

Методические указания

по выполнению расчётно-графической работы по предмету «Теоретические основы электротехники»

Часть 1

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1. Исходные данные

Раздел должен содержать рисунок схемы расчётной электрической цепи согласно варианту задания и таблицу со значениями её элементов. На схеме **не показывать элементы**, значения которых равны нулю

Пример содержания раздела.

Схема расчётной электрической цепи приведена на рисунке 1.1.

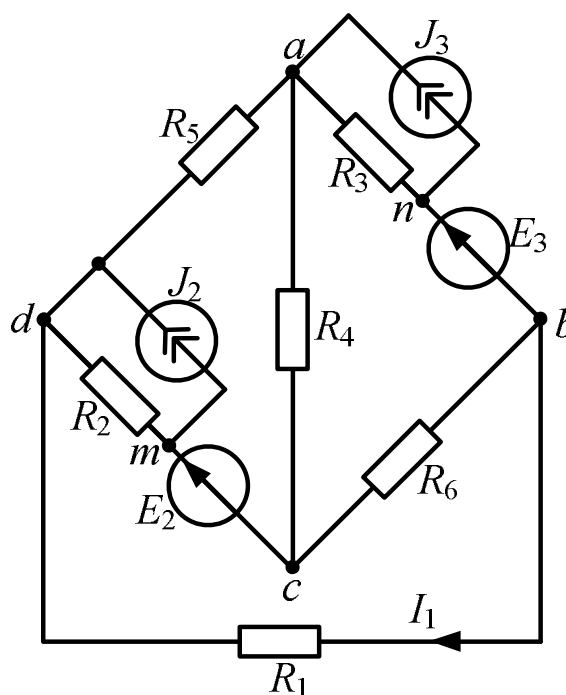


Рисунок 1.1

Значения элементов цепи приведены в таблице 1.

Таблица 1

| Элемент | R_1 , Ом | R_2 , Ом | R_3 , Ом | R_4 , Ом | R_5 , Ом | R_6 , Ом | E_2 , В | E_3 , В | J_2 , А | J_3 , А |
|----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Значение | 9,0 | 7,5 | 12,0 | 21,0 | 10,5 | 12,0 | 15 | 33 | 2 | 1 |

2. Составление системы уравнений для расчёта токов в ветвях цепи на основании законов Кирхгофа.

Раздел должен содержать:

- определение используемых физических законов и их математическое представление, а также определения используемых понятий;
- схему цепи с указанием условно положительных токов в ветвях цепи;
- определение числа узлов и числа ветвей;
- указанные на схеме принятые условно положительные направления для токов ветвей
- расчёт числа уравнений, используемых для расчета токов в ветвях цепи;
- используемые независимые контуры с указанием на схеме направлений их обхода.
- систему уравнений с указанием соответствующего узла или контура

Пример содержания раздела.

2.1. В расчётной схеме шесть узлов: a , b , c , d , m , n .

$$y = 6$$

Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа $k_1 = y - 1$:

$$k_1 = 5.$$

2.2. В исходной схеме десять ветвей: ac , an с R_3 , an с J_3 , nb , bc , ad , dm с R_2 , dm с J_2 , mc , db .
 $v = 10$.

Число ветвей с источником тока: an с J_3 и dm с J_2 .

$$v_n = 2.$$

Число уравнений, составляемых по второму закону Кирхгофа $k_2 = v - v_n - k_1$.

$$k_2 = 3.$$

2.3. Принятые направления для токов в ветвях и направлениями для обхода выбранных независимых контуров указаны на схеме, приведённой на рисунке 2.1.

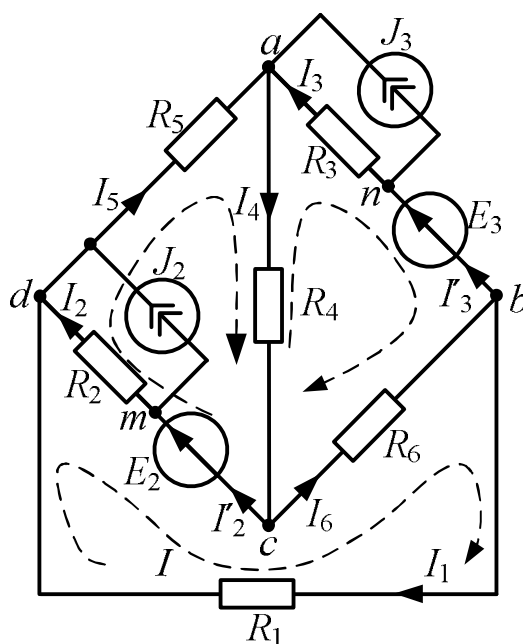


Рисунок 2.1

2.4. Для расчёта токов в ветвях цепи используется следующий состав уравнений:

-для узла **a** $I_5 - I_4 + I_3 + J_3 = 0$

-для узла **n** $I'_3 - I_3 - J_3 = 0$

-для узла **b** $I_6 - I'_3 - I_1 = 0$

-для узла **c** $I_4 - I_6 - I'_2 = 0$

-для узла **m** $I'_2 - I_2 - J_2 = 0$

-для контура **bdmc** $I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_6 R_6 = -E_2$

-для контура **anbc** $-I_3 R_3 - I_6 R_6 + I_4 R_4 = -E_3$

-для контура **acmd** $I_4 R_4 + I_2 R_2 + I_5 R_5 = E_2$

3. Определение токов в ветвях методом контурных токов

Раздел должен содержать:

- определение используемого метода, условия применения, основные предположения и порядок расчёта токов в ветвях цепи;
- расчет величины ЭДС для источников ЭДС, эквивалентных заменяемым источникам тока;
- схему преобразованной ЭЦ с принятыми ранее направлениями для токов ветвей, а также с направлениями для контурных токов;
- выполненные расчёты.

Приводится последовательность используемых выражений при выполнении расчёта.

При этом сначала приводится символьная форма выражений используемых при расчёте,

затем выражения со значениями символов – выражения в численных значениях, и только после этого результаты значения вычислений.

Пример содержания раздела.

3.1. Замена источников тока эквивалентными источниками ЭДС

Значения эквивалентных источников ЭДС:

$$E_{J_2} = J_2 \cdot R_2 = 2 \cdot 7,5 = 15 \text{ В}; \quad E_{J_3} = J_3 \cdot R_3 = 1 \cdot 12 = 12 \text{ В}.$$

3.2. Схема для выполнения расчётов, с указанием принятых направлений для рассчитываемых контурных токов, приведена на рисунке 3.1

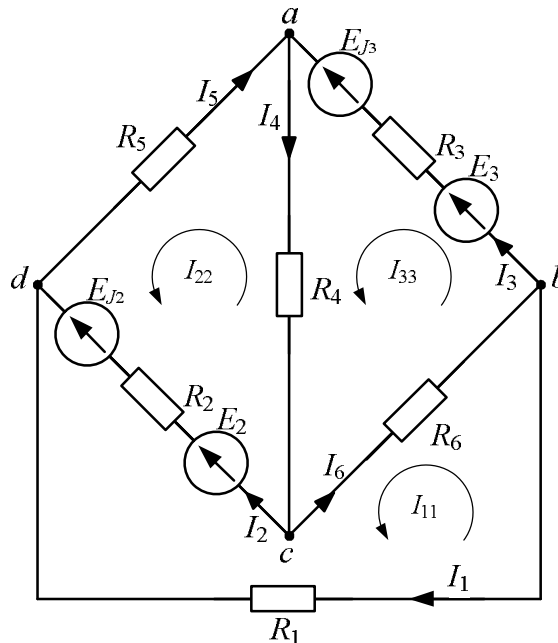


Рисунок 3.1

Примечание: Ток I_2 в эквивалентной схеме равен току I'_2 в исходной, а ток I_3 - току I'_3 в исходной.

