

Для обеспечения большей прочности стойки принимаем двутавр № 30, для которого $A = 46,5 \text{ см}^2$, $J_y = 337 \text{ см}^4$.

Расчетное напряжение

$$\sigma = F/A = 300 \cdot 10^3 / 46,5 \cdot 10^2 = 64,5 \text{ МПа} < [\sigma_y] = 68 \text{ МПа}.$$

5. ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Структурный, кинематический анализ и силовой расчет механизма

На рис. 36, 37 представлены кинематические схемы кривошипно-ползунного механизма. Для заданного механизма требуется выполнить:

Задача 5.1. Провести структурный анализ механизма. Определить степень подвижности механизма. Последовательность образования механизма выразить формулой его строения. Построить положение механизма в соответствии с заданными значениями угла, обозначить все звенья и кинематические пары.

Задача 5.2. Для заданного положения механизма провести кинематический анализ графо-аналитическим методом. Построить планы скоростей и ускорений. Определить величины и направления скоростей всех указанных точек механизма, а также величины и направления угловых скоростей и ускорений звеньев, считая угловую скорость кривошипа постоянной.

Задача 5.3. Выполнить силовой расчет механизма. Определить силы, действующие на механизм. Построить структурные группы «шатун-ползун» и входного звена с приложением к ним всех действующих сил, включая реакции связей, сил и моментов инерции. Построить планы сил.

Исходные данные для задач 5.1 – 5.3 приведены в табл. 41.

Условные обозначения:

ω_1 – угловая скорость входного звена, с^{-1} ;

L_{AB} , L_{BE} – линейные размеры звеньев AB и BE , мм;

L_{AS_1} , L_{BS_2} – межцентровые расстояния, мм;

Y – смещение, мм;

m_i – масса i -го звена, кг;

$F_{п.с}$ – сила полезного сопротивления, Н;

$M_{п.с}$ – момент сил полезного сопротивления, Н·м;

J_A – момент инерции звена относительно оси, кг·мм²;

J_{S_2} – момент инерции звена относительно его центра тяжести, кг·мм².

