Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ФИЗИКА

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

для студентов направлений подготовки (специальностей)
08.03.01 Строительство
09.03.02 Информационные системы и технологии
10.03.01 Информационная безопасность
10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем
11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи
11.03.04 Электроника и наноэлектроника
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника
15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
18.03.01 Химическая технология
18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии
21.03.01 Нефтегазовое дело
21.05.02 Прикладная геология
21.05.03 Технология геологической разведки
20.03.01 Техносферная безопасность
20.05.01 Пожарная безопасность
22.03.01 Материаловедение и технологии материалов
23.03.01 Технология транспортных процессов
23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов
28.03.02 Наноинженерия

Ставрополь
2016

УДК 536(075.8)
ББК 22.317 я 73
Ф 50

Печатается по решению
учебно-методического совета
Северо-Кавказского федерального
университета

Ф 50 **Физика. Физические основы механики. Лабораторный практикум:** учебное пособие / сост. И. М. Хабибулин, Пигулев Р. В., Н. В. Жданова, В. Н. Хабибулина. Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2016. – 124 с.

Учебное пособие включает в себя лабораторные работы по разделу «Физические основы механики» дисциплины «Физика». В нем изложены основные теоретические вопросы по этому разделу, приведено теоретическое обоснование методов, использованных в лабораторных работах, приведены схемы установок с описанием принципа их действия, подробно описан порядок выполнения лабораторных работ.

Учебное пособие предназначено для студентов технических и технологических направлений подготовки (специальностей):

Учебное пособие может быть использовано как руководство при выполнении лабораторных работ и для самостоятельной работы над разделом «Физические основы механики» дисциплины «Физика».

УДК 536(075.8)
ББК 22.317 я 73

Авторы: канд. хим. наук, доцент И. М. Хабибулин,
канд. тех. наук, доцент Р. В. Пигулев,
канд. физ.-мат. наук, доцент Н. В. Жданова,
ст. преподаватель В. Н. Хабибулина

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, профессор А. Я. Симоновский,
канд. физ.-мат. наук, доцент В. В. Мизина

© ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский
федеральный университет», 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.1
Изучение кинематики поступательного движения 9

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.2
Изучение кинематики вращательного движения 17

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.3
Изучение динамики поступательного движения на машине Атвуда 25

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.4
Изучение динамики вращательного движения твердого тела на маятнике Обербека 31

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.5
Изучение динамики вращательного движения твердого тела на маятнике Максвелла 42

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.6
Изучение сил трения качения и трения скольжения 48

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.7
Определение модуля Юнга 57

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.8
Изучение закона сохранения импульса и энергии при центральном ударе шаров 68

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.9
Изучение законов сохранения энергии и момента импульса на баллистическом крутильном маятнике 77

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.10
Определение характеристик движения гироскопа 85

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.11
Определение момента инерции тел методом крутильных колебаний маятника. 93

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.12
Изучение теоремы Штейнера на примере колебаний физического маятника. 103

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.13
Определение ускорения свободного падения при помощи универсального маятника 112

ЛИТЕРАТУРА 123

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 1.14 (1.1) 123
Изучение кинематики и динамики поступательного движения на машине Атвуда

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 1.15 (1.12) 128
Изучение кинематики поступательного и вращательного движений на машине Атвуда

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 1.16 (1.2) 134
Изучение кинематики вращательного движения

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.17 (1.3) 138
Изучение динамики поступательного и вращательного движения твердого тела

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.18 (1.13) 144
Изучение основного закона динамики вращательного движения твердого тела на маятнике Обербека

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.19 (1.4) 150
Изучение центрального удара шаров

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.20 (1.14) 157
Изучение закона сохранения импульса при центральном ударе шаров

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.21 (1.5) 162
Изучение законов сохранения энергии и момента импульса на баллистическом крутильном маятнике

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.22 (1.6) 167
Определение ускорения свободного падения при помощи универсального маятника

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.23 (1.16) 172
Изучение теоремы Штейнера на примере колебаний физического маятника

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.25 (1.7) 177
Изучение затухающих механических колебаний

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие предназначено для студентов технических и технологических направлений подготовки (специальностей) и способствуют реализации следующих компетенций:

08.03.01 Строительство

– использование основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применение методов математического анализа и математического (компьютерного) моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

– способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлечь их для решения соответствующий физико-математический аппарат.

09.03.02 Информационные системы и технологии

– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы теоретического и экспериментального исследования;

– способность обосновывать правильность выбранной модели, сопоставляя результаты экспериментальных данных и полученных решений.

10.03.01 Информационная безопасность

– способность логически верно, аргументированно и ясно строить устную и письменную речь, публично представлять собственные и известные научные результаты, вести дискуссии;

способность к саморазвитию, самореализации, приобретению новых знаний, повышению своей квалификации и мастерства;

– способность использовать основные естественнонаучные законы, применять математический аппарат в профессиональной деятельности, выявлять сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

– способность к логически правильному мышлению, обобщению, анализу, критическому осмыслению информации, систематизации, прогнозированию, постановке исследовательских задач и выбору путей их решения на основании принципов научного познания;

– способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять

соответствующий физико-математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.

11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

– способность к самоорганизации и самообразованию;

– готовность изучать научно-техническую информацию, отечественный и зарубежный опыт по тематике исследования.

11.03.04 Электроника и наноэлектроника

– способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики;

– способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.

13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

– способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач;

– способность участвовать в планировании, подготовке и выполнении типовых экспериментальных исследований по заданной методике;

– способность обрабатывать результаты экспериментов.

15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

– способность проводить эксперименты по заданным методикам, обрабатывать и анализировать результаты, описывать выполнение научных исследований, готовить данные для составления научных обзоров и публикаций.

18.03.01 Химическая технология

– готовность к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства, способностью приобретать новые знания в области техники и технологии, математики, естественных, гуманитарных, социальных и экономических наук;

– способность и готовностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности;

– использовать знания о современной физической картине мира, пространственно-временных закономерностях, строении вещества для понимания окружающего мира и явлений природы;

– способность планировать и проводить физические ... эксперименты, проводить обработку их результатов и оценивать погрешности, выдвигать гипотезы и устанавливать границы их применения, применять методы ... теоретического и экспериментального исследования;
– использовать знания основных физических теорий для решения возникающих физических задач, самостоятельного приобретения физических знаний, для понимания принципов работы приборов и устройств, в том числе выходящих за пределы компетентности конкретного направления.

18.03.02 Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии
– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применяет методы ... теоретического и экспериментального исследования;
– способность использовать основные естественнонаучные законы для понимания окружающего мира и явлений природы.

21.03.01 Нефтегазовое дело
– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы ... теоретического и экспериментального исследования;
– способность использовать физико-математический аппарат для решения расчетно-аналитических задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности.

21.05.02 Прикладная геология
– способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу;
– готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала;
– способность к самоорганизации и самообразованию.

21.05.03 Технология геологической разведки
– способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
– готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала;
– способность к самоорганизации и самообразованию;
– способность выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат.

20.03.01 Техносферная безопасность

– владение компетенциями самосовершенствования (создание необходимости, потребность и способность учиться);

– способность работать самостоятельно;

– способность к абстрактному и критическому мышлению, исследованию окружающей среды для выявления ее возможностей и ресурсов, способность к принятию нестандартных решений и разрешению проблемных ситуаций;

– способность использовать законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач.

20.05.01 Пожарная безопасность

– способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу;

– готовностью к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала.

22.03.01 Материаловедение и технологии материалов

– готовность применять фундаментальные математические, естественнонаучные и общеинженерные знания в профессиональной деятельности.

23.03.01 Технология транспортных процессов

– способность применять систему фундаментальных знаний (математических, естественнонаучных, инженерных и экономических) для идентификации, формулирования и решения технических и технологических проблем в области технологии, организации, планирования и управления технической и коммерческой эксплуатацией транспортных систем.

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

– готовность применять систему фундаментальных знаний (математических, естественнонаучных, инженерных и экономических) для идентификации, формулирования и решения технических и технологических проблем эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов.

28.03.02 Наноинженерия

– способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы ... экспериментального исследования.

Учебное пособие предназначено для оказания студентам помощи при выполнении лабораторного практикума на занятиях, а также при подготовке к ним.

В пособии рассмотрены некоторые вопросы раздела «Физические основы механики», необходимые для понимания процессов, исследуемых в ходе выполнения лабораторных работ. Это позволяет без привлечения дополнительной литературы изучить теоретический материал, необходимый для выполнения лабораторных работ.

В разделе «Оборудование и материалы» даётся достаточное количество сведений об объекте измерений, а также приводится описание лабораторной установки, на которой проводятся измерения.

Раздел «Методика и порядок выполнения работы» помогает понять принципы, заложенные в методику лабораторного эксперимента, поэтапно проводить все необходимые операции для получения той или иной характеристики объекта измерения.

В каждой лабораторной работе имеются контрольные вопросы, ответы на которые позволяют не только подготовиться к защите лабораторных работ, но и оценить степень усвоения соответствующего теоретического материала.

В пособии приведен список рекомендуемой литературы, который окажет существенную помощь при подготовке к лабораторным работам.

Лабораторная работа 1.1

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определить зависимость перемещения тела от времени при поступательном равноускоренном движении.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Кинематика занимается описанием механического движения материальных точек без анализа причин, вызвавших это движения.

Характеристиками движения являются траектория, перемещение, скорость и ускорение.

Линия, которую описывает движущаяся материальная точка, называется траекторией. При поступательном движении все точки тела описывают одинаковые траектории, поэтому ограничиваются рассмотрением движения одной точки. По форме траектории различают прямолинейное движение, криволинейное движение.

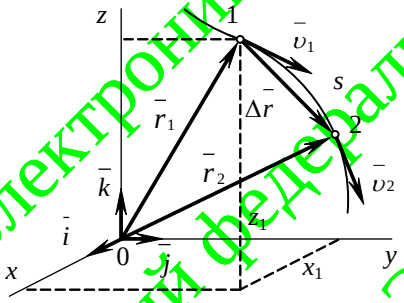

Рис. 1.1.1

Путь s – это расстояние, отсчитываемое вдоль траектории движения.

Положение материальной точки в пространстве в момент времени t (рис. 1.1.1) определяется радиус-вектором $\bar{r}$, проведенным из начала координат в место нахождения материальной точки, или координатами x, y, z, при этом

$$\bar{r} = \bar{i}\,x + \bar{j}\,y + \bar{k}\,z, \qquad (1.1.1)$$

где $\bar{i}$, $\bar{j}$, $\bar{k}$ – единичные вектор-орты системы координат.