3.3. Уравнения для контуров, составленные по второму закону Кирхгофа при обходе контуров по принятым направлениям для контурных токов:

- для контура **dcb** $(R_6 + R_2 + R_1)I_{11} - R_2I_{22} - R_6I_{33} = E_2 + E_{J_2};$
- для контура **adc** $(R_5 + R_2 + R_4)I_{22} - R_2I_{11} - R_4I_{33} = -E_2 - E_{J_2};$
- для контура **abc** $(R_3 + R_4 + R_6)I_{33} - R_4I_{22} - R_6I_{11} = E_3 + E_{J_3}.$

При подстановки значений элементов цепи получим:

$$\begin{aligned} (12 + 7,5 + 9)I_{11} - 7,5I_{22} - 12I_{33} &= 15 + 15 \\ (10,5 + 7,5 + 21)I_{22} - 7,5I_{11} - 21I_{33} &= -15 - 15 \\ (12 + 21 + 12)I_{33} - 21I_{22} - 12I_{11} &= 33 + 12 \end{aligned}$$

3.4. Система уравнений для расчёта контурных токов, представленная в общем виде с численными значениями значений элементов:

$$\left. \begin{aligned} 28,5I_{11} - 7,5I_{22} - 12I_{33} &= 30 \\ -7,5I_{11} + 39I_{22} - 21I_{33} &= -30 \\ -12I_{11} - 21I_{22} + 45I_{33} &= 45 \end{aligned} \right\}$$

3.5. Расчёт контурных токов

При использовании компьютерных приложений (программ) здесь приводится скриншот содержания вычислительной программы с результатами расчёта с указанием ссылки на листинг.

Например: программа выполнения расчета в инструментальной среде MathCAD приведена на следующем рисунке или в приложении 1

$$R := \begin{pmatrix} 28.5 & -7.5 & -12 \\ -7.5 & 39 & -21 \\ -12 & -21 & 45 \end{pmatrix} \quad E_{kk} := \begin{pmatrix} 30 \\ -30 \\ 45 \end{pmatrix} \quad I_{kk} := R^{-1} \cdot E_{kk} \quad I_{kk} = \begin{pmatrix} 1.955 \\ 0.569 \\ 1.787 \end{pmatrix}$$

Рисунок 3.2.

Контурные токи расчётной цепи имеют следующие значения:

$$I_{11} = 1,95 \text{ A}; \quad I_{22} = 0,57 \text{ A}; \quad I_{33} = 1,79 \text{ A}.$$

3.6. Расчёт токов в ветвях цепи

$$I_1 = -I_{11} = -1,95 \text{ A}.$$

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 1,95 - 0,57 = 1,38 \text{ A}.$$

$$I_3 = I_{33} = 1,79 \text{ A}.$$

$$I_4 = I_{33} - I_{22} = 1,79 - 0,57 = 1,22 \text{ A}.$$

$$I_5 = -I_{22} = -0,57 \text{ A}.$$

$$I_6 = I_{33} - I_{11} = 1,79 - 1,95 = -0,16 \text{ A}.$$

4. Определение токов в ветвях методом узловых потенциалов

Раздел должен содержать:

- определение используемого метода, условия применения и порядок расчёта токов в ветвях цепи;
- обозначенный рисунок преобразованной схемы с принятыми направлениями для токов ветвей;
- схему преобразованной ЭЦ с принятыми ранее направлениями для токов ветвей;
- выполненные расчёты.

Приводится последовательность используемых выражений при выполнении расчёта.

При этом сначала приводится символьная форма выражений используемых при расчёте, затем выражения со значениями символов – выражения в численных значениях, и только после этого результаты значения вычислений.

Пример содержания раздела.

4.1. Заземляется узел 4: $\varphi_4 = 0$

4.2. Схема для выполнения расчётов приведена на рисунке 4.1.

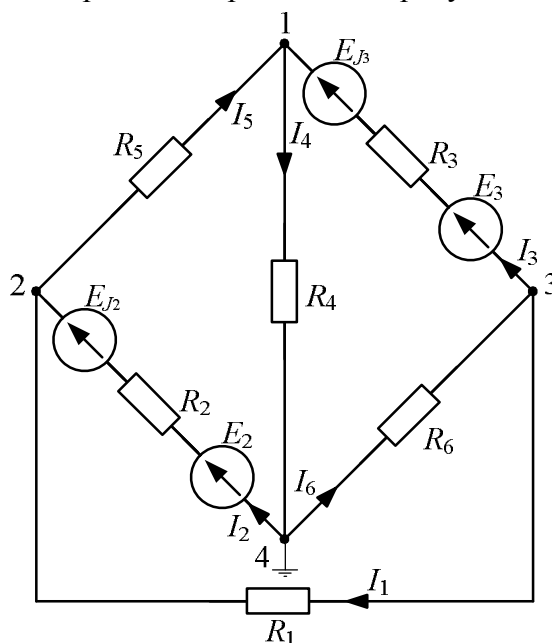


Рисунок 4.1

4.3. Система уравнений для расчёта потенциала узлов 1, 2 и 3 схемы примера имеет следующий общий вид:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 G_{11} + \varphi_2 G_{12} + \varphi_3 G_{13} &= J_{11} \\ \varphi_1 G_{21} + \varphi_2 G_{22} + \varphi_3 G_{23} &= J_{22} \\ \varphi_1 G_{31} + \varphi_2 G_{32} + \varphi_3 G_{33} &= J_{33} \end{aligned} \right\}$$

Здесь:

- G_{11} , G_{22} и G_{33} - суммы проводимостей всех ветвей, сходящихся в каждом из узлов – в узле 1, 2 и 3 соответственно;

- $G_{12} = G_{21}$ - проводимости ветвей соединяющих узлы 1 и 2, взятые с обратным знаком;

- $G_{13} = G_{31}$ - проводимости ветвей соединяющих узлы 1 и 3 взятые с обратным знаком;

- $G_{23} = G_{32}$ - проводимости ветвей соединяющих узлы 2 и 3 взятые с обратным знаком;

- J_{11} , J_{22} и J_{33} - узловые токи, формируемые ветвями, подходящими к узлу и содержащими источники ЭДС, направленные в сторону узла – со знаком «плюс», направленные от узла – со знаком «минус».

$$G_{11} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{12} + \frac{1}{21} + \frac{1}{10,5} = 0,2262 \text{ См.}$$

$$G_{22} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{9} + \frac{1}{7,5} + \frac{1}{10,5} = 0,3397 \text{ См.}$$

$$G_{33} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = 0,2778 \text{ См.}$$

$$G_{12} = G_{21} = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{10,5} = 0,0952 \text{ См.}$$

$$G_{13} = G_{31} = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{12} = 0,0833 \text{ См.}$$

$$G_{23} = G_{32} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{9} = 0,1111 \text{ См.}$$

$$J_{11} = (E_3 + E_{J_3}) / R_3 = (33 + 12) / 12 = 3,75 \text{ А.}$$

$$J_{22} = (E_2 + E_{J_2}) / R_2 = (15 + 15) / 7,5 = 4 \text{ А.}$$

$$J_{33} = -(E_3 + E_{J_3}) / R_3 = -(33 + 12) / 12 = -3,75 \text{ А.}$$

4.4. Система уравнений для расчёта величины узловых потенциалов в общем виде с численными значениями значений элементов:

$$\left. \begin{aligned} 0,2262\varphi_1 - 0,0952\varphi_2 - 0,0833\varphi_3 &= 3,75 \\ -0,0952\varphi_1 + 0,3397\varphi_2 - 0,1111\varphi_3 &= 4 \\ -0,0833\varphi_1 - 0,1111\varphi_2 + 0,2778\varphi_3 &= -3,75 \end{aligned} \right\}$$

4.5. Расчёт значений узловых потенциалов

При использовании компьютерных приложений (программ) здесь приводится скриншот содержания вычислительной программы с результатами расчёта с указанием ссылки на листинг.

