очередь, делятся на незатопляемые и затопляемые (донные).

При выборе того или иного типа опор, кроме несущей способности, необходимо учитывать назначение сооружения, его местоположение (возможности доставки и установки опор), грунтовые и гидрологические условия. При учете грунтовых условий следует иметь в виду, что все опоры лучше работают на песчаных грунтах, плохо – на слабых грунтах и особенно плохо – на плывунах. В последнем случае нужно или менять место сооружения, или применять анкерные опоры, устанавливая их на большой глубине в плотных грунтах. На затопляемых берегах предпочтение необходимо отдавать опорам анкерного типа.

Для устройства опор и установки такелажа, их надежной, безаварийной и долговечной эксплуатации используются различные устройства, в том числе: кнехтовые, устройства для отдачи плотов, специальные трубы для забивки якорей, буйки для поддержания шейм якорей и др.

В практических условиях лесосплава применяется большое количество опор разных конструкций и назначения. Исторически сложилось так, что конструкции опор разрабатывались главным образом для крепления основных лесосплавных гидротехнических сооружений – запаней и сплоточно-формировочных рейдов, поэтому большинство этих опор представляют собой массивные дорогостоящие сооружения с длительным сроком эксплуатации. Значительная же часть плотостоянок являются сооружениями вспомогательного характера с небольшим сроком эксплуатации, часто возводимыми на труднодоступных участках рек. Определенную сложность для сооружения береговых опор в таких условиях представляет согласование по отчуждению земли на берегах рек. В связи с этим для крепления плотостоянок и других сооружений, применяемых при плотовом сплаве, требуются по возможности недорогие опоры, мобильные с точки зрения транспортировки и монтажа, высокоэффективные и надежные в работе.

Для решения названной проблемы были разработаны и внедрены в производство опоры (якоря) двойного назначения ЯС-15, -30, -150, -170, -200 (применяются в качестве русловых и береговых опор) и якоря запашного типа ЦЛС-19 (рис. 1–3) [2].

Достоинством якорей типа ЯС являются их невысокие требования к прочности противокоррозионного покрытия. Это объясняется тем, что якорь при забивке находится внутри трубы, и покрытие не сдирается грунтом, как это имеет место в других конструкциях якорей и анкеров [2].

По держащей силе якоря ЦЛС-19 превосходят известные конструкции якорей той же массы и назначения более чем в два раза, поскольку якорь запахивается в грунт двумя лапами. Причем нижняя лапа за счет стоек смещена вниз от веретена и обладает повышенной держащей силой (рис. 4).

Рис. 1. Внешний вид якоря ЯС-15

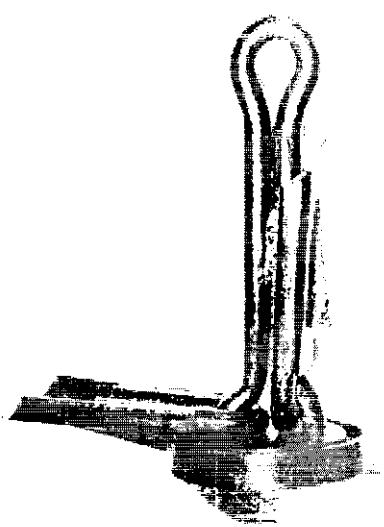
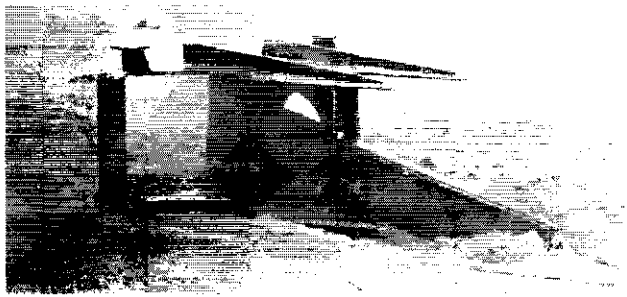
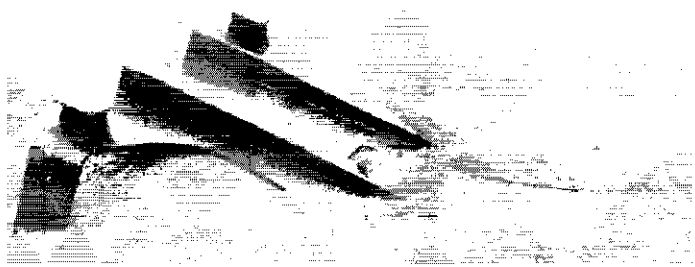