Модуль вектора перемещения

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\,.$$

Перемещение $\Delta\bar{r}$ – это направленный отрезок, соединяющий начальную и последующую точки на траектории.

$$\Delta\bar{r} = \bar{r}_2 - \bar{r}_1.$$

В механике под скоростью понимают векторную физическую величину $\bar{\upsilon}$, которая характеризует не только как быстро происходит перемещение материальной точки по траектории, но и направление движения в каждый момент времени.

Средняя скорость $$<\bar{\upsilon}> = \frac{\Delta\bar{r}}{\Delta t}.$$

Мгновенная скорость $$\bar{\upsilon} = \frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}t}. \qquad (1.1.2)$$

Из уравнений (1.1.1) и (1.1.2)

$$\bar{\upsilon} = \bar{i}\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \bar{j}\,\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + \bar{k}\,\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = \bar{i}\,\upsilon_x + \bar{j}\,\upsilon_y + \bar{k}\,\upsilon_z,$$

откуда $$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2},$$

где υ_x, υ_y, υ_z – проекции вектора скорости $\bar{\upsilon}$ на координатные оси *x*, *y* и *z*.

Быстрота изменения скорости по времени при переменном движении характеризуется ускорением.

Среднее ускорение – это векторная физическая величина, определяемая отношением изменения вектора скорости к интервалу времени, в течение которого это изменение произошло:

$$<\bar{a}> = \frac{\Delta\bar{\upsilon}}{\Delta t}.$$

Мгновенное ускорение – это векторная физическая величина, равная первой производной скорости по времени или второй производной радиуса-вектора движущейся точки по времени:

$$\bar{a} = \frac{\mathrm{d}\bar{\upsilon}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\bar{r}}{\mathrm{d}t^2}. \qquad (1.1.3)$$

Из уравнений (1.1.1) и (1.1.3):

$$\bar{a} = \bar{i}\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \bar{j}\,\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} + \bar{k}\,\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2} = \bar{i}\,a_x + \bar{j}\,a_y + \bar{k}\,a_z,$$

откуда $$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\,,$$

где a_x, a_y, a_z – проекции вектора скорости $\bar{a}$ на координатные оси x, y и z.

Ускорение материальной точки при ее движении по криволинейной траектории обусловлено изменением во времени модуля ее скорости и изменением направления движения. Изменение направления движения зависит от кривизны траектории. Таким образом, криволинейное движение происходит всегда с ускорением. В связи с этим вектор ускорения принято раскладывать на две составляющие (рис. 1.1.2). Первая из них направлена по касательной к траектории, определяет изменение скорости по величине и называется тангенциальным ускорением a_τ, вторая составляющая направлена по нормали к траектории, определяет изменение скорости по направлению и называется нормальным или центростремительным a_n:

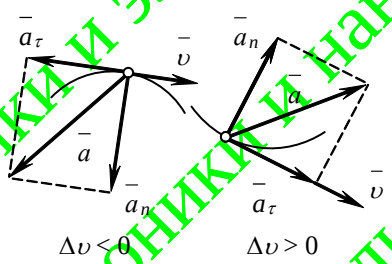

Рис. 1.1.2

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}, \quad a_n = \frac{\upsilon^2}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории.

Ускорение и его составляющие находятся в соотношении

$$\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,.$$

Если материальная точка движется без ускорения (a = 0), то скорость ее движения постоянна по величине и по направлению ($\bar{\upsilon}$ = const). Траектория в этом случае представляет собой прямую линию. Движение материальной точки в данном случае называется равномерным прямолинейным. При прямолинейном движении центростремительная составляющая ускорения отсутствует, а по-

скольку движение равномерное, то и касательная составляющая ускорения равна нулю.

В этом случае мгновенная скорость оказывается равной средней скорости за любой промежуток времени.

Если материальная точка движется с постоянным во времени ускорением (a = const), то движение называют равнопеременным. Равнопеременное движение может быть равноускоренным, если $a > 0$, и равнозамедленным, если $a < 0$. В этом случае мгновенное ускорение оказывается равным среднему ускорению за любой промежуток времени.

При равнопеременном прямолинейном движении $a_n = 0$, $a_\tau = \text{const} \neq 0$, т. е. ускорение $a = a_\tau = \dfrac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t}$,

тогда
$$\mathrm{d}\upsilon = a\mathrm{d}t,$$
$$\int_{\upsilon_0}^{\upsilon} \mathrm{d}\upsilon = a\int_0^t \mathrm{d}t,$$
$$\upsilon = \upsilon_0 + at, \qquad (1.1.4)$$

где υ_0, υ – скорости движения в начальный $t = 0$ и текущий моменты времени t.

При этом при движении вдоль оси x
$$\upsilon_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},$$

то
$$\mathrm{d}x = \upsilon_x\mathrm{d}t = (\upsilon_{x0} + at)\mathrm{d}t,$$
$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t \upsilon_x\mathrm{d}t = \upsilon_{x0}\int_0^t \mathrm{d}t + a\int_0^t t\mathrm{d}t,$$
$$\Delta x = x - x_0 = \upsilon_{x0}t + \frac{at^2}{2}. \qquad (1.1.5)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид установки для изучения зависимости перемещения тела от времени приведен на рис. 1.1.3.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 1, верхний кронштейн 2, кронштейн с фотодатчиком 3.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами и уровнем 12 для регулировки горизонтального положения установки.

На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала 4, и установлен визир 5.

На верхнем кронштейне размещается узел подшипников с малоинерционным шкивом 6, через который перекинута капроновая нить 7 с двумя основными грузами 8 и набором разновесов 9, электромагнитный тормоз 10, предназначенный для фиксации исходного положения грузов.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 11, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

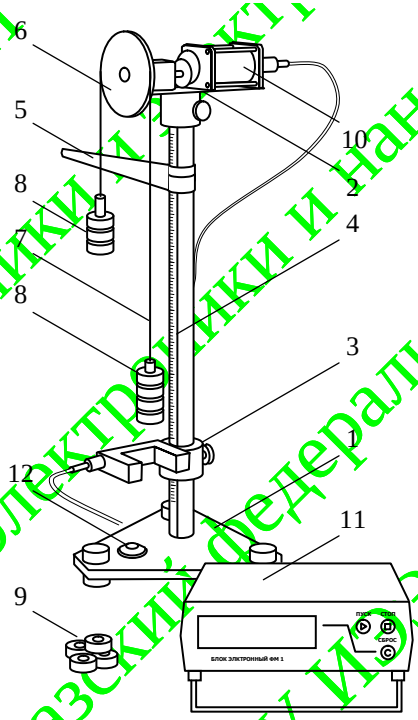

Рис. 1.1.3

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Перекинуть через шкив нить с двумя грузами и убедиться, что система находится в положении безразличного равновесия.

2. Произвести регулировку положения основания регулировочными опорами, используя для визуального наблюдения уровень.

3. Установить кронштейн с фотодатчиком в нижней части шкалы вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в красный цвет, совпала с одной из рисок шкалы, а правый груз при движении вниз проходил в центре рабочего окна фотодатчика (за нижнее положение груза берется риска шкалы, соответствующая риске на корпусе фотодатчика и являющаяся как бы продолжением оптической оси фотодатчика, которую пересекает движущийся груз).

Записать координату y оптической оси фотодатчика по шкале вертикальной стойки (y – конечная координата груза).

4. Подключить фотодатчик и электромагнитный тормоз установки к электронному блоку.

5. Подключить электронный блок к электрической сети.

6. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должен отключиться фрикцион электромагнитного тормоза и на табло индикации должен отображаться отсчет времени.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени, и должен сработать и отключиться фрикцион электромагнитного тормоза.

7. Установить на основные грузы разновесы, сформировав одинаковые по массе (по указанию преподавателя) левый и правый грузы.

8. Установить на правый груз (по указанию преподавателя) дополнительный разновес (перегрузок).

9. Установить правый груз в указанное преподавателем положение по шкале вертикальной стойки, определить начальную координату y_0 груза по его нижней плоскости, используя визир.

10. Нажать кнопку СБРОС

При этом должны сброситься показания электронного блока и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

11. Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

Происходит растормаживание электромагнитного тормоза, правый груз начинает опускаться, и таймер электронного блока начинает отсчет времени.

При пересечении правым грузом оптической оси фотодатчика отсчет времени прекратится. Пересечение грузом оптической оси фотодатчика аналогично по проявлению нажатию кнопки СТОП.

12. Данные измерений занести в таблицу.

№	y_0, м	y, м	h, м	t, с	t^2, с^2	$\langle t^2 \rangle$, с^2
m_1 = ... кг						
1						
2						
...						
1						
2						
...						
...						
m_2 = ... кг						

13. Повторить измерения не менее 3–5 раз

14. Повторить п.п. 9–10 изменяя начальное положение правого груза с шагом по шкале вертикальной стойки, указанным преподавателем.

15. Повторить п.п. 8–14 изменив (по указанию преподавателя) массу перегрузка на правом грузе.

16. Рассчитать погрешность определения t^2 для каждой пары значений y_0 и y

17. Пройденный грузом путь h определить как расстояние от нижней плоскости груза в верхнем положении (координата y_0) до оптической оси фотодатчика (координата y):

$$h = |y - y_0|.$$

18. По полученным данным построить график $h = f(t^2)$ для каждого соотношения массы грузов и перегрузка на правом грузе.

В соответствие с уравнением (1.1.5) при условии начала движения грузов из положения покоя ($\upsilon_0 = 0$):

$$h = \frac{at^2}{2}$$

и графики $h = f(t^2)$ должны представлять (в пределах погрешности измерений) прямую, проходящую через начало координат.

19. Из графиков по коэффициентам наклона прямых зависимости $h = f(t^2)$ определить ускорения a движения грузов:

$$a = 2\frac{\Delta h}{\Delta(t^2)}.$$

20. По графикам зависимости $h = f(t^2)$ рассчитать погрешности определения ускорений a для каждого значения массы перегрузков на правом грузе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Как определяется величина и направление линейного перемещения точки; средней и мгновенной линейной скорости точки; среднего и мгновенного ускорения точки?
2. Запишите уравнения $x = f(t)$, $\upsilon = f(t)$ и $a = f(t)$ для случая прямолинейного равноускоренного движения. Как выглядят графики этих зависимостей?
3. Как найти скорость υ движения по графику зависимости пути от времени $s = f(t)$? Рассмотреть случаи равномерного и равноускоренного движения.
4. Как найти пройденный телом путь s по графику зависимости скорости от времени $\upsilon = f(t)$? Рассмотреть случаи равномерного и равноускоренного движения.
5. Как найти ускорение a по графику зависимости скорости от времени $\upsilon = f(t)$ прямолинейного переменного движения?
6. Почему в работе строится график зависимости $h = f(t^2)$, а не график $h = f(t)$?
7. Какой физический смысл имеет коэффициент наклона графика зависимости $h = f(t^2)$?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.2

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить зависимость углового перемещения тела от времени при вращательном равноускоренном движении.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Вращательным называется движение, при котором точки тела движутся по окружностям или дугам окружностей, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения.