Например: программа выполнения расчета в инструментальной среде MathCAD приведена на следующем рисунке или в приложении 1

$$G := \begin{pmatrix} 0.2262 & -0.0952 & -0.0833 \\ -0.0952 & 0.3397 & -0.1111 \\ -0.0833 & -0.1111 & 0.2778 \end{pmatrix} \quad J_{kk} := \begin{pmatrix} 3.75 \\ 4 \\ -3.75 \end{pmatrix} \quad \varphi_{kk} := G^{-1} \cdot J_{kk} \quad \varphi_{kk} = \begin{pmatrix} 25.562 \\ 19.593 \\ 2.002 \end{pmatrix}$$

Рисунок 4.2

Узловые потенциалы цепи имеют следующие значения:

$$\varphi_1 = 25,562 \text{ В; } \varphi_2 = 19,593 \text{ В; } \varphi_3 = 2,002 \text{ В.}$$

4.6. Расчёт токов в ветвях цепи согласно заданным направлениям, указанным на рисунке

$$I_1 = (\varphi_3 - \varphi_2) / R_1 = (2,002 - 19,593) / 9 = -1,95 \text{ A};$$

$$I_2 = (\varphi_4 - \varphi_2 + E_2 + E_{J_2}) / R_2 = (0 - 19,593 + 15 + 15) / 7,5 = 1,38 \text{ A}.$$

$$I_3 = (\varphi_3 - \varphi_1 + E_3 + E_{J_3}) / R_3 = (2,002 - 25,562 + 33 + 12) / 12 = 1,78 \text{ A}.$$

$$I_4 = (\varphi_1 - \varphi_4) / R_4 = (25,562 - 0) / 21 = 1,22 \text{ A}.$$

$$I_5 = (\varphi_2 - \varphi_1) / R_5 = (19,593 - 25,562) / 10,5 = -0,57 \text{ A}.$$

$$I_6 = (\varphi_4 - \varphi_3) / R_6 = (0 - 2,002) / 12 = -0,17 \text{ A}.$$

5. Сравнение результатов расчёта

Значения токов ветвей, рассчитанных методом контурных токов (МКТ) и методом узловых потенциалов (МУП), приведены в таблице 2.

Таблица 2

| Метод | $I_1, \text{ A}$ | $I_2, \text{ A}$ | $I_3, \text{ A}$ | $I_4, \text{ A}$ | $I_5, \text{ A}$ | $I_6, \text{ A}$ |
|-------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| МКТ | -1,95 | 1,38 | 1,79 | 1,22 | -0,57 | -0,16 |
| МУП | -1,95 | 1,38 | 1,78 | 1,22 | -0,57 | -0,17 |

6. Расчёт баланса мощностей

Приводится последовательность используемых выражений при выполнении расчёта.

При этом сначала приводится символьная форма выражений используемых при расчёте, затем выражения со значениями символов – выражения в численных значениях, и только после этого результаты значения вычислений.

Пример содержания раздела.

6.1. Схема цепи для расчёта баланса мощностей источников и приёмников приведена на рисунке 6.1

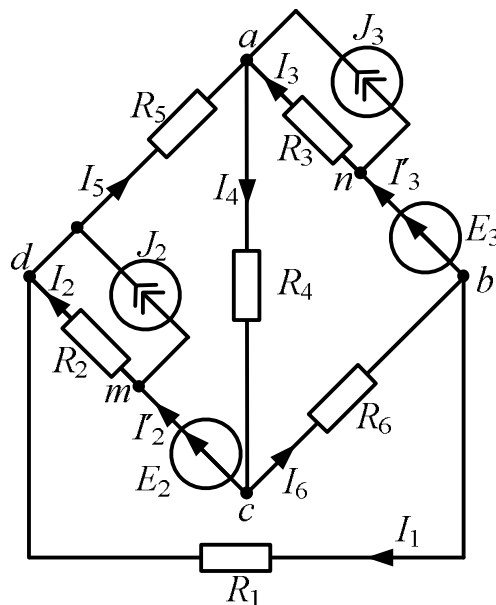


Рисунок 6.1

6.2. Для выполнения расчёта баланса мощностей необходимо определить токи в резисторах и исходной схемы, а также напряжение на зажимах источников тока

Токи в ветви dm с R_2 и в ветви an с R_3 исходной схемы определяются из уравнений для узлов m и n соответственно, составленных по первому закону Кирхгофа.

При вычислении учитывается, что ток I'_2 исходной схемы равен току I_2 эквивалентной схемы, и ток I'_3 исходной схемы равен току I_3 эквивалентной схемы:

$$\text{ - для узла } m \quad I'_2 - I_2 - J_2 = 0 \rightarrow I_2 = I'_2 - J_2 = 1,38 - 2 = -0,62 \text{ A}.$$

$$\text{ - для узла } n \quad I'_3 - I_3 - J_3 = 0 \rightarrow I_3 = I'_3 - J_3 = 1,79 - 1 = 0,79 \text{ A}.$$

Напряжения на зажимах источника тока

$$U_{J_2} = U_{dm} = J_2 R_2 - I'_2 R_2 = 2 \cdot 7,5 - 1,38 \cdot 7,5 = 4,65 \text{ В};$$

$$U_{J_3} = U_{an} = J_3 R_3 - I'_3 R_3 = 1 \cdot 12 - 1,79 \cdot 12 = -9,48 \text{ В}.$$

6.3. Сумма мощностей, отдаваемых источниками:

$$P_{\text{ист}} = E_2 I'_2 + U_{J_2} J_2 + E_3 I'_3 + U_{J_3} J_3$$

$$P_{\text{ист}} = 15 \cdot 1,38 + 4,65 \cdot 2 + 33 \cdot 1,79 - 9,48 \cdot 1 = 20,7 + 9,3 + 59,07 - 9,48 = 79,59 \text{ Вт}$$

6.5. Сумма мощностей, потребляемых резисторами:

$$P_{\text{пот}} = I_1'^2 R_1 + I_2'^2 R_2 + I_3'^2 R_3 + I_4'^2 R_4 + I_5'^2 R_5 + I_6'^2 R_6$$

$$P_{\text{пот}} = 1,95^2 \cdot 9 + 0,62^2 \cdot 7,5 + 0,79^2 \cdot 12 + 1,22^2 \cdot 21 + 0,57^2 \cdot 10,5 + 0,16^2 \cdot 12 = \\ = 34,22 + 2,88 + 7,49 + 31,26 + 3,41 + 0,31 = 79,57 \text{ Вт}.$$

7. Определение величины заданного тока методом эквивалентного генератора

Раздел должен содержать:

- определение используемого метода, условия применения данного метода и состав приёмов для реализации данного метода;
- схему активного двухполюсника и схемы для расчёта его параметров;
- состав выполненных решений и результаты расчёта.

Расчёт должен выполняться для исходной схемы задания с заданным током.

Источник тока следует представить эквивалентным источником ЭДС.

Приводится последовательность используемых выражений при выполнении расчёта.

При этом сначала приводится символьная форма выражений используемых при расчёте, затем выражения со значениями символов – выражения в численных значениях, и только после этого результаты значения вычислений.

Пример содержания раздела.