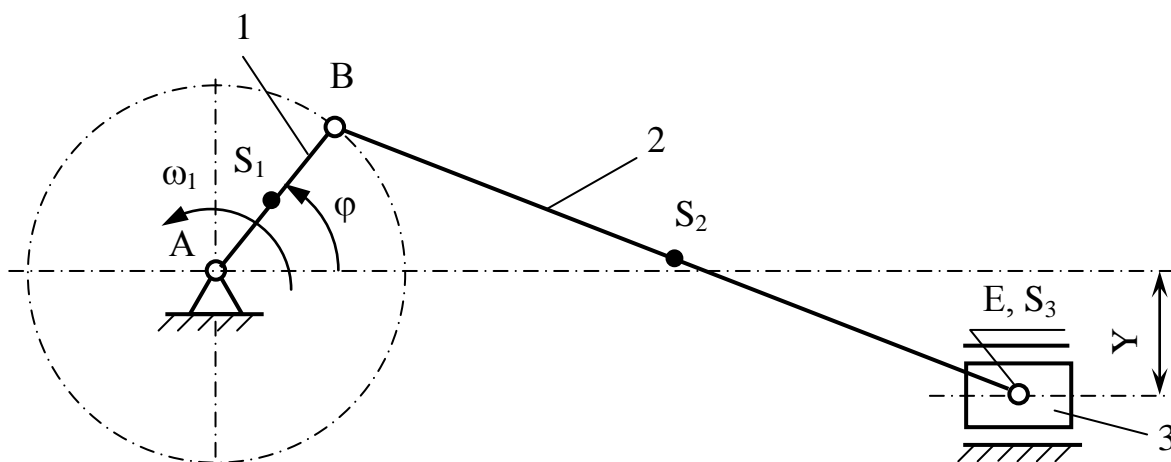


Рис. 36

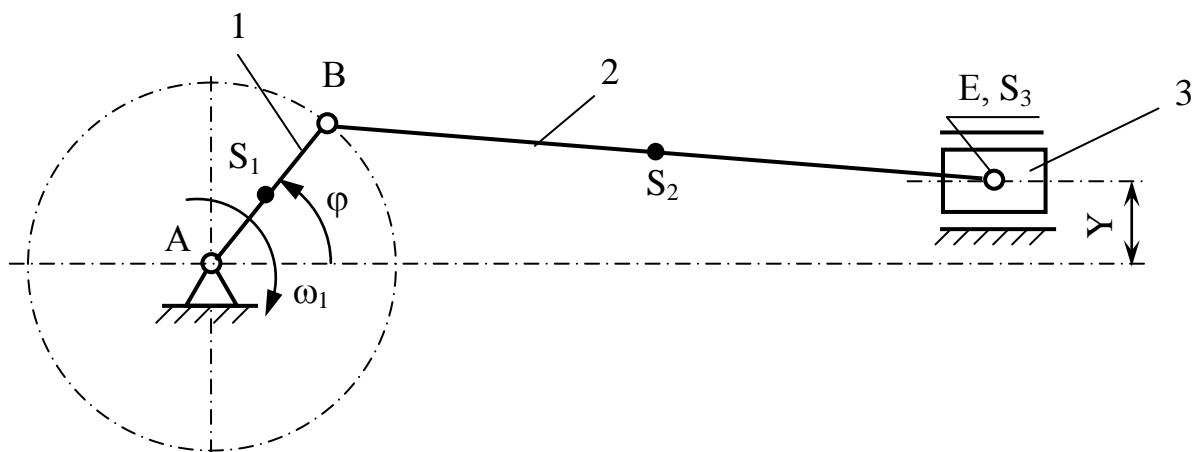


Рис. 37

Таблица 41

Параметр	Вариант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ω_1	50	60	70	80	75	65	55	40	30	25
L_{AB}	150	170	200	220	250	270	300	320	350	370
L_{AS_1}	$0,5 \cdot L_{AB}$									
L_{BE}	$4 \cdot L_{AB}$									
$L_{BS_2} \quad L_{BS_2}$	$0,5 \cdot L_{BE}$									
Y	0	10	15	20	30	0	10	15	20	30
m_1	1	1,2	1,5	1,7	2	2,2	2,5	2,7	3	3,2
m_2	$4,3 \cdot m_1$									
m_3	$2 \cdot m_1$									
$F_{п.с}$	50	70	90	100	150	175	200	225	300	350
J_A	$0,5 \cdot m_1 \cdot (L_{AB})^2$									
J_{S_2}	$0,1 \cdot m_1 \cdot (L_{BE})^2$									
φ , град	15	30	45	60	75	90	120	130	150	210

Примеры решения и оформления задач

Дано: структурная схема кривошипно-ползунного механизма (рис. 38);
 $L_{AB} = 450$ мм; $L_{BE} = 4 \cdot L_{AB} = 1800$ мм; $Y = 0$; $\omega_1 = 55 \text{ c}^{-1}$; $\varphi = 45^\circ$; $m_1 = 3,5$ кг;
 $m_2 = 15$ кг; $m_3 = 7$ кг; $J_{S_2} = 4,86$; $F_{п.с} = 250$ Н.

