

## Изгиб с кручением

### Работа 12

Шкив с диаметром  $D_1$  и с углом наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_1$  делает  $n$  оборотов в минуту и передает мощность  $P$  кВт ( см. рисунок). Два других шкива имеют одинаковый диаметр  $D_2$  и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_2$  и каждый из них передает мощность  $P/2$  . Требуется :

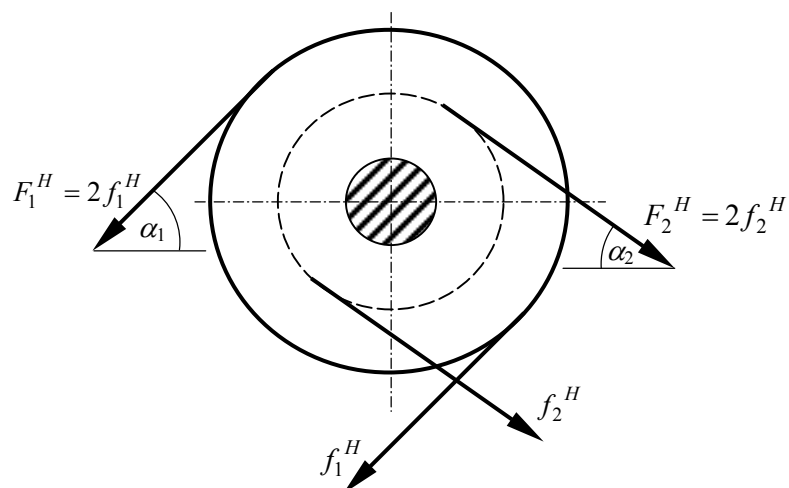
- 1) определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным  $P$  и  $n$  ;
- 2) определить окружные усилия  $F_1^H$  и  $F_2^H$  , действующие на шкивы, по найденным моментам и заданным диаметрам шкивов  $D_1$  и  $D_2$  ;
- 3) определить давления на вал, принимая их равными трем окружным усилиям;
- 4) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);
- 5) построить эпюру крутящих моментов –  $T$  ;
- 6) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил  $M_y$  и от вертикальных сил  $M_z$  ;
- 7) построить эпюру суммарных изгибающих моментов  $M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$  (для каждого поперечного сечения имеется своя плоскость действия суммарного изгибающего момента; но для круглого сечения можно совместить плоскости изгибающих моментов для всех поперечных сечений и построить суммарную эпюру в плоскости чертежа; при построении эпюры надо учесть, что для некоторых участков вала она не будет прямолинейной);
- 8) по эпюрам крутящих моментов  $T$  и изгибающим моментам найти опасное сечение и определить наибольший расчетный момент по третьей теории прочности;
- 9) подобрать диаметр вала  $d$  при  $[\sigma] = 70$  МПа и округлить его значение до ближайшего равного: 30, 45, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм.