Рис. 2. Внешний вид якоря ЯС-200 (одна лапа поднята)



а



б

Рис. 3. Якорь ЦЛС-19:
а – внешний вид; *б* – в процессе запахивания

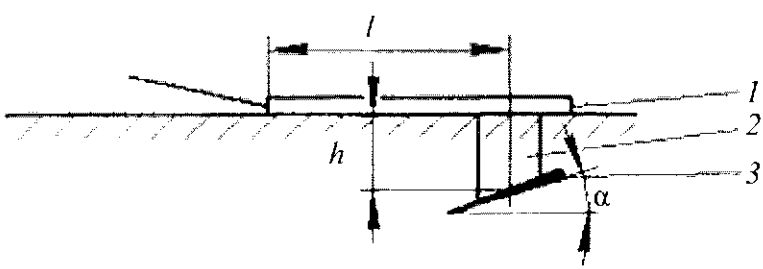


Рис. 4. Схема запашного якоря со смещенной лапой:
1 – веретено; 2 – стойка; 3 – лапа

На держащую силу якорей P наибольшее влияние оказывают три фактора: длина веретена l, длина стойки h и угол атаки лапы α.

Планирование и проведение эксперимента

При планировании эксперимента назначают уровни варьирования факторов в каждом опыте, определяют общее чисто опытов N и необходимое число повторений в каждом опыте n.

При исследовании запашных якорей используют полный план трехфакторного эксперимента [3]. Входными факторами (x) являются α, l, h, выходным параметром (y) – держащая сила F. Входные факторы задаются интервалами варьирования. Верхний уровень факторов варьирования обозначают +1, нижний –1.

Количество опытов рассчитывают по формуле

$$N = 2^k,$$

где k – число факторов варьирования.

Эксперимент проводят в грунтовом опытовом бассейне (рис. 5) в следующей последовательности:

1) измеряют максимальные и минимальные значения входных факторов якоря;

2) устанавливают входные факторы якоря согласно плану эксперимента (табл. 1) и выполняют эксперимент;

3) для заданных значений входных факторов измеряют значение держащей силы якоря по динамометру и записывают в табл. 1;

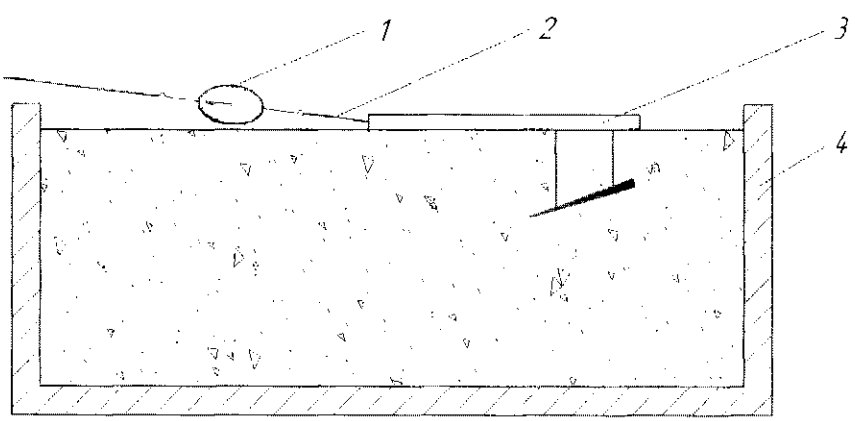


Рис. 5. Схема экспериментальной установки:
1 – динамометр; 2 – канат; 3 – якорь; 4 – грунтовый опытовый бассейн

4) для достижения необходимой точности каждый опыт повторяют пять раз;

5) определяют среднее значение из пяти значений держащей силы по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}.$$

Таблица 1. Измерение держащей силы якоря

№ опыта	Входные факторы			Выходные параметры					$\bar{y}$
	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	
1	+I	+I	+I						
2	–I	+I	–I						
3	+I	–I	–I						
4	–I	I	+I						
5	+I	+I	–I						
6	–I	+I	+I						
7	+I	–I	+I						
8	–I	I	–I						

Получение уравнения регрессии

Математическая модель (уравнение регрессии), получаемая при реализации плана полного трехфакторного эксперимента, имеет вид ряда Тейлора [4]:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{1,2}x_1x_2 + b_{1,3}x_1x_3 + +b_{2,3}x_2x_3 + \\ + b_{1,2,3}x_1x_2x_3, \qquad (1)$$

где b_0, b_1, b_2, b_3 – коэффициенты при линейных членах;

$b_{1,2}$, $b_{1,3}$, $b_{2,3}$ коэффициенты, характеризующие взаимодействия первого порядка;

$b_{1,2,3}$ – коэффициент, характеризующий взаимодействия третьего порядка;

По результатам опытов с использованием расчетной матрицы (табл. 2) находят все коэффициенты уравнения регрессии.