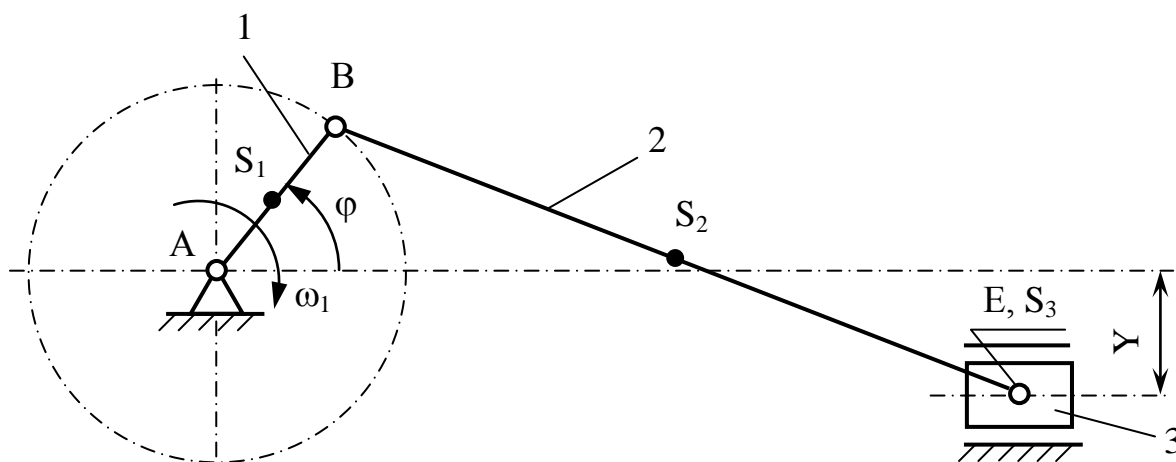


Рис. 38

Задача 5.1. Структурный анализ плоского рычажного механизма**Звенья механизма**

№	Название	Движение	Особенности движения
0	Стойка	–	–
1	Кривошип	вращательное	полный оборот
2	Шатун	плоскопараллельное	сложное
3	Ползун	поступательное	возвратное движение

Кинематические пары

Обозначение	Звенья	Название	Класс
A	0 – 1	вращательная (низшая)	5
B	1 – 2	вращательная (низшая)	5
C	2 – 3	вращательная (низшая)	5
D	3 – 0	поступательная (низшая)	5

Определяем степень подвижности механизма, используя формулу Чебышева П.П.

$$W = 3n - 2p_n - p_v = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 9 - 8 = 1,$$

где n – число подвижных звеньев механизма;

p_n – число низших кинематических пар;

p_v – число высших кинематических пар.

Определяем структурные группы Ассур (рис. 39). Состав и последовательность присоединения групп Ассур в механизме можно выразить его формулой строения: $11(0 - 1)B \rightarrow 22(2 - 3) ВП$. Из этой формулы видно, что к структурной группе входного звена (кривошип 1) со стойкой (0) первого класса присоединена структурная группа второго класса, второго порядка, состоящая из шатуна (2) и ползуна (3).

Построение плана механизма. Выбираем масштабный коэффициент для плана механизма:

$$\mu_L = \frac{L_{AB}}{AB} = \frac{0,45 \text{ м}}{45 \text{ мм}} = 0,01 \frac{\text{м}}{\text{мм}},$$

где AB – отрезок изображающий на плане механизма звено AB и его размер L_{AB} .

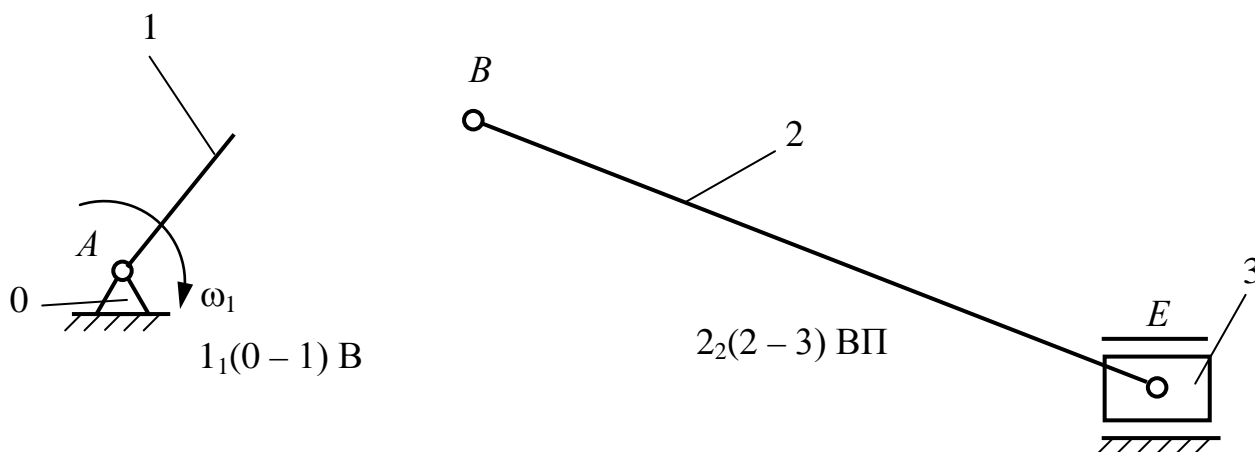


Рис. 39

Длину этого отрезка принимают произвольно от 30 до 70 мм.