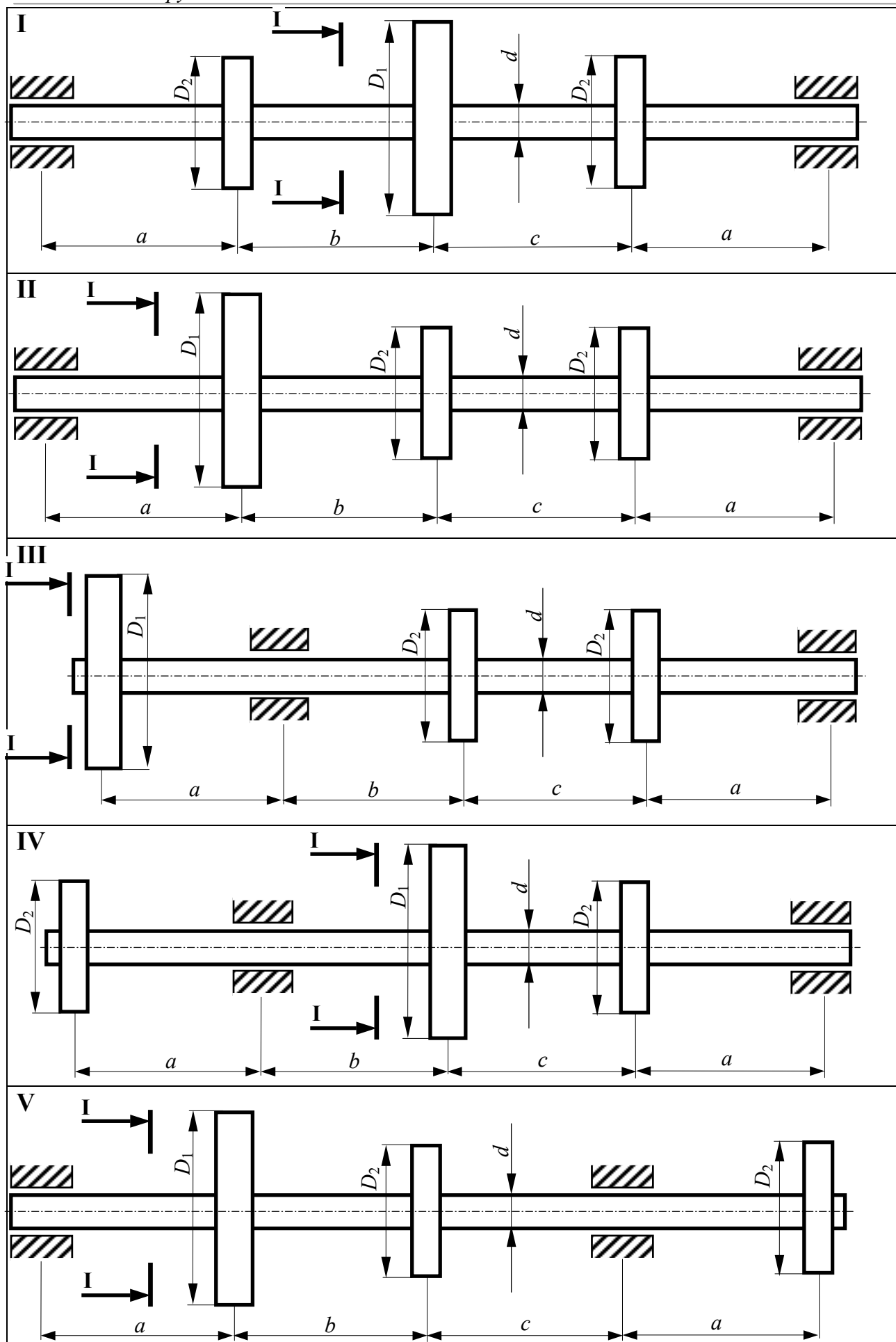
Данные взять из таблицы 12.