Таблица 2. Расчетная матрица для определения коэффициентов уравнения регрессии

Номер опыта	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$\bar{y}_i$
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$\bar{y}_1$
2	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1	$\bar{y}_2$
3	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1	$\bar{y}_3$
4	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	$\bar{y}_4$
5	+1	+1	+1	–1	+1	–1	–1	+1	$\bar{y}_5$
6	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1	$\bar{y}_6$
7	+1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	+1	$\bar{y}_7$
8	+1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	+1	$\bar{y}_8$
	b_0	b_1	b_2	b_3	$b_{1,2}$	$b_{1,3}$	$b_{2,3}$	$b_{1,2,3}$	

Фактор x_0 введен как вспомогательный для определения коэффициента b_0.

Значения выходного параметра $\bar{y}_1$, $\bar{y}_2$, $\bar{y}_3$, ..., $\bar{y}_8$ подсчитывают как среднее арифметическое значение серии. Для нашего случая это средние арифметические значения держащей силы якоря в каждом опыте $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, $\overline{F_3}$, ..., $\overline{F_8}$.

Коэффициенты уравнения регрессии рассчитывают по формулам [3]:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_0}{N}; \quad b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_1}{N}; \quad b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_2}{N};$$

$$b_3 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_3}{N}; \quad b_{1,2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_1 x_2}{N}; \quad b_{1,3} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_1 x_3}{N};$$

$$b_{2,3} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_2 x_3}{N}; \quad b_{1,2,3} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \bar{y}_i x_1 x_2 x_3}{N}.$$

Например, формула для определения коэффициента $b_{2,3}$ выглядит следующим образом:

$$b_{2,3} = \frac{\bar{y}_1(+1) + \bar{y}_2(-1) + \bar{y}_3(+1) + \bar{y}_4(-1) + \bar{y}_5(-1) + \bar{y}_6(+1)}{8} + \\ + \frac{\bar{y}_7(-1) + \bar{y}_8(+1)}{8}.$$

Приведенная методика определения коэффициентов уравнения регрессии справедлива для любого числа факторов, изменять нужно только расчетную матрицу.

Статистическая обработка результатов эксперимента

Статистическую обработку результатов эксперимента начинают с оценки воспроизводимости опытов. После этого определяют значимость полученных коэффициентов уравнения регрессии и проверяют адекватность уравнения регрессии экспериментальным данным.

Оценка воспроизводимости (однородности) опытов

Оценку воспроизводимости опытов выполняют с целью определения точности постановки эксперимента.

Для каждого опыта по результатам серии экспериментов подсчитывают значение построчной дисперсии

$$S_j^2 = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2 , \qquad (2)$$

где y_i, $\bar{y}$ – держащая сила в каждом конкретном эксперименте серии и ее среднее арифметическое значение соответственно.

Затем для всех восьми опытов определяют сумму квадратов ошибок (сумму построчных дисперсий)

$$S_\Sigma = \sum_{i=1}^{N} S_j^2.$$

Дисперсию, характеризующую ошибку эксперимента, находят по формуле

$$S^2 = \frac{S_\Sigma}{N(n-1)}.$$

Для оценки воспроизводимости опытов вычисляют экспериментальное значение числа Кохрена

$$G = \frac{S^2_{\max}}{S_\Sigma},$$

где $S^2_{\max}$ наибольшее значение из построчных дисперсий, определенных по уравнению (2).

G сравнивают с табличным значением критерия $G_т$:

$$G < G_т. \qquad (3)$$

Табличные значения числа Кохрена для уровня значимости $q = 0{,}05$ приведены в прил. 1.

Если условие (3) выполняется, то можно говорить об однородности дисперсий опытов, то есть все ошибки примерно одного порядка и допустимой величины. Невыполнение условия (3) указывает на наличие грубых ошибок, способных исказить конечный результат. В этом случае нужно увеличить точность измерений, число повторений и провести новый эксперимент.