Находим длины остальных отрезков:

$$BE = \frac{L_{BE}}{\mu_L} = \frac{1,8 \text{ м}}{0,01 \text{ м/мм}} = 180 \text{ мм},$$

$$AS_1 = \frac{L_{AS_1}}{\mu_L} = \frac{0,225}{0,01} = 22,5 \text{ мм},$$

$$BS_2 = \frac{L_{BS_2}}{\mu_L} = \frac{0,9}{0,01} = 90 \text{ мм},$$

$$y = \frac{Y}{\mu_L} = \frac{0}{0,01} = 0.$$

Построения производят в следующем порядке. Наносим на чертеж (рис. 40) ось стойки и на ней выбираем положение точки A . От горизонтальной оси откладываем угол $\varphi = 45^\circ$, тем самым показывая направление кривошипа AB , на котором откладываем отрезок $AB = 45$ мм. Далее изображаем направляющую для ползуна, отстоящую от горизонтальной оси на величину y . В данном случае она совпадает с осью для стойки. Затем из точки B циркулем делаем засечку радиусом $BE = 180$ мм на оси направляющей ползуна. Точка пересечения – искомая точка E . Аналогично находим положение точек S_1 и S_2 : из точки A радиусом 22,5 мм делаем засечку на кривошипе AB , получаем точку S_1 ; из точки B радиусом 90 мм делаем засечку на шатуне BE – точка S_2 . Все точки соединяем прямыми линиями. План механизма построен ($\mu_L = 0,01$ м/мм) (рис. 40).

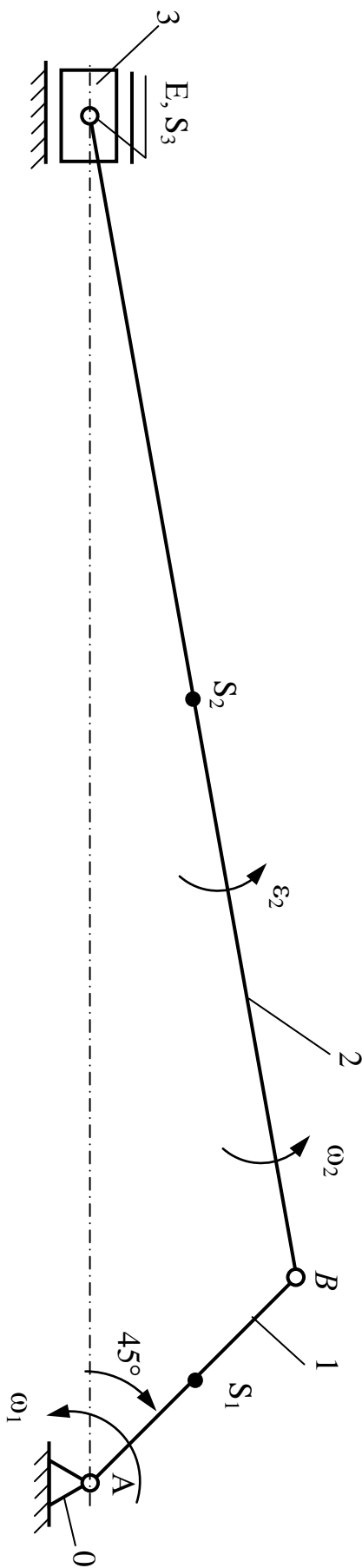


Рис. 40

Задача 5.2. Кинематический анализ механизма графо-аналитическим методом (рис. 41).