Пусть тело за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ повернулось на угол $\Delta\varphi$, перейдя из положения 1 в положение 2 (рис. 1.2.1). Вектор $\Delta\bar{\varphi}$, направленный вдоль оси вращения (перпендикулярно плоскости, в которой происходит вращение), называется вектором углового перемещения. Модуль вектора $\Delta\bar{\varphi}$ равен углу поворота $\Delta\varphi$, а ориентация вектора определяется по правилу правого винта (если правый винт вращать по направлению вращения тела, то поступательное движение винта совпадет по направлению с вектором углового перемещения).

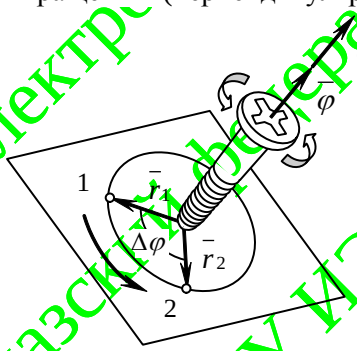

Рис. 1.2.1

Быстрота совершения углового перемещения определяется средней угловой скоростью:

$$<\bar{\omega}> = \frac{\Delta\bar{\varphi}}{\Delta t}$$

а предел отношения

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\bar{\varphi}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\bar{\varphi}}{\mathrm{d}t} = \bar{\omega} \qquad (1.2.1)$$

называется мгновенной угловой скоростью (угловой скоростью).

Угловая скорость – это векторная физическая величина, равная первой производной углового перемещения по времени.

Вектор угловой скорости направлен по оси вращения, и ориентация его определяется правилом правого винта.

Если угловая скорость $\bar{\omega}$ за промежуток времени Δt изменяется на $\Delta\bar{\omega}$, то для характеристики такого вращательного движения вводится понятие среднего углового ускорения:

$$<\bar{\varepsilon}> = \frac{\Delta\bar{\omega}}{\Delta t}.$$

Мгновенным угловым ускорением (угловым ускорением) называется векторная физическая величина, равная первой производной угловой скорости по времени или второй производной углового перемещения по времени:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\mathrm{d}\bar{\omega}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\bar{\varphi}}{\mathrm{d}t^2} \qquad (1.2.2)$$

Если вращательное движение происходит с увеличивающейся по величине угловой скоростью, т. е. вращение ускоренное, то векторы $\bar{\omega}$ и $\bar{\varepsilon}$ направлены в одну и ту же сторону, и в противоположные стороны, когда вращение замедленное.

Вращательное движение, при котором угловое ускорение $\bar{\varepsilon}$ = const ≠ 0, называется равнопеременным вращением.

Из уравнения (1.2.2) следует:

$$|\mathrm{d}\bar{\omega}| = |\bar{\varepsilon}|\,\mathrm{d}t \quad \text{и} \quad \int_{\omega_0}^{\omega}\mathrm{d}\omega = \varepsilon\int_0^t \mathrm{d}t,$$

откуда получим формулу угловой скорости при равнопеременном вращении:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t \qquad (1.2.3)$$

Из уравнения (1.2.1) с учетом (1.2.3) следует:

$$|\mathrm{d}\bar{\varphi}| = |\bar{\omega}|\mathrm{d}t \quad \text{и} \quad \int_{\varphi_0}^{\varphi}\mathrm{d}\varphi = \int_0^t \omega\mathrm{d}t = \omega_0\int_0^t \mathrm{d}t + \varepsilon\int_0^t t\mathrm{d}t,$$

проинтегрировав это выражение, получим формулу для определения модуля углового перемещения при равнопеременном вращении:

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \qquad (1.2.4)$$

Пусть тело из положения 1 (рис. 1.2.2) переходит в положение 2 за малый промежуток времени dt, совершая бесконечно малое угловое перемещение $\mathrm{d}\bar{\varphi}$. Из рисунка видно, что

$$|\mathrm{d}\bar{r}| = R\mathrm{d}\varphi, \quad R = r\sin\alpha,$$

где R – радиус окружности.

Откуда

$$\mathrm{d}r = r\mathrm{d}\varphi\sin\alpha.$$

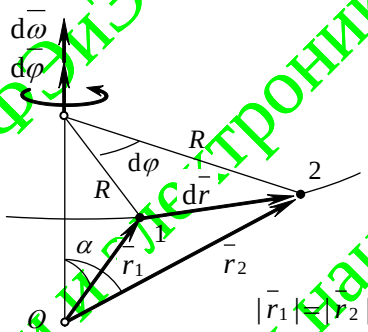

Рис. 1.2.2

Запишем выражение в виде векторного произведения:

$$\mathrm{d}\bar{r} = [\mathrm{d}\bar{\varphi}\,\bar{r}\,].$$

Разделив на dt получим

$$\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}t} = [\frac{\mathrm{d}\bar{\varphi}}{\mathrm{d}t}\,\bar{r}\,]$$

или с учетом, что $\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}t} = \bar{\upsilon}$, $\frac{\mathrm{d}\bar{\varphi}}{\mathrm{d}t} = \bar{\omega}$,

можно записать $$\bar{\upsilon} = [\bar{\omega}\,\bar{r}\,]. \qquad (1.2.5)$$

Следовательно, модули векторов связаны соотношением

$$\upsilon = \omega r\sin\alpha = \omega R.$$

Дифференцируя по времени уравнение (1.2.5), получим

$$\frac{\mathrm{d}\bar{\upsilon}}{\mathrm{d}t} = [\frac{\mathrm{d}\bar{\omega}}{\mathrm{d}t}\,\bar{r}\,] + [\bar{\omega}\,\frac{\mathrm{d}\bar{r}}{\mathrm{d}t}]$$

или с учетом выражения (1.2.2) запишем:

$$\bar{a} = [\bar{\varepsilon}\,\bar{r}\,] + [\bar{\omega}\,\bar{\upsilon}\,] = [\bar{\varepsilon}\,\bar{r}\,] + [\bar{\omega}[\bar{\omega}\,\bar{r}\,]],$$

т. е. ускорение $\bar{a}$ – сумма двух составляющих:

– тангенциального ускорения $\bar{a}_\tau$, сонаправленного (или противонаправленного) с вектором линейной скорости и изменяющего линейную скорость по величине:

$$[\bar{\varepsilon}\,\bar{r}\,] = \bar{a}_\tau, \quad a_\tau = \varepsilon r\sin\alpha = \varepsilon R,$$

– нормального ускорения $\bar{a}_n$, направленного к центру кривизны траектории и изменяющего линейную скорость по направлению:

$$[\bar{\omega}[\bar{\omega}\,\bar{r}\,]] = \bar{a}_n, \quad a_n = \omega\omega r\sin\alpha = \omega^2 R.$$

Тогда полное ускорение

$$\bar{a} = \bar{a}_\tau + \bar{a}_n, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид установки приведен на рис. 1.2.3.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 1, верхний кронштейн 2, кронштейн с фотодатчиком 3.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами и уровнем для регулировки горизонтального положения установки.

На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала 4, и установлен визир 5.

На верхнем кронштейне размещается узел подшипников с малоинерционным шкивом 6, через который перекинута капроновая нить 7 с двумя основными грузами 8 и набором разновесов 9, электромагнитный тормоз 10, предназначенный для фиксации исходного положения грузов.

На шкиве 6 нанесена угловая шкала (транспортир) 11 для измерения его угла поворота.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 12, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и времен-

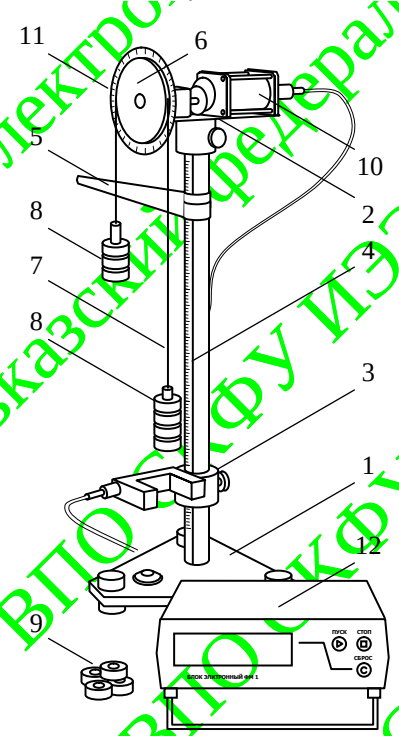

Рис. 1.2.3

ных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Перекинуть через шкив нить с двумя грузами и убедиться, что система находится в положении безразличного равновесия.
2. Произвести регулировку положения основания при помощи регулировочных опор, используя для контроля уровень.
3. Подключить фотодатчик и электромагнитный тормоз установки к электронному блоку при помощи кабеля.
4. Установить кронштейн с фотодатчиком в нижней части шкалы вертикальной стойки так, чтобы правый груз при движении вниз проходил в центре рабочего окна фотодатчика.
5. Используя визир, определить угловую координату φ шкива при положении нижнего основания правого груза, соответствующего риске на корпусе фотодатчика и являющегося как бы продолжением оптической оси фотодатчика, которую пересекает движущийся груз.

Координата φ является конечной угловой координатой шкива на рассматриваемом участке движения.

Внимание!

Дальнейшие перемещение грузов должно производиться без проскальзывания нити по шкиву.

6. Подключить электронный блок к электрической сети
7. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должен отключиться фрикцион электромагнитного тормоза и на табло индикации должен отображаться отсчет времени.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени, и должен сработать и отключиться фрикцион электромагнитного тормоза.

8. Установить на основные грузы разновесы, сформировав одинаковые по массе (по указанию преподавателя) левый и правый грузы.

9. Установить на правый груз (по указанию преподавателя) дополнительный разновес (перегрузок).

10. Установить систему шкив – грузы в указанное преподавателем положение по угловой шкале φ_0 (начальная угловая координату φ_0 шкива определяется используя визир).

11. Нажать кнопку СБРОС

При этом должны сброситься показания электронного блока и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

12. Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

Происходит растормаживание электромагнитного тормоза, правый груз начинает опускаться, и таймер электронного блока начинает отсчет времени.

При пересечении правым грузом оптической оси фотодатчика отсчет времени прекратится.

Пересечение грузом оптической оси фотодатчика аналогично по проявлению нажатию кнопки СТОП.

13. Данные измерений занести в таблицу.