Необходимо отметить, что приведенный метод оценки воспроизводимости опытов можно применять только при равном числе повторений в каждом опыте [4].

Оценка значимости коэффициентов уравнения регрессии

Уравнение регрессии (1) имеет восемь коэффициентов b_i. В каждом конкретном случае значимость этих коэффициентов и их влияние на выходной параметр y могут быть различными. Оценка значимости позволяет выявить так называемые незначимые коэффициенты, то есть те, которые в уравнении регрессии можно приравнять к нулю. Оценку значимости проводят с помощью критерия Стьюдента t.

Для каждого коэффициента b_i определяют экспериментальное отношение

$$t_э = \frac{|b_i|}{\sqrt{S_b^2}},$$

где $|b_i|$ абсолютное значение исследуемого коэффициента регрессии;

S_b^2 – дисперсия, характеризующая ошибку определения коэффициентов (среднеквадратичное отклонение),

$$S_b^2 = \frac{S^2}{nN}.$$

Полученные значения $t_э$ сравнивают с табличными t, приведенными в прил. 2.

Коэффициенты уравнения регрессии b_i, для которых выполняется условие

$$t_э < t,$$

являются незначимыми, и в уравнении регрессии приравниваются к нулю (исключаются из уравнения регрессии), так как значения этих коэффициентов соизмеримы с ошибкой определения b_i.

Далее записывают уравнение регрессии (1) без учета незначимых коэффициентов.

Например, если незначимы коэффициенты b_1 и $b_{2,3}$, тогда уравнение регрессии (1) примет вид

$$y = b_0 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{1,2}x_1x_2 + b_{1,3}x_1x_3 + b_{1,2,3}x_1x_2x_3. \quad (4)$$

Проверка адекватности уравнения регрессии опытным данным

Проверку адекватности уравнения регрессии выполняют в том случае, когда в уравнении регрессии присутствуют незначимые коэффициенты b_i. Во всех остальных случаях проверку не производят.

Результаты проверки позволяют сделать вывод о пригодности полученного уравнения регрессии для описания конструкции запашного якоря.

Проверка на адекватность позволяет подтвердить гипотезу об однородности дисперсии адекватности $S^2_{ад}$ и дисперсии, характеризующей ошибку эксперимента, S^2.

Дисперсию адекватности определяют по формуле

$$S^2_{ад} = \frac{n\sum_{i=1}^{N}(\tilde{y} - \bar{y})^2}{L},$$

где $\tilde{y}$ – держащая сила якоря в каждом из восьми опытов, подсчитанная по уравнению регрессии (1);

L – число незначимых коэффициентов уравнения регрессии.

Например, для третьего опыта (см. табл. 2)

$$\tilde{y} = b_0 + b_1(+1) + b_2(-1) + b_3(-1) + b_{1,2}(-1) + b_{1,3}(-1) + b_{2,3}(+1) + \\ + b_{1,2,3}(+1).$$

Для оценки адекватности находят экспериментальное значение числа Фишера по формуле

$$F_э = \frac{S^2_{ад}}{S^2}$$

и сравнивают его с табличным значением:

$$F_э \le F_т. \qquad (5)$$

Табличные значения числа Фишера для уровня значимости $q = 0{,}05$ приведены в прил. 3.

Если условие (5) выполняется, то полученное уравнение регрессии адекватно описывает экспериментальные данные. Однако нужно иметь в виду, что при $S^2_{ад} < S^2$ вывод об адекватности можно сделать и без определения критерия Фишера [4].

При невыполнении условия (5) есть два способа достижения адекватности. В первом случае сужают интервал варьирования

факторов и повторяют эксперимент. Но следует помнить, что новое уравнение, даже если оно будет адекватным, справедливо лишь для узкого диапазона интервала измерения факторов и может оказаться непригодным в качестве математической модели. Во втором случае, используя ряд Тейлора, увеличивают число членов уравнения регрессии добавлением членов более высокого порядка.

Перевод уравнения регрессии из условного масштаба в натуральный

Для удобства применения полученного уравнения регрессии (4) на практике требуется перевести его из условного масштаба измерения в натуральный. Для этого факторы в натуральном масштабе обозначают X, их пределы варьирования от $X_{\min}$ до $X_{\max}$. Переход от условного масштаба к натуральному осуществляют по формуле

$$x = \frac{X - X^0}{\Delta X}, \tag{6}$$

где $X^0 = \frac{X_{\min} + X_{\max}}{2}$, $\Delta X = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{2}$.