Построение плана скоростей. План скоростей строим в соответствии с формулой строения механизма. Определим вначале величину и направление скорости V_B точки B кривошипа. Величина определяется формулой

$$V_B = \omega_1 \cdot L_{AB} = 55 \cdot 0,45 = 24,75 \text{ м/с.}$$

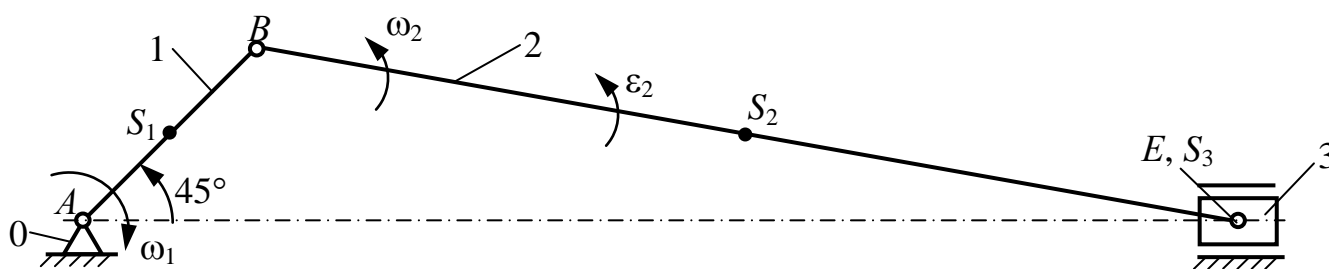


Рис. 41

Вектор скорости перпендикулярен кривошипу AB и направлен в сторону вращения кривошипа.

Построение начинаем с выбора полюса плана скоростей P_V и величины отрезка $\overline{P_V b}$ (изображающего вектор \vec{V}_B), которую выбираем в пределах 30 – 100 мм. Определим масштабный коэффициент плана скоростей:

$$\mu_V = \frac{V_B}{P_V b} = \frac{24,75 \text{ м/с}}{50 \text{ мм}} = 0,495 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Из полюса откладываем отрезок $P_V b = 50$ мм перпендикулярно к AB (в сторону вращения кривошипа), обозначаем конец вектора стрелкой и буквой b (рис. 42).

Рассмотрим движение точки E по отношению к точке B , затем по отношению к направляющей. Связь между скоростями указанных точек может быть представлена векторным уравнением:

$$\vec{V}_E = \vec{V}_B + \vec{V}_{EB}.$$

Решаем уравнение графически. Через точку b – конец ранее найденного отрезка $\overline{P_V b}$ плана скоростей проводим прямую, перпендикулярную направлению BE . Через полюс P_V проводим прямую, параллельную направляющей ползуна.

Пересечение двух указанных лучей отмечаем точкой e . Отрезок $\overline{P_V e}$ изображает абсолютную скорость $\overline{V_E}$ точки E , а отрезок \overline{be} на плане скоростей изображает скорость $\overline{V_{EB}}$ точки E звена 2 в движении относительно точки B .

Величины этих скоростей определяют по формулам:

$$V_E = P_V e \cdot \mu_V = 41,7 \text{ мм} \cdot 0,495 \text{ м/с/мм} = 20,64 \text{ м/с};$$

$$V_{EB} = be \cdot \mu_V = 36 \text{ мм} \cdot 0,495 \text{ м/с/мм} = 17,82 \text{ м/с},$$

где $P_V e$ и be измеряем с плана скоростей ($\mu_V = 0,495 \text{ м/(с} \cdot \text{мм)}$) (рис. 42).

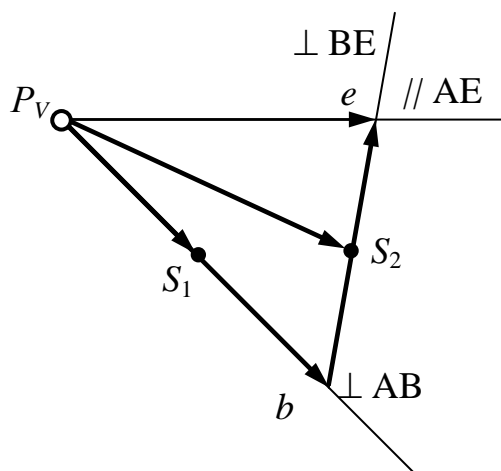


Рис. 42

Для нахождения скоростей точек S_1 и S_2 воспользуемся теоремой подобия для скоростей. На стороне $\overline{P_V b}$ откладываем отрезок $\overline{b S_1}$ подобный отрезку $\overline{B S_1}$ на плане механизма и сходно с ним расположенный. Расстояние точки S_1 от точки b плана скоростей найдем из отношения:

$$\frac{P_V b}{b S_1} = \frac{L_{AB}}{L_{BS_1}},$$

$$b S_1 = \frac{P_V b \cdot L_{BS_1}}{L_{AB}} = \frac{50 \cdot 0,5 \cdot L_{AB}}{L_{AB}} = 25 \text{ мм}.$$