№	φ_0, рад	φ, рад	$\Delta\varphi$, рад	t, с	t^2, с^2	$\langle t^2 \rangle$, с^2
	m_1 = … кг					
1						
2						
…						
1						
2						
…						
	…					
	m_2 = … кг					

14. Повторить измерения не менее 3–5 раз

15. Повторить п.п. 10–14 изменяя начальное положение шкива φ_0 с шагом по угловой шкале, указанным преподавателем.

16. Повторить п.п. 9–15 изменив (по указанию преподавателя) массу перегрузков на правом грузе.

17. Рассчитать погрешность определения t^2 для каждой пары значений y_0 и y

18. Определить угловое перемещение шкива $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = |\varphi - \varphi_0|.$$

19. По полученным данным построить график $\Delta\varphi = f(t^2)$ для каждого соотношения массы грузов и перегрузка на правом грузе.

В соответствие с уравнением (1.2.4) при условии начала движения шкива из положения покоя ($\omega_0 = 0$):

$$\Delta\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Следовательно, графики $\Delta\varphi = f(t^2)$ должны представлять (в пределах погрешности измерений) прямую, проходящую через начало координат.

20. Из графиков по коэффициентам наклона прямых зависимости $\Delta\varphi = f(t^2)$ определить угловые ускорения ε движения шкива.

$$\varepsilon = 2\frac{\Delta(\Delta\varphi)}{\Delta(t^2)}.$$

21. По графикам зависимости $\Delta\varphi = f(t^2)$ рассчитать погрешности определения угловых ускорений ε для каждого соотношения массы грузов и перегрузка на правом грузе.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Дайте определения угловой скорости, углового ускорения. Как определить направление вектора угловой скорости, вектора углового ускорения?

2. Дайте определения тангенциального и нормального ускорений. Как направлены эти векторы?

3. Запишите уравнения $\varphi = f(t)$, $\omega = f(t)$ и $\varepsilon = f(t)$ для случая равноускоренного вращательного движения. Как выглядят графики этих зависимостей?

4. Как найти угловую скорость ω движения по графику зависимости углового перемещения от времени $\varphi = f(t)$? Рассмотреть случаи равномерного и равноускоренного вращательного движения.

5. Как найти угловое перемещение φ по графику зависимости угловой скорости от времени $\omega = f(t)$? Рассмотреть случаи равномерного и равноускоренного вращательного движения.

6. Как найти угловое ускорение ε по графику зависимости скорости от времени $\upsilon = f(t)$ вращательного переменного движения?

7. Почему в работе строится график зависимости $\varphi = f(t^2)$, а не график $\varphi = f(t)$?

8. Какой физический смысл имеет коэффициент наклона графика зависимости $\varphi = f(t^2)$?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.3

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучить динамику поступательного движения, изучить зависимость ускорения тела от величины массы перегрузка.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Динамика рассматривает причины возникновения или изменения механического движения.

Свойство тел сохранять при отсутствии внешнего воздействия состояние покоя или состояние равномерного движения называют инертностью. При поступательном движении инертность тел характеризуется скалярной величиной, постоянной для данного тела (в классической механике Ньютона), называемой массой тела.

Динамика изучает движение тел при оказании на них воздействия. Действие одних тел на другие при поступательном движении характеризуется силой. Сила – это мера взаимодействия тел, в результате которого тела приобретают ускорение или деформируются.

Первый закон Ньютона (закон инерции). Существуют такие системы отсчета, относительно которых поступательно движущееся тело сохраняет свою скорость постоянной, если на него не действуют другие тела или действия их скомпенсированы.

Такие системы отсчета называются *инерциальными*.

Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения). В инерциальной системе отсчета ускорение a, с которым движется тело, прямо пропорционально результирующей всех сил, действующих на тело, и обратно пропорционально массе тела m:

$$\bar{a} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{F}}{m}. \qquad (1.3.1)$$

Третий закон Ньютона. При взаимодействии тел возникают силы, равные по модулю и направленные в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей тела:

$$\bar{F}_{12} = -\bar{F}_{21},$$

где $\bar{F}_{12}$ – сила, действующая со стороны первого тела на второе;

$\bar{F}_{21}$ – сила, действующая со стороны второго тела на первое.

Эти силы не уравновешиваются, так как приложены к разным телам.

Используя законы динамики поступательного движения, рассмотрим движение системы тел, состоящей из двух грузов, массами M и $(M + m)$, подвешенных к концам нерастяжимой и невесомой нити, перекинутой через невесомый блок (рис. 1.3.1).

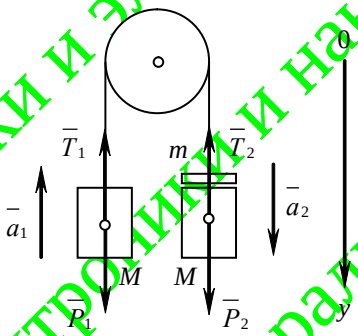

Рис. 1.3.1

На каждый груз будут действовать пары сил:

$\bar{T}_1$, $\bar{T}_2$ – силы натяжения нити;

$\bar{P}_1 = M\bar{g}$, $\bar{P}_2 = (M + m)\bar{g}$ – силы тяжести;

Силами трения в оси блока и сопротивления воздуха пренебрегаем, нить считаем невесомой.

На основании законов Ньютона уравнения движения грузов имеют вид:

$$\bar{P}_1 + \bar{T}_1 = M\bar{a}_1,$$

$$\bar{P}_2 + \bar{T}_2 = (M + m)\bar{a}_2.$$

Поскольку нить нерастяжима, то ускорения правого и левого грузов равны по величине и противоположны по знаку $\bar{a}_1 = -\bar{a}_2$, а т. к. блок невесом, то $\bar{T}_1 = \bar{T}_2$.

В проекциях на ось $0y$, положительное направление которой указано на рис. 1.3.1:

$$P_1 - T_1 = -Ma_1,$$

$$P_2 - T_2 = (M+m)a_2,$$

или

$$Mg - T = -Ma,$$

$$(M + m)g - T = (M + m)a.$$

Решая систему уравнений, получим выражение для ускорения грузов:

$$a = \frac{mg}{2M + m}$$

Следовательно, чем меньше m и больше M, тем меньше a.

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид установки приведен на рис. 1.3.2.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 1, верхний кронштейн 2, кронштейн с фотодатчиком 3.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами и уровнем 12 для регулировки горизонтального положения установки.

На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала 4, и установлен визир 5.

На верхнем кронштейне размещается узел подшипников с малоинерционным шкивом 6, через который перекинута капроновая нить 7 с двумя основными грузами 8 и набором разновесов 9, электромагнитный тормоз 10, предназначенный для фиксации исходного положения грузов.

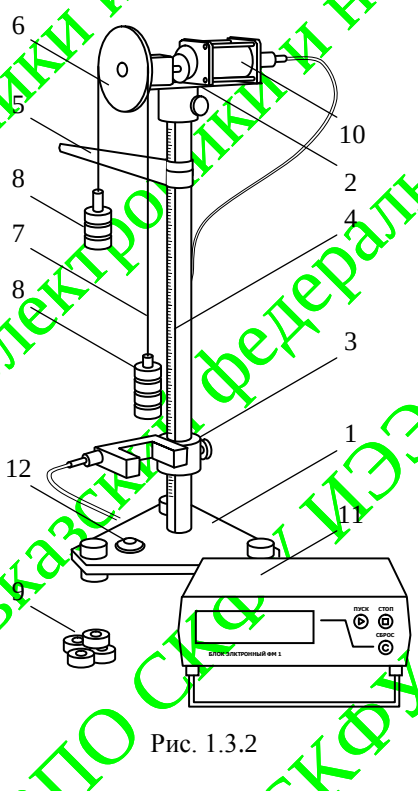

Рис. 1.3.2

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 11, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Перекинуть через шкив нить с двумя грузами и убедиться, что система находится в положении безразличного равновесия.

2. Произвести регулировку положения основания регулировочными опорами, используя для визуального наблюдения уровень.

3. Подключить фотодатчик и электромагнитный тормоз установки к электронному блоку при помощи кабеля.

4. Установить кронштейн с фотодатчиком в нижней части шкалы вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в красный цвет, совпала с одной из рисок шкалы, а правый груз при движении вниз проходил в центре рабочего окна фотодатчика (за нижнее положение груза берется риска шкалы, соответствующая риске на корпусе фотодатчика и являющаяся как бы продолжением оптической оси фотодатчика, которую пересекает движущийся груз).

Записать координату y оптической оси фотодатчика по шкале вертикальной стойки (y – конечная координата груза).

5. Установить на основные грузы разновесы, сформировав одинаковые по массе (по указанию преподавателя) левый и правый грузы.

6. Подключить электронный блок к электрической сети

7. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должен отключиться фрикцион электромагнитного тормоза и на табло индикации должен отображаться отсчет времени.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени, и должен сработать и отключиться фрикцион электромагнитного тормоза.

8. Установить на правый груз (по указанию преподавателя) дополнительный разновес (перегрузок).

9. Установить правый груз в указанное преподавателем положение по шкале вертикальной стойки, записать начальную координату y_0 груза по его нижней плоскости, используя визир.

10. Нажать кнопку СБРОС

При этом должны сброситься показания электронного блока и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

11. Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

Происходит растормаживание электромагнитного тормоза, правый груз начинает опускаться и таймер электронного блока начинает отсчет времени.

При пересечении правым грузом оптической оси фотодатчика отсчет времени прекратится.

Пересечение грузом оптической оси фотодатчика аналогично по проявлению нажатию кнопки СТОП.

12. Данные измерений занести в таблицу.

№	y_0, м	y, м	h, м	t, с	a, м/с^2	$\langle a \rangle$, м/с^2
m_1 =... кг						
1						
2						
...						
1						
2						
...						
...						
m_2 =... кг						

13. Повторить измерения не менее 3–5 раз

14. Повторить п.п. 9–13 изменяя начальное положение правого груза по шкале вертикальной стойки с шагом, указанным преподавателем.

15. Повторить п.п. 8–14 изменив (по указанию преподавателя) массу перегрузка на правом грузе.

16. Пройденный грузом путь h определить как расстояние от нижней плоскости груза в верхнем положении (координата y_0) до оптической оси фотодатчика (координата y):

$$h = |y - y_0|.$$

17. Ускорения a движения грузов определить из кинематического уравнения равноускоренного движения при условии начала движения грузов из положения покоя ($\upsilon_0 = 0$):

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

18. Рассчитать погрешность определения a для каждого значения массы перегрузка m.