7.1. Схема участка цепи, выделенного относительно резистора R_1 и представляющего собой активный двухполюсник, приведена на рисунке 7.1.

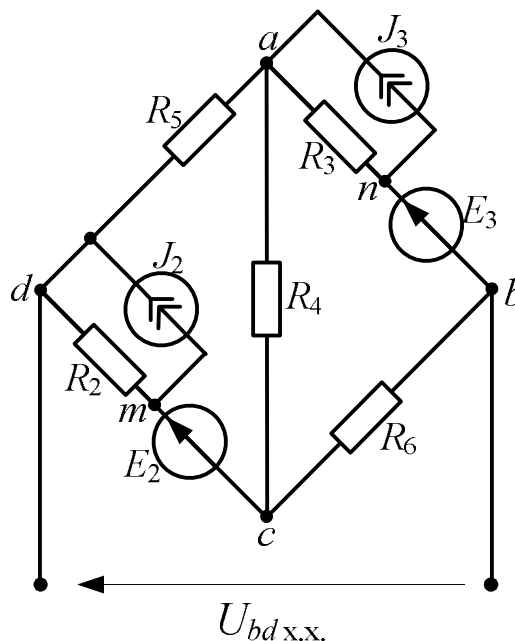


Рисунок 7.1

7.2. Определение напряжения на узлах исключённой ветви – напряжение холостого хода двухполюсника $U_{bd} = U_{xx}$.

Величина $U_{bd \text{ x.x.}}$ – это либо сумма падений напряжений на участках **da** и **ab**, либо сумма падений напряжений на участках **dc** и **cb**.

Для определения токов соответствующих участков рассмотрим двухполюсник как ЭЦ,

состоящую из двух узлов – узла **a** и узла **c**, с тремя ветвями: **adc**, **ac** и **abc** и с принятыми направлениями токов в ветвях.

Схема соответствующей ЭЦ приведена на рисунке 7.2

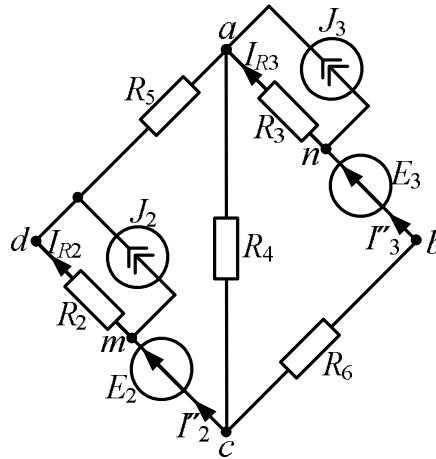


Рисунок 7.2

Для расчёта напряжения между узлами **a** и **c** используется метод двух узлов. Источники тока, подключённые к резисторам, рассматриваются как эквивалентные источниками ЭДС.

$$U_{ac} = \frac{\frac{E_3 + J_3 R_3}{R_3 + R_6} + \frac{E_2 + J_2 R_2}{R_2 + R_5}}{\frac{1}{R_3 + R_6} + \frac{1}{R_2 + R_5} + \frac{1}{R_4}} = \frac{\frac{33 + 1 \cdot 12}{12 + 12} + \frac{15 + 2 \cdot 7,5}{7,5 + 10,5}}{\frac{1}{12 + 12} + \frac{1}{7,5 + 10,5} + \frac{1}{21}} = \frac{1,875 + 1,667}{0,042 + 0,056 + 0,048} = \frac{3,542}{0,146} = 24,26 \text{ В.}$$

Ток в ветви **adc**:

$$I''_2 = \frac{-U_{ac} + E_2 + J_2 R_2}{R_2 + R_5} = \frac{-24,26 + 15 + 2 \cdot 7,5}{7,5 + 10,5} = \frac{5,74}{18} = 0,3189 \text{ А.}$$

Ток в ветви **abc**:

$$I''_3 = \frac{-U_{ac} + E_3 + J_3 R_3}{R_3 + R_6} = \frac{-24,26 + 33 + 1 \cdot 12}{12 + 12} = \frac{20,74}{24} = 0,8642 \text{ А.}$$

Ток на участке **ad** равен току ветви **adc** – току $I''_2 = 0,3189 \text{ А.}$

Ток на участке **bc** равен току ветви **abc** – току $I''_3 = 0,8642 \text{ А.}$

Ток на участке **dc**:

$$I_{R2} = I''_2 - J_2 = 0,3189 - 2 = -1,6811 \text{ А.}$$

Ток на участке **ab**:

$$I_{R3} = I''_3 - J_3 = 0,8642 - 1 = -0,1358 \text{ А.}$$

Напряжение (разность потенциалов) между узлами **bd**, определяется как сумма падений напряжений на участках **bc** и **cd**:

$$U_{bd} = R_2 I_{R2} - E_2 - R_6 I''_3 = 7,5 \cdot (-1,68) - 15 - 12 \cdot 0,86 = -12,6 - 15 - 10,37 = -37,97 \text{ В.}$$

Потенциал узла **b** меньше потенциала узла **d**.

7.3. Определение входного сопротивления двухполюсника.

Для определения входного сопротивления двухполюсника из схемы исключаются все источники энергии с учётом их внутренних сопротивлений.

Схема для расчёта приведена на рисунке 7.3а.

Определение сопротивления цепи относительно точек **b** и **d**.

Преобразуем схему для расчёта.

Соединение звездой резисторов R_5 , R_4 и R_3 преобразовано в эквивалентное соединение треугольником. Преобразованная схема приведена на рисунке 7.3б.

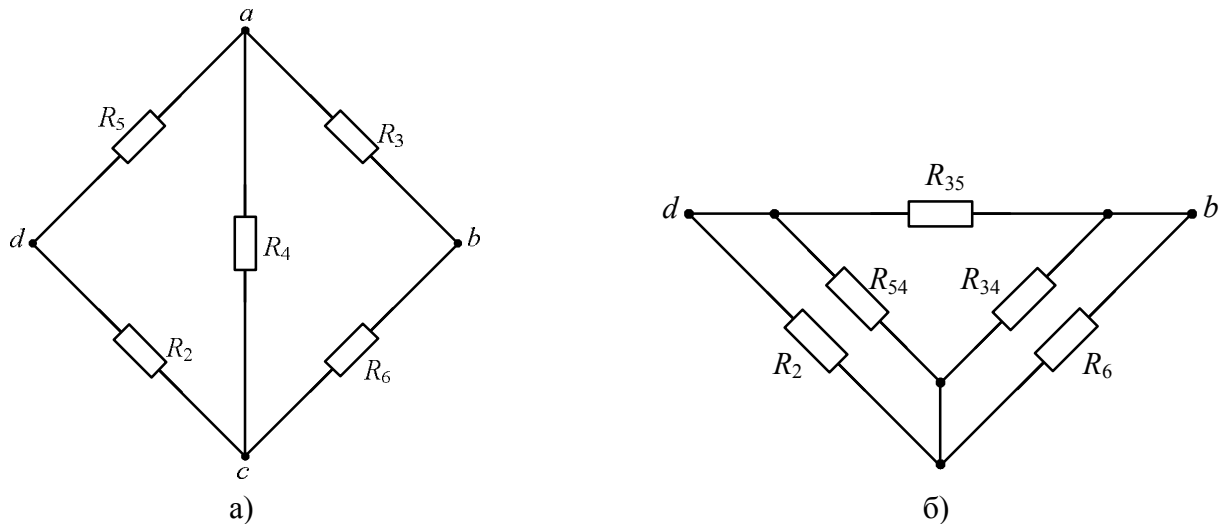


Рисунок 7.3

Величина сопротивления ветвей эквивалентного треугольника

$$R_{54} = R_5 + R_4 + \frac{R_5 \cdot R_4}{R_3} = 10,5 + 21 + \frac{10,5 \cdot 21}{12} = 49,875 \text{ Ом.}$$

$$R_{35} = R_3 + R_5 + \frac{R_3 \cdot R_5}{R_4} = 12 + 10,5 + \frac{12 \cdot 10,5}{21} = 28,5 \text{ Ом.}$$

$$R_{34} = R_3 + R_4 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_5} = 12 + 21 + \frac{12 \cdot 21}{10,5} = 57 \text{ Ом.}$$