Аналогично для точки S_2 : $\frac{be}{b S_2} = \frac{L_{BE}}{L_{BS_2}}$, находим $b S_2 = \frac{be \cdot L_{BS_2}}{L_{BE}} = \frac{36}{2} = 18 \text{ мм}.$

Затем методом засечек ($bS_1 = 25$ мм, $bS_2 = 18$ мм) определяем положение точек S_1 и S_2 и соединяем их с полюсом плана скоростей P_V . Получаем направления скоростей \vec{V}_{S_1} и \vec{V}_{S_2} . Величины этих векторов определяются формулами:

$$V_{S_1} = P_V s_1 \cdot \mu_V = 25 \text{ мм} \cdot 0,495 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} = 12,38 \text{ м/с};$$

$$V_{S_2} = P_V s_2 \cdot \mu_V = 42 \text{ мм} \cdot 0,495 \frac{\text{м/с}}{\text{мм}} = 20,79 \text{ м/с}.$$

Угловая скорость звена 2 определяется равенством:

$$\omega_2 = \frac{V_{EB}}{L_{BE}} = \frac{17,82 \text{ м/с}}{1,8 \text{ м}} = 9,9 \text{ с}^{-1}.$$

Для выявления направления угловой скорости звена 2 вектор скорости \vec{V}_{EB} мысленно переносят в точку E звена 2 и определяют согласно движению точки E , что ω_2 направлена против часовой стрелки. Указываем направление угловой скорости второго звена на плане механизма.

Построение плана ускорений. План ускорений также выполняется в порядке, определяемом формулой строения данного механизма.

Вектор ускорения \vec{a}_B точки B в общем случае определяется нормальной и тангенциальной составляющими:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau,$$

где $a_B^n = \omega_1^2 \cdot L_{AB} = 55^2 \cdot 0,45 = 1361,25 \text{ м/с}^2$; $a_B^\tau = \varepsilon_1 \cdot L_{AB}$.

Вектор нормального ускорения направлен вдоль прямой BA от точки B к центру A , вектор тангенциального ускорения перпендикулярно прямой AB . При $\omega_1 = \text{const}$ угловое ускорение кривошипа $\varepsilon_1 = 0$ и $a_B^\tau = 0$.

На плане ускорений (рис. 43) выбираем полюс P_a и величину отрезка $P_a b$ (40 – 70 мм), изображающего вектор $\vec{a}_B = \vec{a}_B^n$. Выбираем масштабный коэффициент плана ускорений:

$$\mu_a = \frac{a_B}{P_a b} = \frac{1361,25 \text{ м/с}^2}{70 \text{ мм}} = 19,45 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}.$$

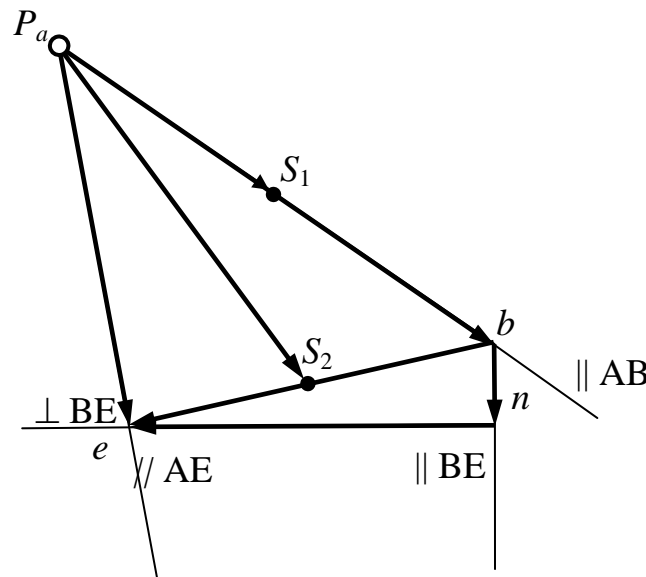


Рис. 43

Откладывая отрезок $P_a b = 70$ мм ускорения точки B из полюса P_a параллельно направлению звена AB (от B к A), обозначают конец стрелкой и буквой b .