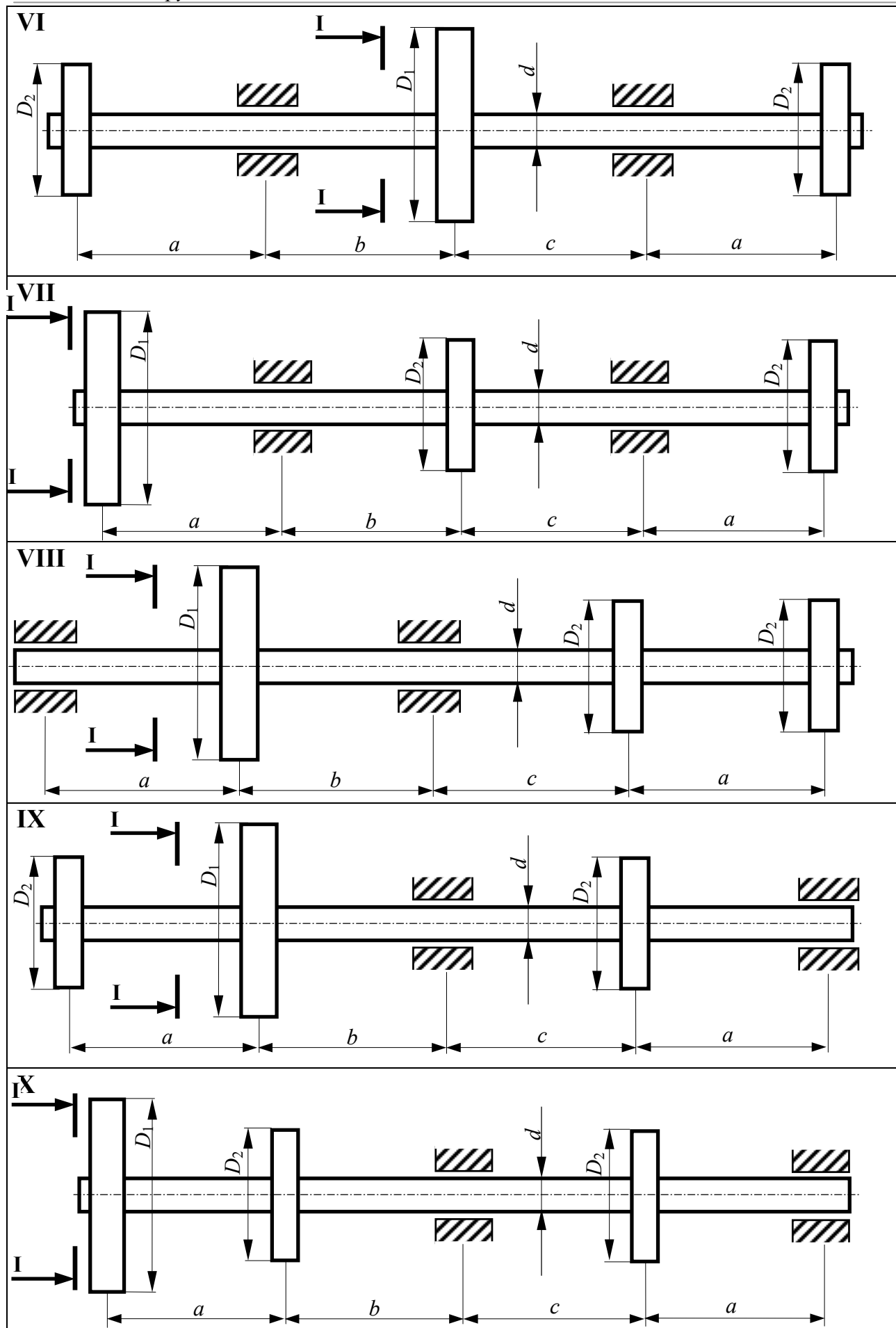
Таблица 12

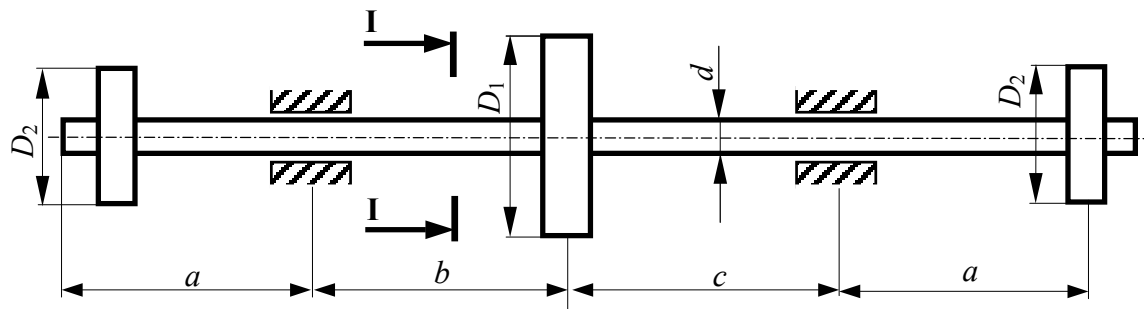
Схема по рис. 1. Последняя цифра Матрикула	Исходные данные. Предпоследняя цифра матрикула	$P$ , кВт	$n$ , об/мин	$a$	$b$	$c$	$D_1$	$D_2$	$\alpha_1$	$\alpha_2$
				$m$						
I	1	10	100	1,1	1,1	1,1	1,1	1,0	10	10
II	2	20	200	1,2	1,2	1,2	1,2	1,1	20	20
III	3	30	300	1,3	1,3	1,3	1,3	1,2	30	30
IV	4	40	400	1,4	1,4	1,4	1,4	1,3	40	40
V	5	50	500	1,5	1,5	1,5	1,5	1,4	50	50
VI	6	60	600	1,6	1,6	1,6	0,6	0,5	60	60
VII	7	70	700	1,7	1,7	1,7	0,7	0,6	70	70
VIII	8	80	800	1,8	1,8	1,8	0,8	0,7	80	80
IX	9	90	900	1,9	1,9	1,9	0,9	0,8	90	90
X	0	100	1000	1,0	1,0	1,0	1,0	0,9	0	0