19. По полученным данным построить график зависимости $a = f(m)$.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Сформулируйте первый, второй и третий законы Ньютона.
2. Что называется инертностью? Что является мерой инертности при поступательном движении?
3. Может ли двигаться тело, если на него не действуют никакие силы? Какой характер этого движения?
4. Сравните силы натяжения нити в случае равноускоренного и равномерного движений грузов на машине Атвуда.
5. Выведите формулу для ускорения движения грузов на машине Атвуда.
6. Как изменится график экспериментальной зависимости $a = f(m)$, если увеличить массу грузов M?
7. Как изменится график эксиериментальной зависимости $a = f(m)$, если соотношение $m << M$ не будет выполняться?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.4

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА НА МАЯТНИКЕ ОБЕРБЕКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение основного закона динамики вращательного движения твердого тела.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Динамика рассматривает причины возникновения или изменения механического движения.

Свойство тел сохранять при отсутствии внешнего воздействия состояние покоя или состояние равномерного движения называют инертностью.

При поступательном движении инертность тел характеризуется величиной, называемой массой тела.

При вращательном движении инертность тел характеризуется не только значением массы, но и распределением массы в теле относительно оси вращения. Мерой инертности точки (тела) при вращательном движении является момент инерции.

Момент инерции материальной точки:

$$I = m\,r^2,$$

где m – масса точки;

r – расстояние от точки до заданного центра или оси вращения.

Момент инерции является величиной аддитивной, следовательно, момент инерции тела равен сумме моментов инерции его отдельных точек:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^{\,2},$$

где m_i – масса i-й точки тела,

r_i – расстояние от i-й точки до заданного центра или вращения оси (рис 1.4.1).

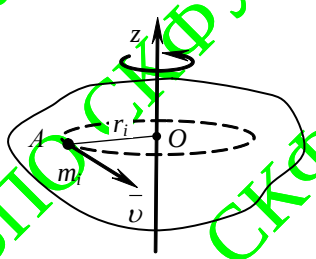

Рис. 1.4.1

Момент инерции тела относительно произвольной оси, не проходящей через центр масс тела, определяется по теореме Штейнера:

момент инерции тела I относительно произвольной оси равен сумме момента инерции этого тела I_c относительно параллельной оси, проходящей через центр масс, и произведения массы этого тела m на квадрат расстояния d между осями:

$$I = I_c + md^2.$$

Динамика изучает движение тел при оказании на них воздействия. Сила – это мера взаимодействия двух тел, в результате которого тела приобретают ускорение или деформируются.

Мерой воздействия на тело при вращательном движении является момент силы, учитывающий не только значение силы, но и положение точки приложения силы относительно оси вращения.

Момент силы – векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора $\overline{r}$, проведённого от оси вращения к точке приложения силы, на вектор этой силы $\overline{F}$ (рис. 1.4.2):

$$\overline{M} = [\overline{r}\ \overline{F}].$$

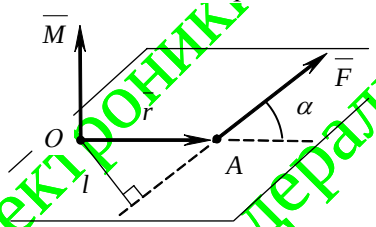

Рис. 1.4.2

Направление вектора момента силы может быть определено «правилом правого винта»: при вращении правого винта и радиус-вектора $\overline{r}$ до направления, параллельного вектору силы $\overline{F}$ в сторону меньшего угла поворота, поступательное движение винта совпадет с направлением вектора момента силы $\overline{M}$.

Модуль вектора момента силы

$$M = Fr\sin\alpha = Fl,$$

где $l = r\sin\alpha$ – плечо силы – длина перпендикуляра от оси вращения до линии действия силы.

Используя динамические характеристики, введенные для описания вращательного движения, можно сформулировать основной закон динамики вращательного движения твердого тела.

$$\overline{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\overline{M}}{I}. \qquad (1.4.1)$$

Используя законы динамики поступательного и вращательного движения опишем движение системы тел, часть из которых совершают поступательное, а часть – вращательное движение.

Рассматриваемая система (маятник Обербека) (рис. 1.4.3) представляет собой крестовину, образованную четырьмя стержнями, закрепленными в шкиве под прямым углом. На стержнях могут свободно могут свободно перемещаться и фиксироваться в заданном положении цилиндры одинаковой массы. На шкив намотана нить к которой прикреплен груз.

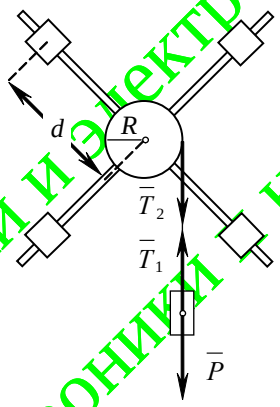

Рис. 1.4.3

Подвешенный на нити груз под действием силы тяжести $\bar{P}$ и силы натяжения нити $\bar{T}_1$ движется вниз, его движение описывается на основании основного уравнения динамики поступательного движения:

$$\bar{P} + \bar{T}_1 = m\bar{a}$$

или в скалярном виде

$$P - T_1 = mg - T_1 = ma, \qquad (1.4.2)$$

где m – масса груза;

a – ускорение груза.

Причиной вращательного движения маятника является действие на него момента $\bar{M}$ силы натяжения нити $\bar{T}_2$:

$$\bar{M} = \bar{T}_2 R$$

или в скалярном виде $M = T_2 R.$ (1.4.3)

На основании основного закона динамики вращательного движения:

$$\bar{M} = I\bar{\varepsilon}$$

или в скалярном виде $M = I\varepsilon,$ (1.4.4)

где I – момент инерции крестовины с цилиндрами и шкивом;

ε – угловое ускорение крестовины с цилиндрами и шкивом.

$$I = I_{кр} + 4I_{ц} = I_{кр} + 4I_{0ц} + 4m_{ц}d^2, \quad (1.4.5)$$

где I – момент инерции крестовины с цилиндрами и шкивом;

$I_{кр}$ – момент инерции крестовины относительно оси вращения крестовины;

$I_{ц}$ – момент инерции цилиндра относительно оси вращения крестовины;

$I_{0ц} = \frac{1}{4}m_{ц}r_{ц}^2 + \frac{1}{12}m_{ц}l_{ц}^2$ – момент инерции цилиндра относительно оси, проходящей через его центр масс параллельно оси вращения крестовины;

$m_{ц}$ – масса каждого из цилиндров;

$r_{ц}$ – радиус цилиндра;

$l_{ц}$ – длина цилиндра;

d – расстояние от центра цилиндра до оси вращения шкива.

При этом необходимо учесть, что силы, действующие на груз и на шкив со стороны нити, по третьему закону Ньютона, равны между собой, т. е.:

$$|\overline{T}_1| = |\overline{T}_2|. \quad (1.4.6)$$

Учитывая, что поступательное и вращательное движения различных частей маятника (груза, шкива) связаны друг с другом, то

$$a = a_{\tau}, \quad (1.4.7)$$

где a – ускорение, движущегося вниз груза;

a_{τ} – тангенциальное ускорение точек обода шкива;

в то же время

$$a_{\tau} = \epsilon R. \quad (1.4.8)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид установки, используемой для изучения основного закона динамики вращательного движения твердого тела приведен на рис. 1.4.4.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 2, верхний 3 и средний 4 кронштейны, кронштейн 5 для установки фотодатчика.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами.

На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала, и закреплен визир 6.

На верхнем кронштейне 3 размещается узел подшипников с малоинерционным блоком 7, служащим для изменения направления движения капроновой нити 8, на которой подвешен наборный груз 9.

На среднем кронштейне 3 размещены: узел подшипников, на оси которого с одной стороны закреплен шкив 10, на котором имеется приспособление для закрепления капроновой нити, а с другой стороны находится крестовина 11, представляющая собой четыре металлических стержня, закрепленных в бобышке под прямым углом друг к другу; электромагнитный тормоз.

На металлических стержнях через каждые 10 мм нанесены риски.

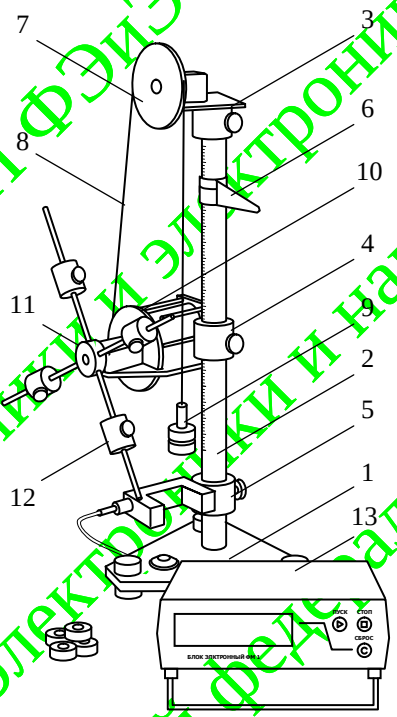

Рис. 1.4.4

Грузы 12 закреплены на металлических стержнях и могут свободно перемещаться и фиксироваться на каждом стержне, что дает возможность ступенчатого изменения моментов инерции крестовины.

Электромагнитный тормоз предназначен для фиксации подвижной системы в начале эксперимента, выдачи электрического сигнала начала отсчета времени и торможения подвижной системы после завершения отсчета времени.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 13, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Экспериментальное подтверждение выполнения основного уравнения динамики вращательного движения может заключаться в следующем:

– при неизменном моменте инерции системы (I = const) проверить зависимость $\varepsilon = f(M)$;

– при неизменном моменте внешних сил (M = const) проверить зависимость $\varepsilon = f(\frac{1}{I})$.

Подтверждение линейности зависимостей говорит о справедливости основного уравнения динамики вращательного движения.

Для подготовки лабораторной установки к проведению измерений, необходимых для изучения законов динамики вращательного движения необходимо:

1. Произвести регулировку положения основания при помощи регулировочных опор, используя для визуального наблюдения уровень.
2. Подключить фотодатчик и электромагнитный тормоз среднего кронштейна установки к электронному блоку при помощи кабеля.
3. Подключить электронный блок к электрической сети
4. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должен отключиться фрикцион электромагнитного тормоза и на табло индикации должен отображаться отсчет времени.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени, и должен сработать и отключиться фрикцион электромагнитного тормоза.

Задание 1. Проверка зависимости $\varepsilon = f(M)$ при I = const

1. Установить грузы на спицах крестовины симметрично оси вращения на расстоянии d (по указанию преподавателя) от оси вращения.
2. Установив нить на шкив и перекинуть нить через верхний блок.
3. Установить кронштейн с фотодатчиком в нижней части шкалы вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в красный цвет, совпала с одной из рисок шкалы, а наборный груз при движении вниз проходил по центру рабочего окна фотодатчика.

За нижнее положение груза y (конечная координата груза) берется отметка шкалы, соответствующая риске на корпусе фотодатчика и являющаяся как бы продолжением оптической оси фотодатчика, которую пересекает движущийся груз.

