МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ В MATHCAD

1. *Линейная аппроксимация*

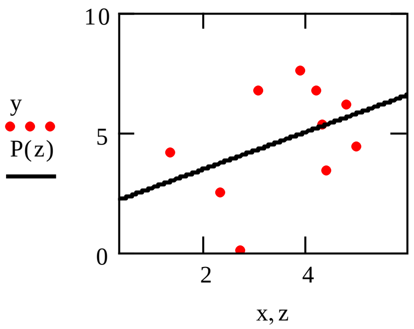
$$x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix},\ n := \dots,\ a := x_0 - 1,\ b := x_n + 1.$$

$i := 0..1,\ j := 0..1$

$$A_{i,j} := \sum_{k=0}^{n} (x_k)^{i+j}, \qquad B_i := \sum_{k:=0}^{n} (y_k (x_k)^i), \qquad C := A^{-1} B$$

$P(z) := C_0 + C_1 z.$

На графике рисуем точки (x_i, y_i) и функцию $P(z)$.



Вычислим ошибку аппроксимации по формуле $r := \sum_{i=0}^{n} (P(x_i) - y_i)^2$.

2. *Аппроксимация в классе алгебраических многочленов*

$$x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix},\ n := \dots,\ a := x_0 - 1,\ b := x_n + 1.$$

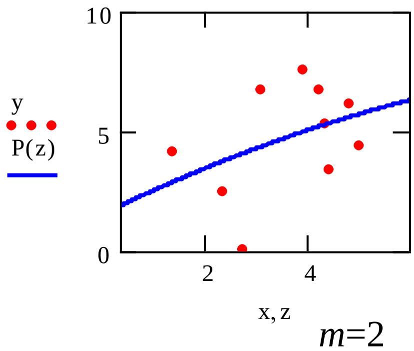
$m := \dots$ – степень многочлена ($0 \le m \le n$).

$i := 0..m,\ j := 0..m.$

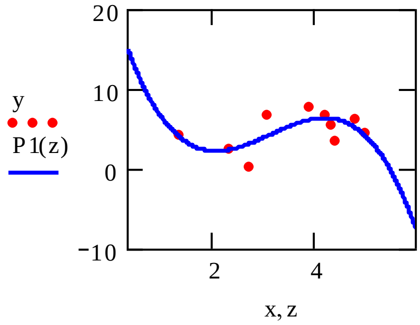
$$A_{i,j} := \sum_{k=0}^{n} (x_k)^{i+j}, \qquad B_i := \sum_{k:=0}^{n} (y_k (x_k)^i)$$

$C := lsolve(A, B)$, $C = \ldots$

$$P(z) := \sum_{k=0}^{m} (C_k \cdot z^k);$$



$m=2$



$m=3$

Ошибка аппроксимации $r := \sum_{k=0}^{n} (P(x_k) - y_k)^2$.

3. Аппроксимация в классе степенных функций

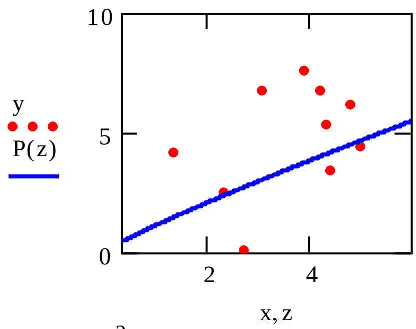
$$x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \ldots \\ x_n \end{pmatrix}, \; y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \ldots \\ y_n \end{pmatrix}, \; n := \ldots, \; a := x_0 - 1, \; b := x_n + 1;$$

$i := 0..1$, $j := 0..1$;

$$A_{i,j} := \sum_{k=0}^{n} \ln(x_k)^{i+j}; \quad B_i := \sum_{k:=0}^{n} (\ln(y_k) \cdot (\ln(x_k))^i);$$

$C := lsolve(A, B)$, $C = \ldots$

$P(z) := e^{C_0} \cdot z^{C_1}$.



Ошибка аппроксимации $r := \sum_{k=0}^{n} (P(x_k) - y_k)^2$.