Сечение I–I

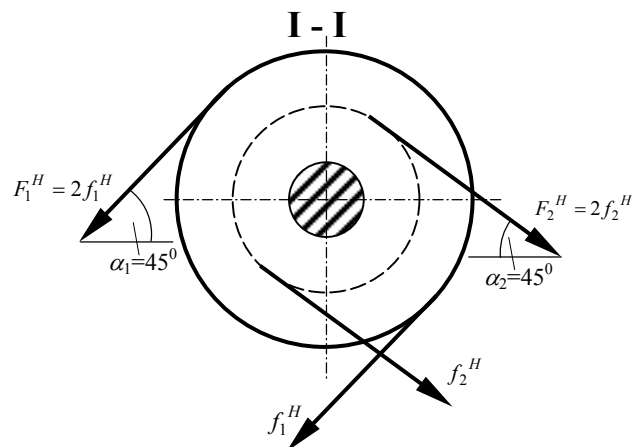






**Пример решения:**

$$\begin{aligned}
 P &= 157 \text{ кВт} \\
 n &= 600 \text{ об/мин} \\
 a &= b = c = 0,6 \text{ м} \\
 D_1 &= 2 \text{ м} \\
 D_2 &= 1,25 \text{ м} \\
 \alpha_1 &= \alpha_2 = 45^\circ
 \end{aligned}$$

1. моменты приложенные к шкивам

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = \frac{30P_1}{\pi n_1} = \frac{30 \cdot 157 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 600} = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м} = 2,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega_1} = \frac{30P_2}{\pi n_1} = \frac{30 \cdot 0,5 \cdot 157 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 600} = 1250 \text{ Н} \cdot \text{м} = 1,25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

**PS!**

Зависимость между натяжениями ведущей и ведомой нити определяется по формуле Эйлера

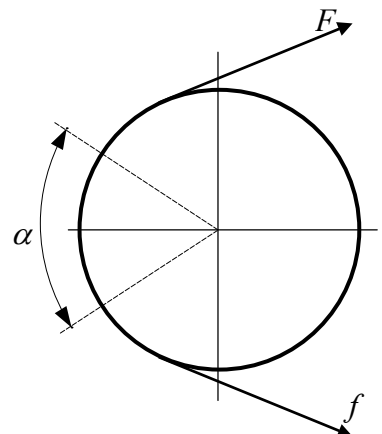
$$F = fl^{\mu\alpha}$$

где  $\mu$  - коэффициент трения между ремнем и шкивом;  
 $\alpha$  - угол обхвата шкива ремнем в рад;  
 $l=2,71$  - основание натурального логарифма.

Если  $\alpha = 180^\circ$ ,  $f = 0,2$  имеем

$$F = fl^{\frac{0,2 \cdot 180^\circ \cdot 2\pi}{360^\circ}} = fl^{0,2\pi} = 1,87f$$

Если  $\alpha = 180^\circ$ ,  $f = 0,25$  имеем



$$F = fl^{0,25\pi} = 2,19f$$

если  $\alpha = 180^\circ$ ,  $f = 0,3$  имеем

$$F = fl^{0,3} = 2,57f \text{ и т.д.}$$

В случае цепной передачи натяжение ведомой нити равняется  $\approx 0$ .