4. Установить при помощи разновесов определенную массу наборного груза (по указанию преподавателя).
5. Вращая маятник, установить груз в верхнем положении y_0 (начальная координата груза) таким образом, чтобы нижняя плоскость груза (визир вертикальной стойки соприкасается с нижней плоскостью груза) совпала с одной из рисок шкалы вертикальной стойки.
6. Зафиксировать груз в положении с координатой y_0.

Для этого нажать кнопку СБРОС электронного блока, при этом должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

7. Нажать кнопку ПУСК электронного блока. Происходит растормаживание электромагнитного тормоза, груз начинает опускаться, и таймер начинает отсчет времени.

При пересечении грузом оптической оси фотодатчика отсчет времени прекратится.

Пересечение грузом оптической оси фотодатчика аналогично по проявлению нажатию кнопки СТОП.

8. Повторить измерения не менее 3–5 раз, в том числе изменяя начальное положение правого груза.

9. Данные измерений занести в таблицу.

№	y_0, м	y, м	h, м	t, с	ε, рад/с^2	$\langle\varepsilon\rangle$, рад/с^2
	M_1 = ... Нм					
1						
2						
...						
1						
2						
...						
	...					
	M_2 = ... Нм					

10. Повторить п.п. 4–9, изменив 5–7 раз (по указанию преподавателя) массу перегрузков на грузе.

11. Пройденный грузом путь h определить как расстояние от нижней плоскости груза в верхнем положении (координата y_0) до оптической оси фотодатчика (координата y):

$$h = |y - y_0|.$$

12. Угловое ускорение маятника может быть определено из уравнений (1.3.7) – (1.3.8) с учетом кинематического уравнения равноускоренного движения

$$h = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$

при условии начала движения груза из положения покоя ($\upsilon_0 = 0$):

$$\varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}.$$

13. Рассчитать погрешность измерений угловых ускорений ε.

14. Момент силы может быть определен из уравнений (1.4.2) – (1.4.8):

$$M = \frac{IRmg}{mR^2 + I} = \frac{(I_{кр} + m_ц r_ц^2 + \frac{1}{3} m_ц l_ц^2 + 4m_ц d^2)Rmg}{mR^2 + I_{кр} + m_ц r_ц^2 + \frac{1}{3} m_ц l_ц^2 + 4m_ц d^2}.$$

15. По полученным данным построить график зависимости $\varepsilon = f(M)$.

Задание 2. Проверка зависимости $\varepsilon = f(\frac{1}{I})$ при M = const.

1. Установить при помощи разновесов определенную массу наборного груза (по указанию преподавателя).

2. Установив нить на шкив и перекинуть нить через верхний блок.

3. Установить кронштейн с фотодатчиком в нижней части шкалы вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в красный цвет, совпала с одной из рисок шкалы, а наборный груз при движении вниз проходил по центру рабочего окна фотодатчика.

За нижнее положение груза берется отметка шкалы, соответствующая риске на корпусе фотодатчика и являющаяся как бы продолжением оптической оси фотодатчика, которую пересекает движущийся груз.

Записать координату y оптической оси фотодатчика по шкале вертикальной стойки (y – конечная координата груза).

4. Установить грузы на спицах крестовины симметрично оси вращения на расстоянии d (по указанию преподавателя) от оси вращения.

5. Вращая маятник, установить груз в крайнем верхнем положении таким образом, чтобы нижняя плоскость груза (визир вертикальной стойки соприкасается с нижней плоскостью груза) совпала с одной из рисок шкалы вертикальной стойки.

Это значение координаты y_0 – начальная координата груза.

6. Зафиксировать груз в положении с координатой y_0.

Для этого нажать кнопку СБРОС электронного блока, при этом должен сработать фрикцион электромагнитного тормоза.

7. Нажать кнопку ПУСК электронного блока. Происходит растормаживание электромагнитного тормоза, груз начинает опускаться и таймер начинает отсчет времени. При пересечении грузом оптической оси фотодатчика отсчет времени прекратится.

Пересечение грузом оптической оси фотодатчика аналогично по проявлению нажатию кнопки СТОП.

8. Повторить измерения не менее 3–5 раз, в том числе изменяя начальное положение правого груза.

9. Данные измерений занести в таблицу.

№	y_0, м	y, м	h, м	t, с	ε, рад/с^2	$\langle\varepsilon\rangle$, рад/с^2
I_1 = … кг м^2						
1						
2						
…						
1						
2						
…						
	…					
I_2 = … кг м^2						

10. Повторить п.п. 4–9, изменив 5–7 раз (по указанию преподавателя) положение цилиндров на спицах.

11. Пройденный грузом путь h определить как расстояние от нижней плоскости груза в верхнем положении (координата y_0) до оптической оси фотодатчика (координата y):

$$h = |y - y_0|.$$

12. Угловое ускорение маятника может быть определено из уравнений (1.3.7) – (1.3.8) с учетом кинематического уравнения равноускоренного движения

$$h = \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}$$

при условии начала движения груза из положения покоя ($\upsilon_0 = 0$):

$$\varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}.$$

13. Рассчитать погрешность измерений угловых ускорений ε.

14. Момент инерции маятника Обербека может быть определен из уравнения (1.4.5):

$$I = I_{\text{кр}} + m_{\text{ц}} r_{\text{ц}}^2 + \frac{1}{3} m_{\text{ц}} l_{\text{ц}}^2 + 4 m_{\text{ц}} d^2.$$

15. По полученным данным построить график зависимости $\varepsilon = f(\frac{1}{I})$.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Дайте определение момента силы относительно точки. Как определить направление вектора момента силы?
2. Покажите направление момента M силы реакции нити T_2 и момента силы трения $M_{тр}$ маятника Обербека.
3. Какая физическая величина является мерой инертности тела при вращательном движении?
4. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения.
5. Как зависит время t падения груза на маятнике Обербека от расстояния d от центра цилиндра до оси вращения шкива?
6. Как момент силы натяжения нити T_2 на маятнике Обербека зависит от массы груза m?
7. При каком условии наклон прямой на графике $\varepsilon = f(M)$ увеличится (уменьшится)?
8. Как изменится график зависимости $\varepsilon = f(M)$ при наличии момента силы трения $M_{тр}$?
9. При каком условии график зависимости $\varepsilon = f(\frac{1}{I})$ является линейным в данной работе? Выполняется ли это условие?
10. Каков физический смысл величины, равной коэффициента наклона прямой зависимости $\varepsilon = f(\frac{1}{I})$?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.5

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА НА МАЯТНИКЕ МАКСВЕЛЛА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение динамики вращательного движения твердого тела; определение момента инерции маятника Максвелла; определение момента инерции кольца.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим движение маятника Максвелла вниз.

1 способ

Движение маятника может быть описано как поступательное движение центра масс и вращательное движение относительно оси симметрии.

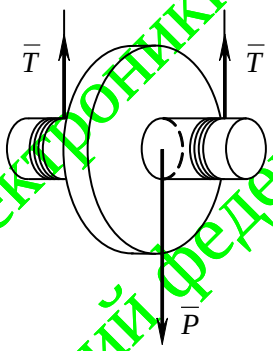

Рис. 1.5.1

Движения описывается основными уравнениями динамики поступательного и вращательного движения:

$$\bar{F} = m\bar{a}; \quad (1.5.1)$$

$$\bar{M} = I\bar{\varepsilon}, \quad (1.5.2)$$

где $\bar{F}$ – результирующая сил, действующих на маятник;

m – масса маятника,

$\bar{a}$ – линейное ускорение маятника,

$\bar{M}$ – момент сил, действующих на маятник;

I – момент инерции маятника,

$\bar{\varepsilon}$ – угловое ускорение маятника,

Т. к. движение маятника происходит под действием сил тяжести $\bar{P} = m\bar{g}$ и сил натяжения $2\bar{T}$ двух нитей, а силами сопротивления движению можно пренебречь, то уравнения (1.5.1) и (1.5.2) можно с учетом направления действия сил и направления движения маятника можно представить в виде:

$$P - 2T = ma;$$

$$2T\,r = I\varepsilon\,,$$

где r – плечо приложения сил натяжения (радиус вала маятника).

Кроме того, используя кинематическую связь линейного ускорения движения центра масс маятника с его угловым ускорением:

$$a = \varepsilon\, r$$

и кинематическое уравнение поступательного движения центра масс маятника без начальной скорости ($\upsilon_0 = 0$):

$$a = \frac{2h}{t}\,,$$

где h – путь, пройденный центром масс маятника за время t, можно получить формулу для экспериментального определения момента инерции маятника Максвелла:

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \qquad (1.5.3)$$

2 способ

Опишем движение маятника законом сохранения энергии, при условии пренебрежения силами сопротивления движению:

При поднятии маятника на высоту h, он приобретает потенциальную энергию $П$, которая в процессе движения маятника вниз переходит в кинетическую энергию поступательного движения $K_{\text{пост}}$ центра масс маятника и в кинетическую энергию вращательного движения $K_{\text{вращ}}$. При малых потерях энергии на трение, сопротивление воздуха и т. д. можно считать что выполняется закон сохранения механической энергии:

$$П = K_{\text{пост}} + K_{\text{вращ}}.$$

или

$$mgh = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}\,.$$

Используя кинематическую связь линейной скорости υ центра масс маятника с его угловой скоростью ω:

$$\upsilon = \omega\, r,$$

и кинематическое уравнение скорости υ поступательного движения центра масс маятника из состояния покоя ($\upsilon_0 = 0$)

$$\upsilon = at$$

можно получить формулу для экспериментального определения момента инерции маятника Максвелла:

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right),$$

которая соответствует формуле (1.5.3).

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид экспериментальной установки для изучения динамики вращательного движения приведен на рис. 1.5.2.

Установка «Маятник Максвелла» представляет собой укрепленную на основании 1 вертикальную стойку 2 с двумя кронштейнами.

На верхнем кронштейне 3 размещены электромагниты 4 и узел фиксации 5 маятника 6. На нижнем кронштейне 7 установлен фотодатчик 8.

Нижний кронштейн можно перемещать вдоль стойки и закреплять винтом.

Вертикальная стойка снабжена миллиметровой шкалой и визиром 9.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 11, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП.

Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

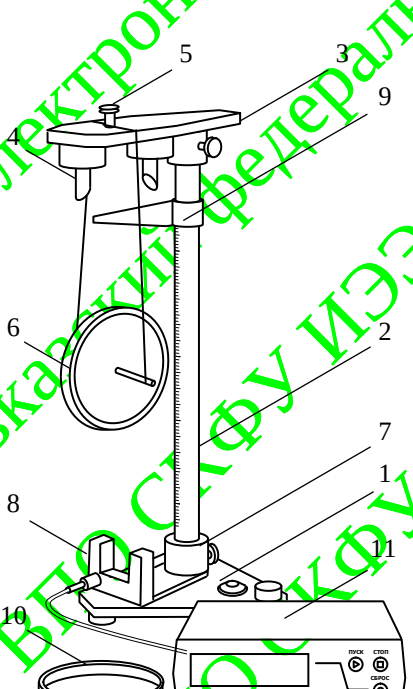

Рис. 1.5.2

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Отрегулировать положение оси маятника (ось должна быть горизонтальной).