Сопротивления параллельно соединённых резисторов:

$$R_{542} = \frac{R_{54} \cdot R_2}{R_{54} + R_2} = \frac{49,875 \cdot 7,5}{49,875 + 7,5} = 6,52 \text{ Ом;}$$

$$R_{346} = \frac{R_{34} \cdot R_6}{R_{34} + R_6} = \frac{57 \cdot 12}{57 + 12} = 9,91 \text{ Ом.}$$

Входное сопротивление двухполюсника как эквивалентное сопротивление участка цепи между точками **b** и **d**:

$$R_{\text{вх}} = R_{bd} = \frac{(R_{542} + R_{346}) \cdot R_{35}}{(R_{542} + R_{346}) + R_{35}} = \frac{(6,52 + 9,91) \cdot 28,5}{(6,52 + 9,91) + 28,5} = \frac{16,43 \cdot 28,5}{16,43 + 28,5} = 10,42 \text{ Ом.}$$

7.4. Величина тока в ветви с резистором R_1

$$I_1 = \frac{U_{bd}}{R_{bd} + R_1} = \frac{-37,99}{10,42 + 9} = -1,95 \text{ А.}$$

8. Построение потенциальной диаграммы для участка исходной цепи

Раздел должен содержать:

- обозначенный рисунок схемы рассматриваемого контура или участка цепи, содержащего не менее двух источников ЭДС с указанием точек и узлов и принятых направлений для токов ветвей;

- расчёт потенциалов точек рассматриваемой цепи и проверочный расчёт для точки, потенциал которой принят равным нулю;

- таблицу со значениями потенциалов точек цепи.

Для построения потенциальной диаграммы необходимо рассчитать потенциалы узлов исходя из реальных направлений токов в ветвях.

Диаграмму выполнить на миллиметровой бумаге формата А4. На диаграмме обозначить точки, для которых рассчитаны потенциалы.

Пример содержания раздела.

8.1. Схема участка цепи для построения потенциальной диаграммы с указанием заземлённого узла приведена на рисунке 8.1.

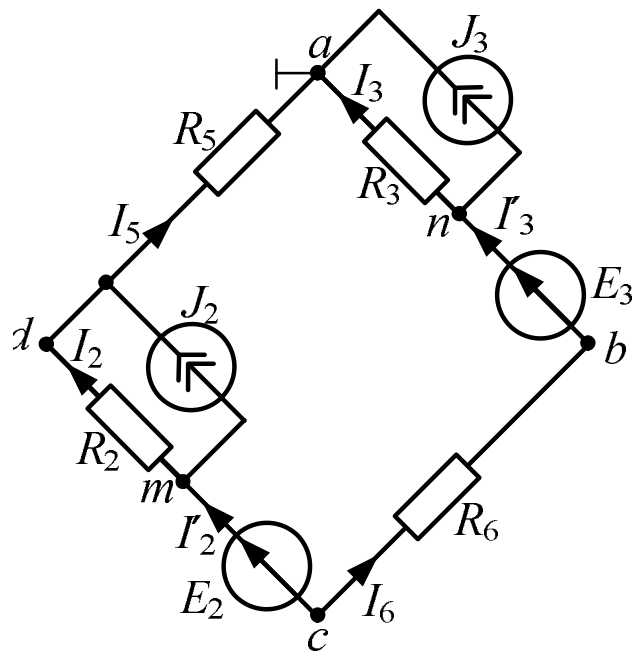


Рисунок 8.1

8.2. Токи ветвей

| $I_2, \text{ A}$ | $I_3, \text{ A}$ | $I_5, \text{ A}$ | $I_6, \text{ A}$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1,38 | 1,78 | -0,57 | -0,16 |

8.3. Потенциал узла **a** равен нулю:

$$\varphi_a = 0 \text{ В.}$$

8.4. Расчёт потенциалов точек контура.

$$\varphi_n = \varphi_a + (I_3 - J_3)R_3 = 0 + (1,78 - 1) \cdot 12 = 9,36 \text{ В.}$$

$$\varphi_b = \varphi_n - E_3 = 9,36 - 33 = -23,64 \text{ В.}$$

$$\varphi_c = \varphi_b + I_6 R_6 = -23,64 + (-0,16 \cdot 12) = -25,56 \text{ В.}$$

$$\varphi_m = \varphi_c + E_2 = -25,56 + 15 = -10,56 \text{ В.}$$

$$\varphi_d = \varphi_m - (I_2 + J_2)R_2 = -10,56 - (1,38 - 2) \cdot 7,5 = -5,85 \text{ В.}$$

Проверочное

$$\varphi_a = \varphi_d - I_5 R_5 = -5,848 - (-0,57) \cdot 10,5 = 0,12 \text{ В.}$$

Результаты расчёта приведены в таблице 3.

Таблица 3

| Точки | a | n | b | c | m | d |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Потенциал, В | 0 | 9,36 | 23,64 | -25,56 | -10,56 | -5,85 |

8.5. Общее сопротивление контура:

$$R_3 + R_6 + R_2 + R_5 = 12 + 12 + 7,5 + 10,5 = 42 \text{ Ом}$$

8.6. Потенциальная диаграмма для контура **anbcm d** приведена на рисунке 8.2

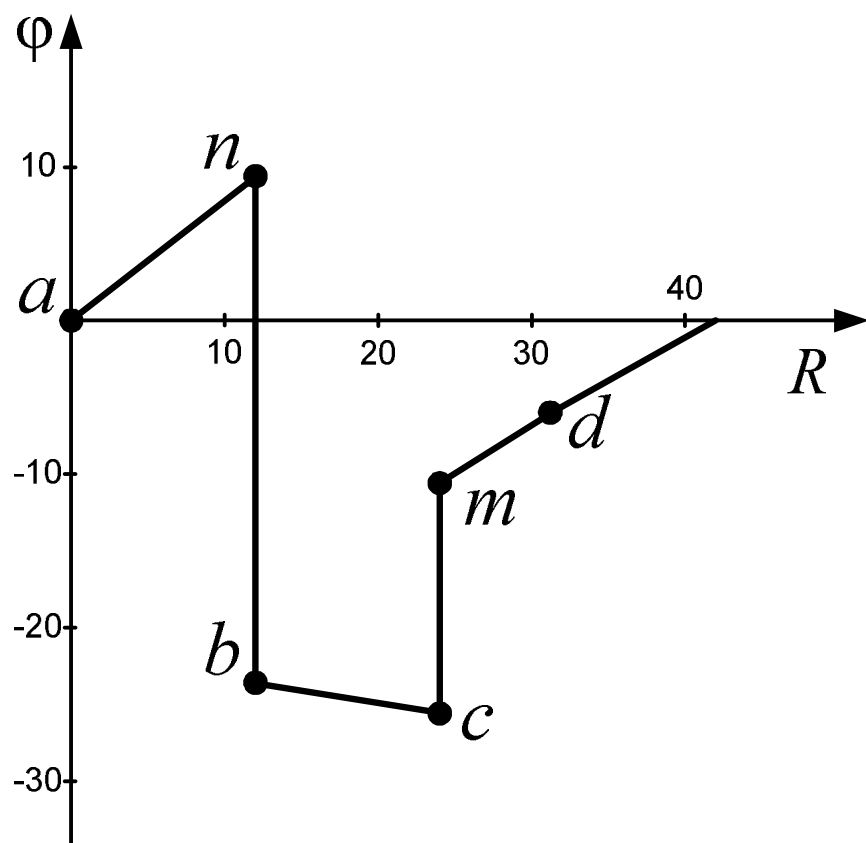


Рисунок 8.2

Часть 2

ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

1. Исходные данные

Раздел должен содержать рисунок схемы электрической цепи согласно варианту задания и значения её элементов. На схеме **не показывать элементы**, значения которых равны нулю. На схеме указать принятые условно положительные направления для токов ветвей.