## 2. окружные усилия (натяжения в ветвях ремней)

$$M_1 = F_1^H \cdot \frac{D_1}{2} - f_1^H \cdot \frac{D_1}{2} = \frac{D_1}{2} (F_1^H - f_1^H) = \frac{D_1}{2} (2f_1^H - f_1^H) = \frac{D_1 f_1^H}{2}$$

$$M_2 = F_2^H \cdot \frac{D_2}{2} - f_2^H \cdot \frac{D_2}{2} = \frac{D_2}{2} (F_2^H - f_2^H) = \frac{D_2}{2} (2f_2^H - f_2^H) = \frac{D_2 f_2^H}{2}$$

откуда

$$f_1^H = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2 \cdot 2500}{2} = 2500 \text{ Н} = 2,5 \text{ кН}$$

$$f_2^H = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2 \cdot 1250}{1,25} = 2000 \text{ Н} = 2,0 \text{ кН}$$

$$F_1^H = 2f_1^H = 2 \cdot 2,5 = 5,0 \text{ кН}, \quad F_2^H = 2f_2^H = 2 \cdot 2,0 = 4,0 \text{ кН}.$$

## 3. давление на вал от натяжения ремней равняется:

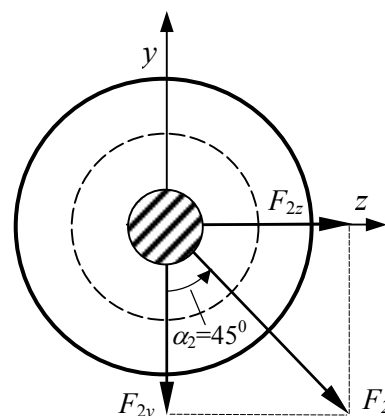
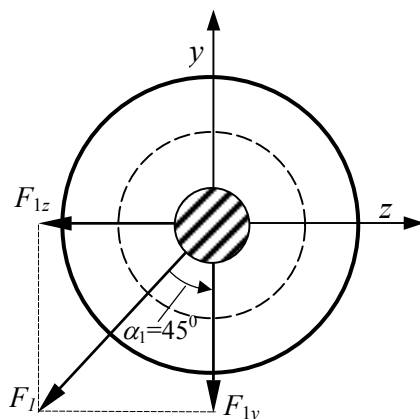
а) в сечении расположения шкива  $D_1$

$$F_1 = F_1^H + f_1^H = 5,0 + 2,5 = 7,5 \text{ кН}$$

б) в сечении расположения шкива  $D_2$

$$F_2 = F_2^H + f_2^H = 4,0 + 2,0 = 6,0 \text{ кН}$$

## 4. силы, изгибающие вал соответственно в вертикальной и горизонтальной плоскости



найдем

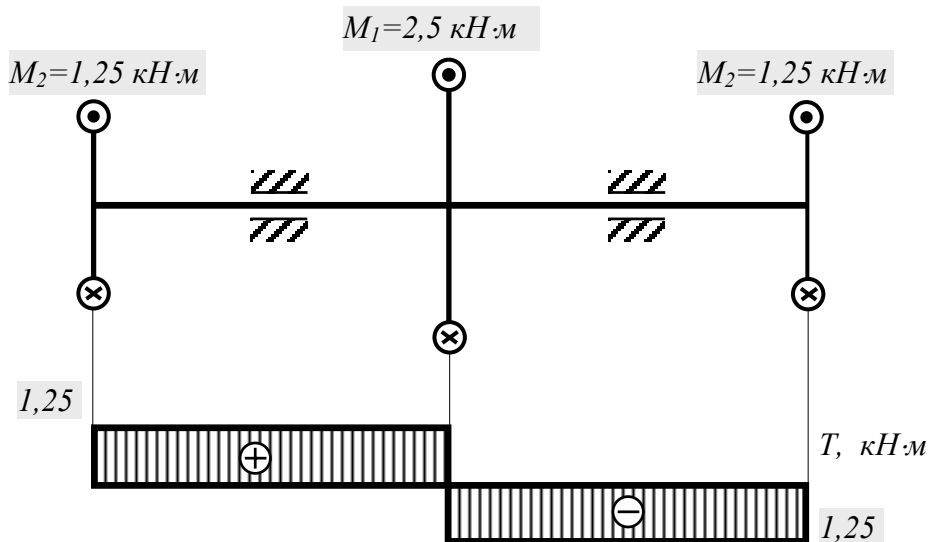
$$F_{1z} = F_1 \sin \alpha_1 = F_1 \cdot \sin 45^\circ = 7,5 \cdot 0,707 = 5,3 \text{ кН}$$