2. Установить кронштейн 7 с фотодатчиком в нижней части вертикальной стойки так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в красный цвет, совпала с одной из рисок шкалы, а нижний край диска находился на 3–4 мм ниже оптической оси фотодатчика (положение оптической оси совпадает с плоскостью нижнего кронштейна, окрашенной в красный цвет). За нижнее положение маятника берется деление шкалы, соответствующее горизонтальной риске на корпусе фотодатчика.

3. Подключить электронный блок к электрической сети.

4. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать электромагниты.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должны отключиться электромагниты и на табло индикации должен отображаться отсчет времени.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени, и должны сработать и отключиться электромагниты.

5. Нажать кнопку СБРОС

При этом должны сброситься показания электронного блока и должны сработать электромагниты.

6. Поднять маятник в верхнее положение, накручивая нить на концы стержня и обращая внимание, чтобы витки нити ложились плотно и в один слой в направлении от концов стержня. Зафиксировать маятник, прижав его к полюсным наконечникам электромагнита.

7. Пользуясь визиром, определить положение маятника по нижнему краю диска.

Записать в таблицу расстояние h, которое пройдёт маятник (h – разность отсчетов по шкале от риски корпуса фотодатчика до визира).

8. Нажать ПУСК электронного блока.

При этом размыкается сеть питания электромагнита и включается таймер электронного блока.

При пересечении маятником оптической оси фотодатчика отсчет времени прекратится.

Пересечение маятником оптической оси фотодатчика аналогично по проявлению нажатию кнопки СТОП.

9. При одном и том же значения h проделать опыт не менее 3–5 раз, повторяя действия п. п. 5–8.

10. Данные измерений занести в таблицу.

№	h, м	t, с	$\langle t \rangle$, с	I, кг м^2
кольцо 1 m_1 = ...				
1				
2				
...				
кольцо 2 m_2 = ...				
1				
2				
...				
...				

11. На диск маятника надеть сменное кольцо (по указанию преподавателя).

12. Повторить п.п. 5–9 для маятника со сменными кольцами.

13. Используя формулу (1.5.3) по экспериментальным данным рассчитать момент инерции маятника без дополнительных колец $I_м$ и моменты инерции маятника с кольцами $I_{м+к}$.

14. Рассчитать моменты инерции колец $I_к$

$$I_к = I_{м+к} - I_м.$$

15. Рассчитать погрешность определения моментов инерции

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется моментом инерции материальной точки, твердого тела?
2. Чему равна кинетическая энергия тела при поступательном движении, при вращательном движении?
3. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.
4. Как меняется механическая энергия маятника Максвелла при его движении?
5. Выведите расчетную формулу, используя закон сохранения энергии и законы динамики поступательного и вращательного движений.
6. Рассчитайте теоретическое значение момента инерции маятника? Обоснуйте формулу.
7. Как изменяются скорость, ускорение и сила натяжения нитей при движении маятника?
8. Как изменится ускорение маятника Максвелла при увеличении радиуса диска, если масса диска останется неизменной?
9. Как изменится период колебаний маятника Максвелла при увеличении массы диска при тех же геометрических размерах?
10. Чем вызвано затухание колебаний маятника Максвелла?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.6

ИЗУЧЕНИЕ СИЛ ТРЕНИЯ КАЧЕНИЯ И ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ НАКЛОННОГО МАЯТНИКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определение коэффициентов трения качения и трения скольжения для заданных пар материалов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Сухим (внешним) трением называют механическое сопротивление, возникающее при относительном перемещении двух соприкасавшихся тел в плоскости их контакта. Сила сопротивления относительному перемещению, направленная противоположно ему, называется силой трения. В зависимости от характера относительного перемещения различают трение скольжения и трение качения.

Трение скольжения возникает при скольжении одной твердой поверхности по другой. Из опыта известно, что относительное перемещение тел может вызвать лишь достаточно большая сила, при меньших же значениях внешних сил тела остаются в относительном покое. Это означает, что при попытке вызвать относительное движение одного тела по поверхности другого в плоскости соприкосновения тел возникают силы, препятствующие этому перемещению. При этом силы сопротивления могут изменяться от нуля (при отсутствии внешних усилий) до некоторого предельного значения, называемого силой трения покоя. Пока внешняя сила не превосходит значения силы трения покоя, в плоскости контакта возникают практически обратимые очень малые относительные перемещения (порядка нескольких микронов), пропорциональные приложенной силе. При внешних силах, больших сил трения покоя, начинается необратимое относительное перемещение в зоне контакта.

Вследствие наличия микро- и макронеровностей на каждой из соприкасающихся поверхностей касание двух твердых тел происходит лишь на отдельных участках, в так называемых «пятнах», сосредоточенных на выступах поверхностей тел. Размеры их зависят от природы тел, условий трения. Более жесткие выступы вне-

дряются в деформируемое контртело, образуя пятна реального контакта, на которых возникают силы, обусловленные химическими связями, взаимодиффузией и др.

Диаметр эквивалентного по площади пятна касания составляет от 1 до 50 микронов в зависимости от природы поверхности, вида обработки и режима трения. При относительном скольжении тел пятна касания существуют ограниченное время. Пятна разрушаются и затем вновь образуются. Т. е. процесс трения представляет собой объемное деформирование тонких поверхностных слоев тел, сопровождающееся разрушением мостиков между трущимися поверхностями в зоне реального контакта.

Экспериментально установлен закон для сил трения скольжения:

$$F_{тр.с} = k\,N, \qquad (1.6.1)$$

где k – коэффициент трения скольжения;

N – нормальная составляющая реакции поверхности.

Коэффициент трения скольжения является безразмерной величиной, зависящей от свойств поверхностей, которую можно считать постоянной для заданной пары материалов.

Трение качения возникает при качении одного твердого тела по поверхности другого. Эта разновидность сухого трения широко применяется в технике вследствие малости сил трения качения по сравнению с силами трения скольжения для той же пары материалов. Основными причинами, вызывающими трение качения, являются потери на упругий гистерезис, связанный со сжатием под нагрузкой перед катящимся телом и выпрямлением материала основания за катящимся телом, а также работа, необходимая для переформирования материала, связанная с формированием валика перед катящимся телом. При качении тела по горизонтальной твердой поверхности с течением времени его скорость уменьшается, следовательно, на него со стороны горизонтальной поверхности, действует силы сопротивления движению. Но это уже не силы трения скольжения, т. к. проскальзывания нет.

Существенное значение имеет характер распределения деформации поверхности, по которой катится тело, и, соответственно, сил реакции поверхности. Предположим, что деформации симметричны относительно вертикального диаметра тела (рис. 1.6.1). В этом случае симметричны и силы реакции, а их рав-

нодействующая в силу симметрии направлена вертикально вверх вдоль диаметра.

Т. к. горизонтальная составляющая реакции поверхности равна нулю, то, по 2-му закону Ньютона, отсутствует ускорение, тело будет катиться с постоянной скоростью бесконечно долго, что противоречит опыту. Для того, чтобы возникла горизонтальная составляющая реакции, направленная против движения, необходимо, чтобы деформации поверхности были несимметричны относительно вертикального диаметра тела (рис. 1.6.2).

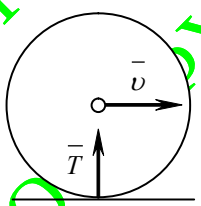

Рис. 1.6.1

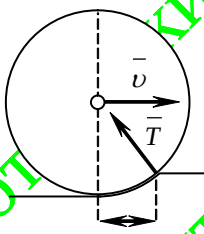

Рис. 1.6.2

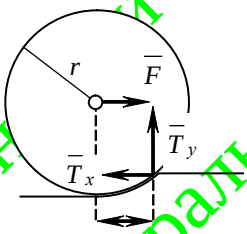

Рис. 1.6.3

В этом случае интенсивность давления впереди вертикального диаметра больше, и равнодействующая распределенных сил реакции $\bar{T}$ приложена впереди него, образуя тупой угол с направлением движения. Горизонтальная составляющая реакции направлена против движения, уменьшая скорость поступательной части движения.

Но эта составляющая должна вызвать увеличение угловой скорости вращения тела, т. е. вызвать проскальзывание. Этому препятствует вторая, вертикальная составляющая реакции, момент которой уменьшает угловую скорость вращения. Предположим, что точка приложения реакции $\bar{T}$ смещена на расстояние κ от вертикального диаметра (κ является «плечом» вертикальной составляющей реакции).

Для определения сил трения качения экспериментальным путем к оси катка прикладывают силу, достаточную для равномерного его качения по поверхности. Равномерное же движение означает, что внешняя сила уравновешена горизонтальной составляющей реакции (рис. 1.6.3). Равенство же нулю углового ускорения свидетельствует о том, что сумма моментов сил, приложенных к катку, также равна нулю. Относительно центра катка момент внеш-

ней силы $\bar{F}$ и силы тяжести $\bar{mg}$ равны нулю, т. к. линии действия сил проходят через центр. Отличны от нуля моменты составляющих силы реакции, но их сумма также равна нулю, т. е. эти моменты по величине равны

$$T_x r = T_y к.$$

Учтем, что горизонтальная составляющая силы реакции опоры T_x равна внешней силе F, величину которой мы и приравниваем силе трения качения $F_{тр.к}$, т. е. $T_x = F_{тр.к}$. Кроме того, вертикальная составляющая реакции уравновешивает силу тяжести катка т. е. $T_y = mg = N$. Тогда силу трения качения можно представить в виде

$$F_{тр.к} = к\frac{N}{r}. \qquad (1.6.2)$$

Это и есть основной закон для сил трения качения. Коэффициент («плечо» вертикальной составляющей силы реакции), называют коэффициентом трения качения. В отличие от коэффициента трения скольжения он является размерной величиной, имеет размерность длины. Коэффициент трения качения определяется природой и состоянием поверхностей тел, условиями качения.

Формула для определения коэффициента трения качения выводится из закона сохранения энергии.