Пример содержания раздела.

Схема расчётной электрической цепи, с условно положительными направлениями токов ветвей, приведена на рисунке 1.1.

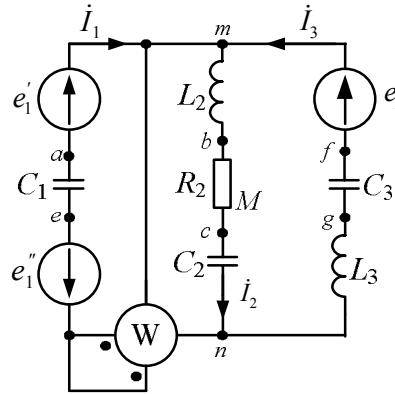


Рисунок 1.1

Элементы цепи имеют следующие значения:

$$e_1' = 440 \sin(\omega t - 316^\circ) \quad e_1'' = 392 \cos(\omega t + 40^\circ) \quad e_3' = 705 \cos(\omega t - 143^\circ)$$

$$C_1 = 40 \text{ мкФ},$$

$$L_2 = 199 \text{ мГн}, \quad R_2 = 25 \text{ Ом}, \quad C_2 = 10 \text{ мкФ},$$

$$L_3 = 2000 \text{ мГн}, \quad C_3 = 16 \text{ мкФ},$$

$$f = 20 \text{ Гц}$$

2. Составление системы уравнений для расчёта токов в ветвях цепи на основании законов Кирхгофа в дифференциальной и символической форме записи.

Раздел должен содержать:

- схему цепи с указанием условно положительных токов в ветвях цепи;
- определение числа узлов и числа ветвей;
- указанные на схеме принятые условно положительные направления для токов ветвей
- расчёт числа уравнений, используемых для расчета токов в ветвях цепи;
- используемые независимые контуры с указанием на схеме направлений их обхода.
- систему уравнений с указанием соответствующего узла или контура

Пример содержания раздела.

Число узлов цепи: $y = 2$.

Число уравнений, составляемых по первому закону Кирхгофа: $k_1 = y - 1 = 1$.

Число ветвей цепи: $v = 3$. Число ветвей с источником тока: $v_{\text{и}} = 0$.

Число уравнений, оставляемых по второму закону Кирхгофа: $k_2 = v - v_{\text{и}} - k_1 = 2$.

Задаёмся направлением токов в ветвях и выбираем направление обхода контуров.

Система уравнений в дифференциальной форме записи (обход контуров по часовой стрелке):

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = e'_1 - e''_1 \\ -\frac{1}{C_3} \int i_3 dt - L_3 \frac{di_3}{dt} - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt - R_2 i_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} = -e'_3 \end{cases}$$

Система уравнений в символической форме записи:

$$\begin{cases} -\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ -\dot{I}_1 \cdot j \frac{1}{\omega C} + \dot{I}_2 \cdot \left[R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \right] = \dot{E}'_1 - \dot{E}''_1 \\ -\dot{I}_2 \cdot \left[R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \right] - \dot{I}_3 \cdot j \left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3} \right) = -\dot{E}'_3 \end{cases}$$

2. Определение комплексов действующих значений токов в ветвях цепи

Сначала приводится символьная форма выражений используемых при расчёте, затем выражения со значениями символов – выражения в численных значениях, и только после этого результаты значения вычислений.

2.1. Комплексы действующих значений ЭДС в показательной и алгебраической форме:

$$E = E_m / \sqrt{2} \quad \dot{E} = E e^{j\psi_e} = E \cos \psi_e + j E \sin \psi_e$$

$$\dot{E}'_1 = \frac{440}{\sqrt{2}} e^{-j316^\circ}$$

$$\dot{E}''_1 = \frac{392}{\sqrt{2}} e^{j(40^\circ + 90^\circ)}$$

$$\dot{E}'_3 = \frac{705}{\sqrt{2}} e^{j(-143^\circ + 90^\circ)}$$

$$\dot{E}'_1 = 223,8 + j216,1$$

$$\dot{E}''_1 = -178,2 + j212,3$$

$$\dot{E}'_3 = 300 - j298,1$$

2.2. Комплексные сопротивления ветвей:

$$Z_1 = -j \frac{1}{\omega C_1}$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2 - j \frac{1}{\omega C_2}$$

$$Z_3 = j\omega L_3 - j \frac{1}{\omega C_3}$$

$$Z_1 = -j198,8$$

$$Z_2 = 25 - j770,8$$

$$Z_3 = -j246$$

2.3. Расчёт токов в ветвях цепи.

Для расчёта токов в ветвях цепи можно использовать любой из возможных методов. Далее приводится пример использования метода двух узлов.

2.3.1. Комплекс действующего значения напряжения между узлами

$$\dot{U}_{mn} = \frac{\frac{\dot{E}'_3}{Z_3} + \frac{\dot{E}'_1 - \dot{E}''_1}{Z_1}}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}$$

Привести подстановку значений для используемого выражения и привести результат вычисления

$$\dot{U}_{mn} = 312,5 - j152,7 = 347,7 e^{-j25,9}$$

2.3.2. Комплексы действующих значений токов в ветвях цепи по обобщённому закону

Ома.

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{-\dot{U}_{mn} - \dot{E}_1'' + \dot{E}_1'}{Z_1} & \dot{I}_1 &= -0,787 + j0,45 & \dot{I}_1 &= 0,905e^{j150,2^\circ} & I_1 &= 0,905 & \varphi_{I_1} &= 150,2^\circ \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{U}_{mn}}{Z_2} & \dot{I}_2 &= 0,211 + j0,399 & \dot{I}_2 &= 0,451e^{j62,1^\circ} & I_2 &= 0,451 & \varphi_{I_2} &= 62,1^\circ \\ \dot{I}_3 &= \frac{-\dot{U}_{mn} + \dot{E}_3'}{Z_3} & \dot{I}_3 &= 0,998 - j0,051 & \dot{I}_3 &= 0,999e^{-j2,9^\circ} & I_3 &= 0,999 & \varphi_{I_3} &= -2,9^\circ \end{aligned}$$

Привести подстановку значений для используемых выражений

2.5. Мгновенные значения токов в ветвях цепи и графики их изменения от ωt :

$$i_1 = \text{Im} \dot{I}_1 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \text{Im} 0,9\sqrt{2}e^{j150^\circ} \cdot e^{j\omega t}$$

$$i_1 = 1,28 \sin(\omega t + 150^\circ)$$

$$i_2 = \text{Im} \dot{I}_2 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \text{Im} 0,45\sqrt{2}e^{j62^\circ} \cdot e^{j\omega t}$$

$$i_2 = 0,64 \sin(\omega t + 62^\circ)$$

$$i_3 = \text{Im} \dot{I}_3 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \text{Im} 1\sqrt{2}e^{-j3^\circ} \cdot e^{j\omega t}$$

$$i_3 = 1,41 \sin(\omega t - 3^\circ)$$

Привести эпюры токов, изобразив их на миллиметровой бумаге с указанием начальных фаз на соответствующей оси.