4. *Аппроксимация в классе показательных функций*

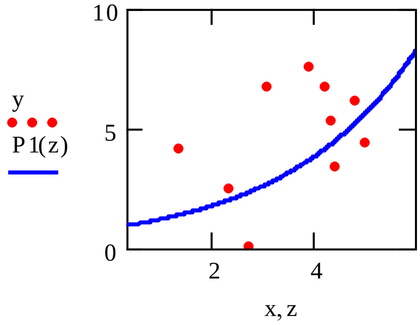
$$x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix},\ n := \dots,\ a := x_0 - 1,\ b := x_n + 1;$$

$$i := 0..1,\ j := 0..1;$$

$$A_{i,j} := \sum_{k=0}^{n} (x_k)^{i+j};\quad B_i := \sum_{k:=0}^{n} (\ln(y_k)\cdot(x_k)^i);$$

$$C := lsolve(A,B),\ C = \dots$$

$$P(z) := e^{C_0}\cdot e^{z\cdot C_1}.$$



Ошибка аппроксимации $r := \sum_{k=0}^{n} (P(x_k) - y_k)^2$.

5. *Аппроксимация в классе логарифмических функций*

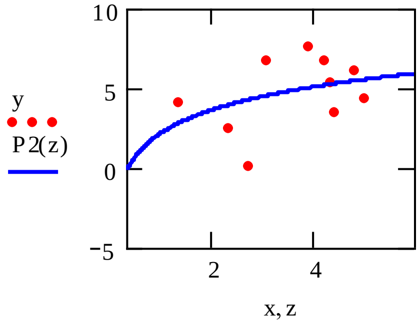
$$x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix},\ n := \dots,\ a := x_0 - 1,\ b := x_n + 1;$$

$$i := 0..1,\ j := 0..1;$$

$$A_{i,j} := \sum_{k=0}^{n} \ln(x_k)^{i+j};\quad B_i := \sum_{k:=0}^{n} (y_k\cdot(\ln(x_k))^i);$$

$$C := lsolve(A,B),\ C = \dots$$

$$P(z) := C_0 + C_1\cdot\ln(z).$$



Ошибка аппроксимации $r := \sum_{k=0}^{n} (P(x_k) - y_k)^2$.

6. *Аппроксимация в классе гиперболических функций*

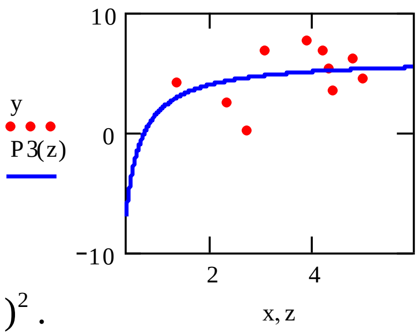
$$x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix},\ n := \dots,\ a := x_0 - 1,\ b := x_n + 1;$$

$$i := 0..1,\ j := 0..1;$$

$$A_{i,j} := \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{1}{x_k}\right)^{i+j};\quad B_i := \sum_{k:=0}^{n} \left(y_k \cdot \left(\frac{1}{x_k}\right)^{i} \right);$$

$$C := lsolve(A, B),\ C = \dots$$

$$P(z) := C_0 + \frac{C_1}{z}.$$



Ошибка аппроксимации $r := \sum_{k=0}^{n} (P(x_k) - y_k)^2$.

7. *Аппроксимация в классе дробно-линейных функций*

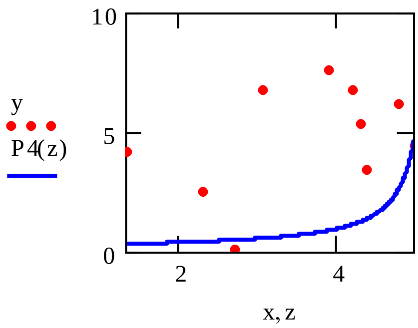
$$x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix},\ y = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix},\ n := \dots,\ a := x_0 - 1,\ b := x_n + 1;$$

$$i := 0..1,\ j := 0..1;$$

$$A_{i,j} := \sum_{k=0}^{n} x_k^{\ i+j};\quad B_i := \sum_{k:=0}^{n} \left(\frac{(x_k)^i}{y_k} \right);$$

$$C := lsolve(A, B),\ C = \dots$$

$$P(z) := \frac{1}{C_0 + C_1 \cdot z}.$$



Ошибка аппроксимации $r := \sum_{k=0}^{n} (P(x_k) - y_k)^2$.