Например, для угла атаки лап якоря α

$$X^0 = \frac{15^\circ + 30^\circ}{2} = 22{,}5^\circ, \quad \Delta X = \frac{30^\circ - 15^\circ}{2} = 7{,}5^\circ.$$

С учетом формулы (6) уравнение (4) можно представить в следующем виде:

$$y = b_0 + b_2 \frac{X_2 - X_2^0}{\Delta X_2} + b_3 \frac{X_3 - X_3^0}{\Delta X_3} + b_{1,2} \frac{X_1 - X_1^0}{\Delta X_1} \frac{X_2 - X_2^0}{\Delta X_2} +$$
$$+ b_{1,3} \frac{X_1 - X_1^0}{\Delta X_1} \frac{X_3 - X_3^0}{\Delta X_3} + b_{1,2,3} \frac{X_1 - X_1^0}{\Delta X_1} \frac{X_2 - X_2^0}{\Delta X_2} \frac{X_3 - X_3^0}{\Delta X_3}.$$

После окончания расчета следует произвести проверку на компьютере. Пример расчета приведен в прил. 4. При выполнении

проверки, после ввода всех коэффициентов уравнения регрессии, максимальных и минимальных значений входных факторов α, l, h, необходимо в программе после строки ComplexExpanded[y] нажать сочетание клавиш Shift + Enter. Программа рассчитает уравнение регрессии применительно к натуральному масштабу. Если в полученном уравнении значения коэффициентов уравнения регрессии будут дробными числами, тогда в программе после строки N[%] следует также нажать сочетание клавиш Shift + Enter. Программа снова рассчитает уравнение регрессии, значения коэффициентов в котором не будут являться дробными числами.

В выводе к выполненной работе необходимо проанализировать информацию, которую дает уравнение регрессии применительно к полученной зависимости:

1) полученная зависимость (4) может использоваться в качестве как уравнения регрессии (расчетной формулы), так и математической модели в задаче оптимизации;

2) по знаку коэффициентов уравнения регрессии можно сделать вывод о том, как данный фактор влияет на выходной параметр;

3) по значениям коэффициентов уравнения регрессии можно выяснить степень влияния конкретного фактора на выходной параметр;

4) уравнение регрессии позволяет определить значение выходного параметра в любой точке внутри области варьирования факторов;

5) по уравнению регрессии можно построить графики зависимости выходного параметра от любых факторов при постоянном значении остальных факторов.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Квантили распределения Кохрана G_T

N	Уровень значимости $q = 0{,}05$ при $f = n - 1$									
	1	2	3	4	5	6	8	10	36	∞
2	0,999	0,975	0,939	0,906	0,877	0,853	0,816	0,788	0,660	0,500
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,633	0,603	0,475	0,333
4	0,907	0,768	0,684	0,629	0,590	0,560	0,518	0,488	0,372	0,250
5	0,841	0,684	0,598	0,544	0,507	0,478	0,439	0,412	0,307	0,200
6	0,781	0,616	0,532	0,480	0,445	0,418	0,382	0,357	0,261	0,167
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,397	0,373	0,338	0,315	0,228	0,143
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,304	0,283	0,202	0,125
9	0,639	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,277	0,257	0,182	0,111
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,254	0,235	0,166	0,100
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,219	0,202	0,140	0,083
15	0,471	0,335	0,276	0,242	0,220	0,203	0,182	0,167	0,114	0,067
20	0,389	0,271	0,221	0,192	0,174	0,160	0,142	0,130	0,088	0,050
24	0,343	0,235	0,191	0,166	0,149	0,137	0,122	0,111	0,074	0,042
30	0,293	0,198	0,159	0,138	0,124	0,114	0,100	0,092	0,060	0,033
40	0,237	0,158	0,126	0,108	0,097	0,089	0,078	0,071	0,046	0,025
60	0,174	0,113	0,090	0,077	0,068	0,062	0,055	0,050	0,032	0,017
120	0,100	0,063	0,050	0,042	0,037	0,034	0,029	0,027	0,017	0,008
∞	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Квантили распределения Стьюдента *t*