3. Составление баланса мощностей источников и потребителей

3.1. Полная мощность, отдаваемая источниками

$$\tilde{S}_{ист} = (\dot{E}_1' - \dot{E}_1'')\ddot{I}_1 + \dot{E}_3'\ddot{I}_3.$$

Здесь \ddot{I}_1 и \ddot{I}_3 - сопряжённые комплексы соответствующих токов.

Привести подстановку значений для используемого выражения

$$\tilde{S}_{ист} = 5 - j565,6. \quad S_{ист} = |\tilde{S}_{ист}| = 566 \text{ ВА}$$

$$P_{ист} = \text{Re} \tilde{S}_{ист} = 5 \text{ Вт}, \quad Q_{ист} = \text{Im} \tilde{S}_{ист} = 565,6 \text{ вар}$$

Привести значения активной, реактивной и полной мощности, отдаваемой источником.

3.2. Активная мощность, потребляемая элементами цепи

$$P_{потр} = R_2 I_2^2 \quad P_{потр} = 25 \cdot 0,451^2 = 5,1 \text{ Вт.}$$

3.3. Реактивная мощность, потребляемая элементами цепи

$$Q_{потр} = -\frac{1}{\omega C_1} \cdot I_1^2 + \left(-\frac{1}{\omega C_2} + \omega L_2 \right) \cdot I_2^2 + \left(-\frac{1}{\omega C_3} + \omega L_3 \right) \cdot I_3^2$$

Привести подстановку значений для используемого выражения

$$Q_{потр} = -565,5 \text{ вар}$$

3.4. Полная мощность, потребляемая элементами цепи

$$S_{потр} = \sqrt{P_{потр}^2 + Q_{потр}^2} \text{ ВА}$$

Привести подстановку и значение полной потребляемой мощности.

3.5. Проверить наличие баланса по каждому виду мощности.

4. Определение показания ваттметра.

4.1. Напряжение и ток, на которые реагирует ваттметр

$$\dot{U}_W = \dot{E}_1' - \dot{E}_1'' - Z_1 \dot{I}_1 \quad \dot{U}_W = 223,8 + j216,1 - (-178,2 + j212,3) - (-j198,8)(-0,787 + j0,45)$$

$$\dot{U}_W = (223,8 + j216,1 + 178,2 - j212,3) - (-j198,8)(-0,787 + j0,45) = 402 + j3,8 - (198,8e^{-j90^\circ} \cdot 0,905e^{j150,2^\circ})$$

$$\dot{U}_W = 402 + j3,8 - (198,8e^{-j90} \cdot 0,905e^{j150,2^0}) = 402 + j3,8 - 179,9e^{j60,2^0} =$$

$$= 402 + j3,8 - (89,4 + j156,1) = 312,6 - j152,3$$

$$\dot{U}_W = 312,6 - j152,3 = 347,7e^{-j25,9}$$

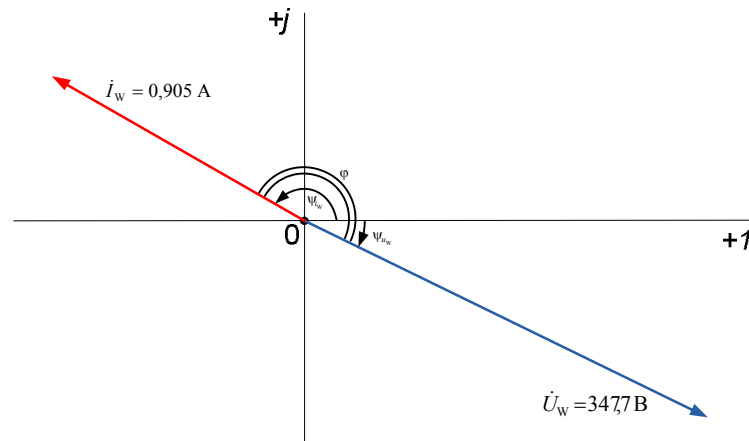
$$U_W = 347,7$$

$$\psi_{U_W} = -26^0$$

$$\dot{I}_W = \dot{I}_1 = -0,787 + j0,45 = 0,905e^{j150,2^0}$$

$$I_W = 0,905$$

$$\psi_{I_W} = 150,2^0$$



4.2. Мощность, показываемая ваттметром, определяемая через комплексы значений

$$P_1 = \operatorname{Re}(\dot{U}_W \cdot (-\dot{I}_1)) = 347,7e^{-j25,9} \cdot (-0,905e^{-j150,2^0}) = -(314,6e^{-j176,2^0}) = -(-313,9 - j20,8)$$

$$P_1 = 313,9 \text{ Вт}$$

4.3. Мощность, показываемая ваттметром, определяемая по формуле $UI \cos \varphi$

$$P_2 = U_W I_1 \cdot \cos(\varphi_{U_W} - \varphi_{I_1}) = 347,7 \cdot 0,905 \cdot \cos(-26 - 150,2) = 314,6 \cdot \cos(-176,2)$$

$$P_2 = 313,9 \text{ Вт}$$

4.4. Мгновенные значения тока и напряжения, на которые реагирует ваттметр, и графики их изменения во времени:

$$i_W = \operatorname{Im} \dot{I}_W \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \operatorname{Im} 0,905\sqrt{2}e^{j150,2^0} \cdot e^{j\omega t}$$

$$i_W = 1,28 \sin(\omega t + 150,2^0)$$

$$u_W = \operatorname{Im} \dot{U}_W \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \operatorname{Im} 347,7\sqrt{2}e^{-j26^0} \cdot e^{j\omega t}$$

$$u_W = 491,7 \sin(\omega t - 26^0)$$

Привести эпюры тока и напряжения, указав на соответствующей оси начальные фазы приведенных параметров

5. Построение топографической диаграммы напряжений и векторной диаграммы токов

$$\dot{\phi}_a = 0$$

$$\dot{\phi}_m = \dot{\phi}_a + \dot{E}'_1$$

$$\dot{\phi}_m = 223,8 + j216,1$$

$$\dot{\phi}_f = \dot{\phi}_m - \dot{E}'_3$$

$$\dot{\phi}_f = -76,2 + j614,3$$

$$\dot{\phi}_g = \dot{\phi}_f + \left(-j \frac{1}{\omega C_3} \right) \dot{I}_3$$

$$\dot{\phi}_g = -101,5 + j118,1$$

$$\dot{\phi}_n = \dot{\phi}_g + j\omega L_3 \dot{I}_3$$

$$\dot{\phi}_n = -88,7 + j368,8$$

$$\dot{\phi}_e = \dot{\phi}_n - \dot{E}''_1$$

$$\dot{\phi}_e = 89,4 + j156,5$$

$$\dot{\phi}_a = \dot{\phi}_e - \left(-j \frac{1}{\omega C_1} \right) \dot{I}_1$$

$$\phi_a = 0$$

$$\dot{\phi}_b = \dot{\phi}_m - j\omega L_2 \dot{I}_2$$

$$\dot{\phi}_b = 233,8 + j210,9$$

$$\dot{\phi}_c = \dot{\phi}_b - R_2 \dot{I}_2$$

$$\dot{\phi}_c = 228,5 + j200,9$$

$$\dot{\phi}_n = \dot{\phi}_c - \left(-j \frac{1}{\omega C_2} \right) \dot{I}_2$$

$$\dot{\phi}_n = -88,7 + j368,8$$

Привести подстановку значений для используемых выражений

Значения комплексов токов в ветвях цепи и комплексов потенциалов в точках электрической цепи, приведены в таблице 1.

