П/З - 8

1. Решение уравнения методом Эйлера
2. Решение уравнения модифицированным методом Эйлера
3. Решение уравнения методом Рунге-Кутта
4. Найдем аналитическое решение заданного уравнения
5. Сравнение точного решения и приближенных решений исходного дифференциального уравнения



Решение уравнения методом Эйлера:

Метод Эйлера заключается в последовательном применении следующих формул:

,

*.*

Итерации представлены в таблице (h=0.1):

|  |  |
| --- | --- |
| x | y |
| 1 | 0 |
| 1,1 | 0,1 |
| 1,2 | 0,228182 |
| 1,3 | 0,386212 |
| 1,4 | 0,575629 |
| 1,5 | 0,797862 |
| 1,6 | 1,054244 |
| 1,7 | 1,346024 |
| 1,8 | 1,67438 |
| 1,9 | 2,040422 |
| 2 | 2,445204 |

Решение уравнения модифицированным методом Эйлера:

Модифицированный метод Эйлера заключается в последовательном применении следующих формул:

,

*.*

Итерации представлены в таблице (h=0.1):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| x | y |  |  |
| 1 | 0 | 0,1 | 0,114524 |
| 1,1 | 0,114524 | 0,130823 | 0,146293 |
| 1,2 | 0,260817 | 0,163469 | 0,179808 |
| 1,3 | 0,440625 | 0,197788 | 0,214929 |
| 1,4 | 0,655554 | 0,233651 | 0,251535 |
| 1,5 | 0,907089 | 0,270945 | 0,289524 |
| 1,6 | 1,196613 | 0,309577 | 0,328806 |
| 1,7 | 1,525419 | 0,349461 | 0,369303 |
| 1,8 | 1,894722 | 0,390525 | 0,410944 |
| 1,9 | 2,305666 | 0,432702 | 0,453668 |
| 2 | 2,759335 |  |  |

Решение уравнения модифицированным методом Рунге-Кутта 4 порядка:

,

Выполним вычисления с шагом :

Итерации представлены в таблице:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 1 | 0 | 0,1 | 0,114524 | 0,115907 | 0,131074 |
| 1,1 | 0,115323 | 0,130968 | 0,146445 | 0,14779 | 0,163852 |
| 1,2 | 0,262538 | 0,163756 | 0,180107 | 0,181415 | 0,1983 |
| 1,3 | 0,443387 | 0,198213 | 0,215369 | 0,21664 | 0,23429 |
| 1,4 | 0,659475 | 0,234211 | 0,252114 | 0,253349 | 0,27171 |
| 1,5 | 0,912282 | 0,271638 | 0,290239 | 0,291439 | 0,310465 |
| 1,6 | 1,203192 | 0,310399 | 0,329654 | 0,33082 | 0,350472 |
| 1,7 | 1,533495 | 0,350411 | 0,37028 | 0,371415 | 0,391657 |
| 1,8 | 1,904405 | 0,391601 | 0,412049 | 0,413155 | 0,433954 |
| 1,9 | 2,317066 | 0,433902 | 0,454899 | 0,455976 | 0,477304 |
| 2 | 2,772558 |  |  |  |  |

Аналитическое решение:

Из начального условия :

Для сравнения полученных решение занесем результаты в таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y (метод Эйлера) | y (модиф.м. Эйлера) | y (метод Рунге-Кутта) | y (аналит. решение) |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,1 | 0,1 | 0,114524 | 0,115323 | 0,115325 |
| 1,2 | 0,228182 | 0,260817 | 0,262538 | 0,262543 |
| 1,3 | 0,386212 | 0,440625 | 0,443387 | 0,443396 |
| 1,4 | 0,575629 | 0,655554 | 0,659475 | 0,659486 |
| 1,5 | 0,797862 | 0,907089 | 0,912282 | 0,912296 |
| 1,6 | 1,054244 | 1,196613 | 1,203192 | 1,203209 |
| 1,7 | 1,346024 | 1,525419 | 1,533495 | 1,533516 |
| 1,8 | 1,67438 | 1,894722 | 1,904405 | 1,904429 |
| 1,9 | 2,040422 | 2,305666 | 2,317066 | 2,317093 |
| 2 | 2,445204 | 2,759335 | 2,772558 | 2,772589 |