$N(n-1)$	Уровни значимости q						
	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	127,32	636,62
2	1,89	2,92	4,30	6,97	9,93	14,09	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	7,45	12,94
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,37	4,03	4,77	6,86
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,96
7	1,42	1,90	2,37	3,00	3,50	4,03	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	3,83	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,69	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,58	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	3,50	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,06	3,43	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,37	4,22
14	1,34	1,76	2,15	2,62	2,98	3,33	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,29	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,25	4,02
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,22	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,20	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,17	3,88
20	1,33	1,73	2,09	2,53	2,85	3,15	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,14	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,12	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,10	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,09	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,48	2,79	3,08	3,73
26	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78	3,07	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,06	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,05	3,67
29	1,31	1,70	2,04	2,46	2,76	3,04	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,03	3,65
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	2,97	3,55
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	2,91	3,46
120	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62	2,86	3,37
∞	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	2,81	3,29

Приложение 3

Квантили распределения Фишера $F_{\text{т}}$

$N(n-1)$	Уровень значимости $q = 0{,}05$ при L								
	1	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	164,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	18,5	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,8
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,8
22	4,3	3,4	3,1	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,7
28	4,2	3,3	2,9	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,6
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,8	1,5	1,0

Пример перевода уравнения регрессии из условного масштаба в натуральный

$b_0 := 178$

$b_1 := -1$

$b_2 := -0.5$

$b_3 := 16.5$

$b_{12} := 1.5$

$b_{13} := -4.5$

$b_{23} := 6$

$b_{123} := 0$

$\alpha_{min} := 15$

$\alpha_{max} := 30$

$h_{min} := 0.06$

$h_{max} := 0.09$

$L_{min} := 0.19$

$L_{max} := 0.23$

$x_1 := (\alpha - X_{01}) \div \Delta X_1$

$x_2 := (L - X_{02}) \div \Delta X_2$

$x_3 := (h - X_{03}) \div \Delta X_3$

$X_{01} := (\alpha_{min} + \alpha_{max}) \div 2$

$\Delta X_1 := (\alpha_{max} - \alpha_{min}) \div 2$

$X_{03} := (h_{min} + h_{max}) \div 2$

$\Delta X_3 := (h_{max} - h_{min}) \div 2$

$X_{02} := (L_{min} + L_{max}) \div 2$

$\Delta X_2 := (L_{max} - L_{min}) \div 2$

$y := b_0 + b_1 * x_1 + b_2 * x_2 + b_3 * x_3 + b_{12} * x_1 * x_2 + b_{13} * x_1 * x_3 + b_{23} * x_2 * x_3 +$
$+ b_{123} * x_1 * x_2 * x_3$

ComplexExpand[y]

$320.125 - 1891.67\,h - 1437.5\,L + 19166.7\,h\,L + 3.16667\,\alpha - 42.2222\,h\,\alpha$

N[%]

$320.125 - 1891.67\,h - 1437.5\,L + 19166.7\,h\,L + 3.16667\,\alpha - 42.2222\,h\,\alpha$

Список литературы

1. Водный транспорт леса: справочник. – М.: Гослесбумиздат, 1963. – 561 с.

2. *Митрофанов А.А.* Лесосплав. Новые технологии, научное и техническое обеспечение: монография. – Архангельск: Изд-во АГТУ, 2007. – 492 с.

3. *Митрофанов А.А.* Якоря на лесосплаве: метод. указания к лаб. работам. – Архангельск: РИО АЛТИ, 1988. – 25 с.

4. *Митрофанов А.А., Камусин А.А.* Моделирование и оптимизация процессов лесопромышленных производств: учеб. пособие. – Архангельск: Изд-во АГТУ, 2003. – 118 с.

Оглавление

Теоретические основы 3
Планирование и проведение эксперимента 7
Получение уравнения регрессии 8
Статистическая обработка результатов эксперимента 10
Оценка воспроизводимости (однородности) опытов 10
Оценка значимости коэффициентов уравнения регрессии 11
Проверка адекватности уравнения регрессии опытным данным 12
Перевод уравнения регрессии из условного масштаба в натуральный 14
Приложения 16
Список литературы 20

Редактор И.В. Кузнецова
Оригинал-макет И.И. Свищенковой

Подписано в печать 21.06.2012. Формат 60×84/16.
Усл. печ. л. 1,16. Тираж 100 экз. Заказ № 393.

Издательско-полиграфический центр имени В.Н. Булатова
ФГАОУ ВПО САФУ

163060, г. Архангельск, ул. Урицкого, д. 56