$$F_{1y} = F_1 \cos \alpha_1 = F_1 \cdot \cos 45^\circ = 7,5 \cdot 0,707 = 5,3 \text{ кН}$$

$$F_{2z} = F_2 \sin \alpha_2 = F_2 \cdot \sin 45^\circ = 6,0 \cdot 0,707 = 4,2 \text{ кН}$$

$$F_{2y} = F_2 \cos \alpha_2 = F_2 \cdot \cos 45^\circ = 6,0 \cdot 0,707 = 4,2 \text{ кН}$$

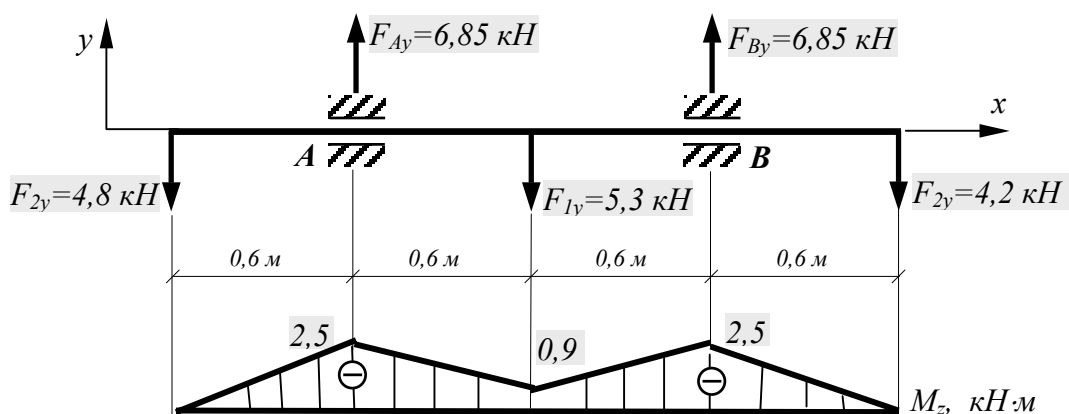
### 5. эпюра крутящих моментов



**PS!** Знаки для крутящих моментов принципиального значения не имеют, поэтому на эпюре их можно не показывать.

### 6. эпюры изгибающих моментов

а) вертикальная плоскость



## Реакции в вертикальной плоскости

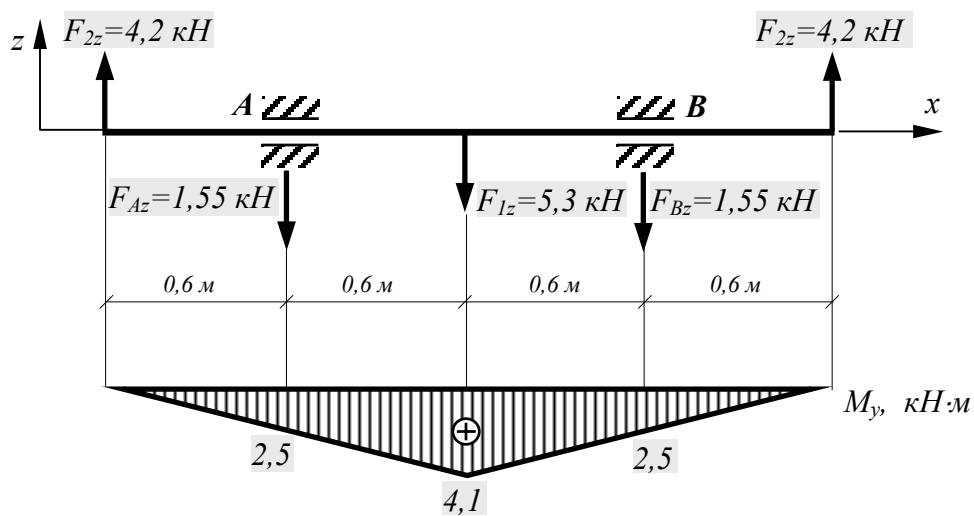
$$\sum M_A = 0 \quad F_{2y} \cdot 0,6 - F_{1y} \cdot 0,6 + F_{By} \cdot 1,2 - F_{2y} \cdot 1,8 = 0$$