Для построения плана ускорений группы (2 – 3) определяем ускорение точки E . Составим векторное уравнение, рассматривая движение точки E по отношению к B :

$$\bar{a}_E = \bar{a}_B + \bar{a}_{EB}^n + \bar{a}_{EB}^\tau.$$

Это уравнение содержит два неизвестных элемента: величины векторов a_E , a_{EB}^τ .

При этом векторы \bar{a}_{EB}^n , \bar{a}_{EB}^τ , \bar{a}_E имеют направление ($\bar{a}_{EB}^n \parallel BE$, $\bar{a}_{EB}^\tau \perp BE$, $\bar{a}_E \parallel AE$), а вектор \bar{a}_{EB}^n и величину:

$$6 a_{EB}^n = \frac{V_{EB}^2}{L_{BE}} = \omega_2^2 \cdot L_{BE} = 9,9^2 \cdot 1,8 = 176,42 \text{ м/с}^2.$$

Через точку b ранее построенного отрезка $\overline{P_a b}$ плана ускорений проводят линию, параллельную BE , и откладывают на ней отрезок \overline{bn} , изображающий вектор ускорения \bar{a}_{EB}^n , длина которого равна:

$$bn = \frac{a_{EB}^n}{\mu_a} = \frac{176,42 \text{ м/с}^2}{19,45 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}} = 9,07 \text{ мм}.$$

Далее, через точку n проводят линию, перпендикулярную к BE (направление вектора $\overline{a_{EB}^T}$), а из полюса P_a откладывают линию, параллельную направляющей AE . Пересечение указанных лучей обозначено точкой e . Отрезок $\overline{P_a e}$ изображает вектор ускорения $\overline{a_E}$. Соединив точки b и e , получим отрезок, соответствующий ускорению $\overline{a_{EB}}$ полного относительного ускорения точки E относительно B .

По теореме подобия находим длину отрезка bS_2 , определяющего положение точки S_2 на плане ускорений из условия:

$$\frac{be}{bS_2} = \frac{L_{BE}}{L_{BS_2}},$$

где be – измеряем с плана ускорений (мм);

$$bS_2 = \frac{be \cdot L_{BS_2}}{L_{BE}} = \frac{be}{2} = \frac{49,5}{2} = 24,75 \text{ мм.}$$

$$\text{Аналогично для точки } S_1 \text{ найдем } bS_1 = \frac{P_a b \cdot L_{BS_1}}{L_{AB}} = \frac{P_a b}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ мм.}$$

Методом засечек находим положение точек S_1 и S_2 на векторах $\overline{P_a b}$ и \overline{be} . С плана ускорений определяем величины ускорений:

$$a_E = P_a e \cdot \mu_a = 49,82 \text{ мм} \cdot 19,45 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} = 969 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{S_1} = P_a S_1 \cdot \mu_a = 35 \text{ мм} \cdot 19,45 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} = 680,75 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{S_2} = P_a S_2 \cdot \mu_a = 55,49 \text{ мм} \cdot 19,45 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} = 1079,28 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{EB} = eb \cdot \mu_a = 49,5 \text{ мм} \cdot 19,45 \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}} = 962,78 \text{ м/с}^2.$$

Величину углового ускорения ε_2 найдем из уравнения:

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{EB}}{L_{BE}} = \frac{962,78 \text{ м/с}^2}{1,8 \text{ м}} = 534,88 \text{ с}^{-2}.$$

Перенеся вектор \overline{ne} (он направлен от n к e) в точку E плана механизма звена 2 находим направление ε_2 – против часовой стрелки.

План ускорений построен (см. рис. 43).