Таблица 1

| \dot{I}_1, A | \dot{I}_2, A | \dot{I}_3, A | $\dot{\phi}_m, \text{В}$ | $\dot{\phi}_n, \text{В}$ |
|-------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $0,905e^{j150,2^\circ}$ | $0,451e^{j62,1^\circ}$ | $0,999e^{-j2,9^\circ}$ | $311,1e^{j44^\circ}$ | $379,3e^{j103,5^\circ}$ |
| $-0,787 + j0,45$ | $0,211 + j0,399$ | $0,998 - j0,051$ | $223,8 + j216,1$ | $-88,7 + j368,8$ |

Продолжение таблицы 1

| $\dot{\phi}_b, \text{В}$ | $\dot{\phi}_c, \text{В}$ | $\dot{\phi}_e, \text{В}$ | $\dot{\phi}_f, \text{В}$ | $\dot{\phi}_g, \text{В}$ |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $314,8e^{j42^\circ}$ | $304,3e^{j41,3^\circ}$ | $180,2e^{j60,3^\circ}$ | $619e^{j97^\circ}$ | $155,8e^{j130,7^\circ}$ |
| $233,8 + j210,9$ | $228,5 + j200,9$ | $89,4 + j156,5$ | $-76,2 + j614,3$ | $-101,5 + j118,1$ |

Топографическая диаграмма потенциалов точек цепи и векторная диаграмма токов приведены на рисунке 5.1

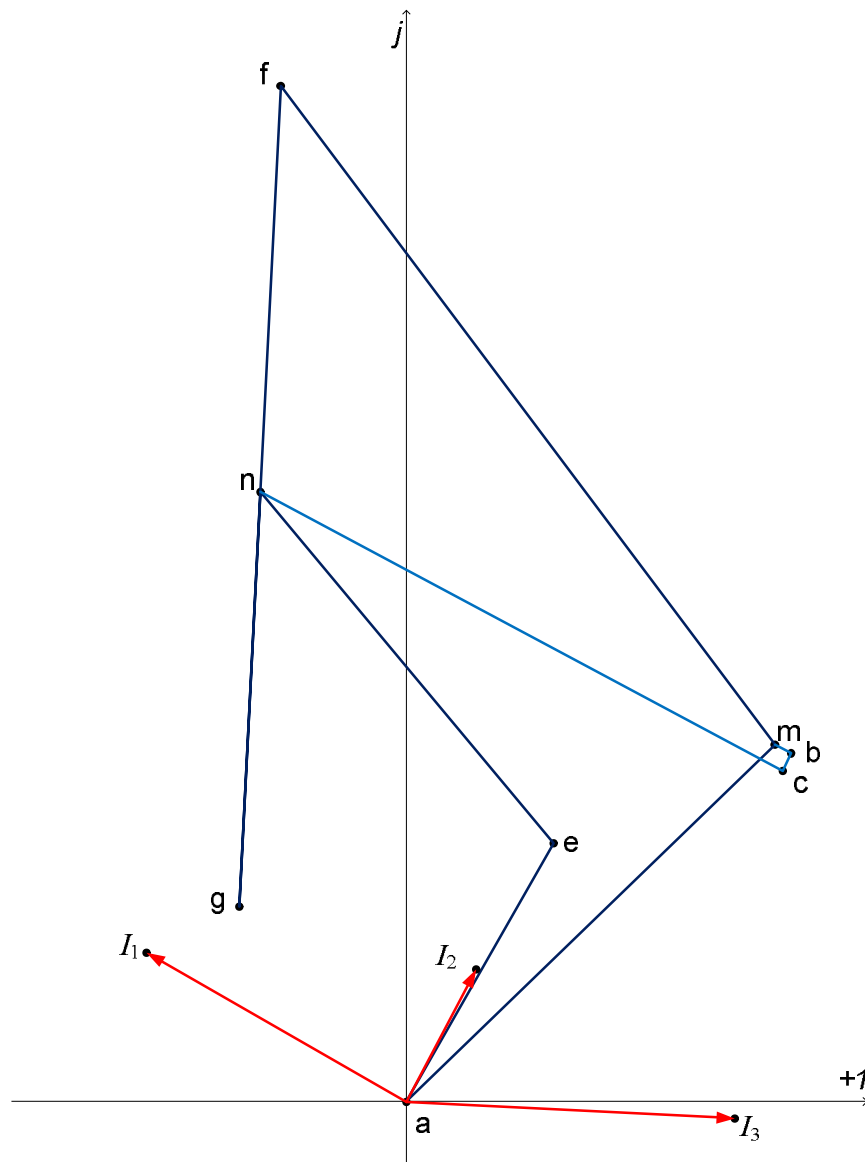


Рисунок 5.1

6. Мгновенные значения для тока и напряжения участка ветви с C_1

$$i_C = \text{Im} \dot{I}_1 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j\omega t} = \text{Im} 0,905 \sqrt{2} e^{j(\omega t + 150,2^\circ)} \cdot e^{j\omega t} = 1,28 \sin(\omega t + 150,2^\circ).$$

$$u_C = \text{Im}(\dot{I}_{1m} \cdot \underline{Z}_1) \cdot e^{j\omega t} = \text{Im}(1,28 e^{j150,2^\circ} \cdot 198,8 e^{-j90^\circ}) \cdot e^{j\omega t} = 254,5 \sin(\omega t + 60,2^\circ)$$

Привести эпюры тока и напряжения, указав на соответствующей оси начальные фазы параметров

7. Составление в общем виде системы уравнений для расчета токов в ветвях цепи при наличии магнитной связи между встречно включёнными катушками

Расчётная схема, с указанием одноимённых концов катушек для варианта их встречного включения, приведена на следующем рисунке 7.1

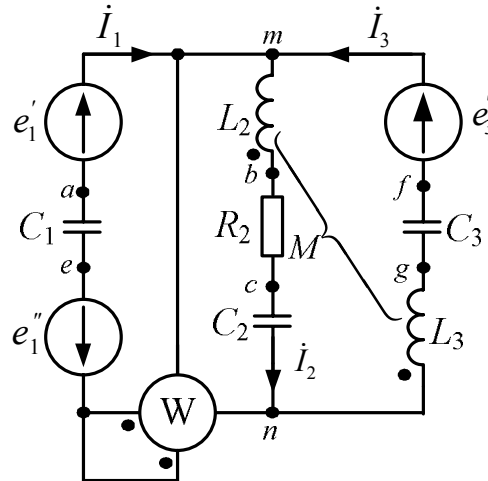


Рисунок 7.1

Дифференциальная форма записи (обход контуров по часовой стрелке):

$$\begin{cases} -i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ \frac{1}{C_1} \int i_1 dt + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_3}{dt} + R_2 i_2 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt = e'_1 - e''_1 \\ -\frac{1}{C_3} \int i_3 dt - L_3 \frac{di_3}{dt} + M \frac{di_2}{dt} - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt - R_2 i_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_3}{dt} = -e'_3 \end{cases}$$

Символическая форма записи:

$$\begin{cases} -\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ -\dot{I}_1 \cdot j \frac{1}{\omega C} + \dot{I}_2 \cdot \left[R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \right] - \dot{I}_3 \cdot j \omega M = \dot{E}'_1 - \dot{E}''_1 \\ -\dot{I}_3 \cdot j \left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3} \right) + \dot{I}_2 \cdot j \omega M - \dot{I}_2 \cdot \left[R_2 + j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) \right] + \dot{I}_3 \cdot j \omega M = -\dot{E}'_3 \end{cases}$$