$$F_{By} = \frac{F_{2y} \cdot 1,8 + F_{1y} \cdot 0,6 - F_{2y} \cdot 0,6}{1,2} = \frac{4,2 \cdot 1,8 + 5,3 \cdot 0,6 - 4,2 \cdot 0,6}{1,2} = 6,85 \text{ кН}$$

$$\sum F_{ky} = 0 \quad -F_{2y} + F_{Ay} - F_{1y} + F_{By} - F_{2y} = 0$$

$$F_{Ay} = F_{2y} + F_{1y} + F_{2y} - F_{By} = 4,2 + 5,3 + 4,2 - 6,85 = 6,85 \text{ кН}$$

б) горизонтальная плоскость



## Реакции в горизонтальной плоскости

$$\sum M_A = 0 \quad -F_{2z} \cdot 0,6 - F_{1z} \cdot 0,6 - F_{Bz} \cdot 1,2 + F_{2z} \cdot 1,8 = 0$$

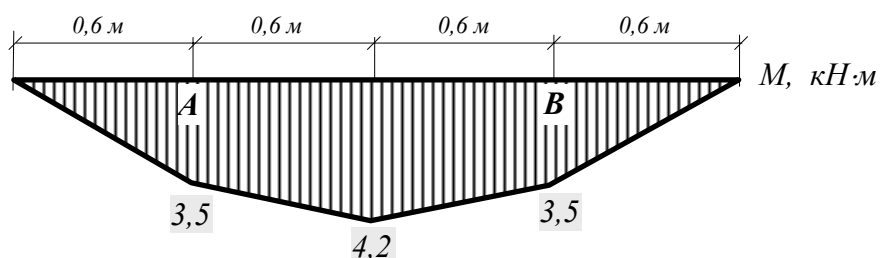
$$F_{Bz} = \frac{F_{2z} \cdot 1,8 - F_{2z} \cdot 0,6 - F_{1z} \cdot 0,6}{1,2} = \frac{4,2 \cdot 1,8 - 4,2 \cdot 0,6 - 5,3 \cdot 0,6}{1,2} = 1,55 \text{ кН}$$

$$\sum F_{kz} = 0 \quad F_{2z} - F_{Az} - F_{1z} - F_{Bz} + F_{2z} = 0$$

$$F_{Az} = F_{2z} - F_{1z} - F_{Bz} + F_{2z} = 4,2 - 5,3 - 1,55 + 4,2 = 1,55 \text{ кН}$$

## 7. суммарная эпюра изгибающих моментов

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$





8. по эюрам  $T$  и  $M$  наибольший расчетный момент по третьей теории прочности будет в сечении расположения шкива  $D_1$

$$M_p^{III} = \sqrt{M^2 + T^2} = \sqrt{4,2^2 + 1,25^2} = 4,4 \text{ кН}$$

9. диаметр вала из условия прочности

$$\sigma_9^{III} = \frac{M_p^{III}}{W_z} \leq [\sigma]$$

$$W_z \geq \frac{M_p^{III}}{[\sigma]} \geq \frac{4,4 \cdot 10^3}{70 \cdot 10^6} = 63 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

учитывая, что  $W_z = 0,1d^3$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{63 \cdot 10^{-6}}{0,1}} = 8,6 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 86 \text{ мм}$$