В замкнутой системе (качающийся шар и неподвижная поверхность) работа сил трения равна уменьшению потенциальной энергии шара в крайних положениях (рис. 1.6.4)

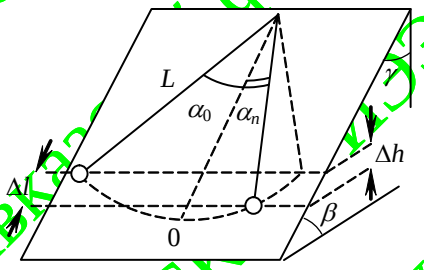

Рис. 1.6.4

$$A_{тр.к} = mg\Delta h, \qquad (1.6.3)$$

где m – масса шара;

g – ускорение свободного падения;

Δh – изменение высоты центра тяжести маятника.

Работа момента силы

$$A_{тр.к} = M_{тр.к}\,\Delta\varphi, \qquad (1.6.4)$$

где $\Delta\varphi$ – угловой путь шара.

Момент силы трения качения

$$M_{\text{тр.к}} = F_{\text{тр.к}}\, r, \qquad (1.6.5)$$

где r – радиус шара.

Изменение высоты центра тяжести шара

$$\Delta h = \Delta l \sin\beta, \qquad (1.6.6)$$

где β – угол наклона плоскости к горизонтали.

При качении шарика за счет трения качения угол максимального отклонения нити уменьшается $\alpha_n < \alpha_0$, что приводит к изменению положения шара на наклонной плоскости

$$\Delta l = L\cos\alpha_n - L\cos\alpha_0,$$

где α_0, α_n – начальное и конечное отклонение маятника от положения равновесия после совершения n полупериодных отклонений.

Нормальная составляющая силы тяжести создает нормальное давление

$$N = mg\cos\beta. \qquad (1.6.7)$$

Угловой путь $\Delta\varphi$, пройденный шаром за n полупериодных отклонений

$$\Delta\varphi = (\alpha_n + \alpha_0)\, n\frac{L}{r}. \qquad (1.6.8)$$

Решая совместно уравнения (1.6.2) – (1.6.8), получим

$$\kappa = \frac{r\,(\cos\alpha_n - \cos\alpha_0)}{(\alpha_n + \alpha_0)n}\operatorname{tg}\beta = \frac{r(\sin^2\alpha_0 - \sin^2\alpha_n)}{2(\alpha_n + \alpha_0)n}\operatorname{tg}\beta.$$

Если углы отклонения маятника малы и выражены в радианах, то

$$\kappa = \frac{r(\alpha_0^2 - \alpha_m^2)}{2(\alpha_n + \alpha_0)n}\operatorname{tg}\beta = r\,\frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2n}\operatorname{tg}\beta. \qquad (1.6.9)$$

Формула для определения коэффициента трения скольжения выводится аналогично формуле (1.6.9). При выводе необходимо учесть, что уменьшение потенциальной энергии наклонного маятника происходит за счет работы $A_{\text{тр.к}}$ силы трения скольжения $F_{\text{тр.с}}$

$$A_{\text{тр.к}} = F_{\text{тр.с}}\, s,$$

где s – путь, пройденный шаром за n полупериодных отклонений.

Если углы отклонения маятника малы и выражены в радианах, то

$$s = (\alpha_0 + \alpha_n) n L.$$

Тогда коэффициент трения скольжения:

$$k = \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{2n} \operatorname{tg}\beta. \qquad (1.6.10)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Для изучения сил трения качения и трения скольжения и измерения коэффициентов трения материалов используется лабораторная установка, внешний вид которой показан на рис. 1.6.5.

В состав установки входят: основание 1, вертикальная стойка 2, верхний кронштейн 3 с панелью 4, отвес 5, стержень 6 с обоймой 7 и держателем для закрепления стального шара.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами.

Панель имеет прямоугольное окно 8, в котором устанавливаются сменные образцы в виде пластин 9. Пластины имеют разную шероховатость с каждой стороны. На тыльной стороне панели имеется шкала отсчета угла отклонения маятника. С помощью винта 10 панель отклоняется от вертикального положения. Угол отклонения φ панели от вертикали определяется с помощью шкалы и отвеса.

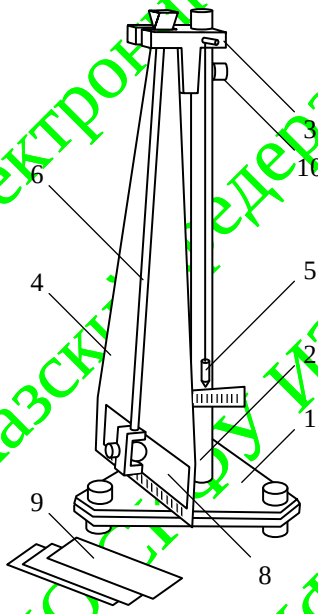

Рис. 1.6.5

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание 1. Определение коэффициентов трения скольжения.

1. Установить угол γ наклона панели равным 0 градусов.
2. Используя отвес, при помощи регулировочных опор основания выставить стойку установки в вертикальном положении.
3. Протереть исследуемые поверхности сменных пластин, шар маятника этиловым спиртом и вытереть насухо.
4. Осторожно зафиксировать шар от возможного вращения стопорным винтом, находящимся в обойме.
5. Установить одну из сменных пластин (по указанию преподавателя) на панель.
6. Проверить расположение маятника, которое должно обеспечивать соприкосновение шара с установленной на панель пластиной и параллельность оси маятника и лицевой поверхности панели.

При необходимости подрегулировать положение основания так, чтобы указатель маятника оказался напротив нулевого деления шкалы отсчета угла отклонения маятника, но без нарушения вертикального положения стойки.

7. Установить угол наклона панели γ (угол $\gamma \leq 3$ градусам).
8. Отвести маятник в одно из крайних положений и записать начальный угол отклонения α_0 по шкале отсчета угла отклонения маятника (~10 градусов).
9. Отпустить маятник и измерить угол отклонения α_n при совершении маятником n полупериодных отклонений.

Перевести значения углов в радианную меру.

10. Данные измерений занести в таблицу.

№	β, град	γ, град	α_0		n	α_n		κ, м	$\kappa_{ср}$, м
			град	рад		град	рад		
1									
2									
...									

11. Повторить п.п. 6–10 изменяя угол отклонения α_0 и/или (по указанию преподавателя) угол наклона панели γ.

12. При необходимости, опыты повторить, произведя замену пластины.

13. Определить коэффициент трения скольжения по формуле (1.6.10) с учетом, что $\beta = 90 - \gamma$.

14. Рассчитать погрешность определения коэффициентов трения скольжения.

Задание 2. Определение коэффициентов трения качения

1. Установить угол у наклона панели равным 0 градусов.

2. Используя отвес, при помощи регулировочных опор основания выставить стойку установки в строго вертикальном положении.

3. Протереть исследуемые поверхности сменных пластин, шар маятника этиловым спиртом и вытереть насухо.

4. Отпустить стопорный винт, находящийся в обойме и предотвращающий вращение шарика.

5. Установить одну из сменных пластин (по указанию преподавателя) на панель.

6. Проверить расположение маятника, которое должно обеспечивать соприкосновение шара с установленной на панель пластиной и параллельность оси маятника и лицевой поверхности панели.

При необходимости подрегулировать положение основания так, чтобы указатель маятника оказался напротив нулевого деления шкалы отсчета угла отклонения маятника, но без нарушения вертикального положения стойки.

7. Установить угол наклона панели γ (угол $\gamma \leq 3$ градусам).

8. Отвести маятник в одно из крайних положений и записать начальный угол отклонения α_0 по шкале отсчета угла отклонения маятника (~10 градусов).

9. Отпустить маятник и записать угол отклонения α_n при совершении маятником n полупериодных отклонений.

Перевести значения углов в радианную меру.

10. Повторить измерения не менее 3–5 раз

11. Повторить п.п. 6–10 изменяя угол отклонения α_0 и/или (по указанию преподавателя) угол наклона панели γ.

12. Данные измерений занести в таблицу.

№	β, град	γ, град	α_0		n	α_n		k	$\langle k \rangle$
			град	рад		град	рад		
1									
2									
...									

13. Определить коэффициент трения скольжения по формуле (1.6.9) с учетом, что $\beta = 90 - \gamma$.

14. При необходимости, опыты повторить, произведя замену сменной пластины.

15. Рассчитать погрешность определения коэффициентов трения качения.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Объясните возникновение силы трения качения при движении тела без проскальзывания?
2. Объясните возникновение силы трения скольжения?
3. От чего зависят сила трения скольжения, сила трения качения?
4. Каково условие качения тела без скольжения?
5. Что называется коэффициентом трения скольжения? Его размерность?
6. Что называется коэффициентом трения скольжения? Его размерность?
7. Как изменятся коэффициенты трения скольжения и трения качения при увеличении радиуса шара?
8. Как изменятся коэффициенты трения скольжения и трения качения при изменении угла наклона панели?
9. Почему сила трения скольжения при очень хорошем качестве обработки поверхностей увеличивается?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА РАЗЛИЧНЫМИ МЕТОДАМИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определение модуля Юнга методом изгиба, с помощью пружинного маятника, и методом растяжения.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Любое тело под действием внешних сил деформируется, т. е. меняет свою форму и размеры.

Деформация растяжения (сжатия) – вид деформации, при которой нагрузка прикладывается соосно продольно телу (рис. 1.7.1а).

Деформация сдвига – вид деформации, при которой нагрузки прикладываются параллельно и противонаправлено (рис. 1.7.1б).

Деформация изгиба – вид деформации, при которой нагрузки прикладываются перпендикулярно оси тела и при этом нарушается ее прямолинейность (рис. 1.7.1в).

Деформация кручения – вид деформации, при которой к телу приложен крутящий момент, вызванный парой сил, действующих в плоскости перпендикулярной оси тела(рис. 1.7.1г).

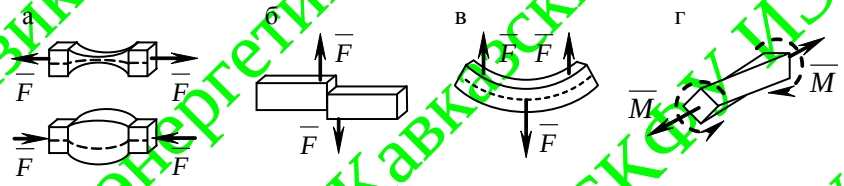

Рис. 1.7.1

Любую деформацию можно привести к двум элементарным деформациям, которыми являются деформации растяжения (сжатия) и сдвига.

Деформация растяжения (сжатия).

Если взять однородный квадратный стержень длиной l, закрепленный одной гранью, а к противоположной грани приложить постоянную растягивающую силу $\overline{F}$, то стержень придет в новое положение равновесия с длиной $l_1 > l$ (рис. 1.7.2).

Такую деформацию характеризуют абсолютным удлинением:

$$\Delta l = l' - l \qquad (1.7.1)$$

или относительным удлинением (относительной деформацией) т. е. отношением абсолютного удлинения к первоначальной длине стержня:

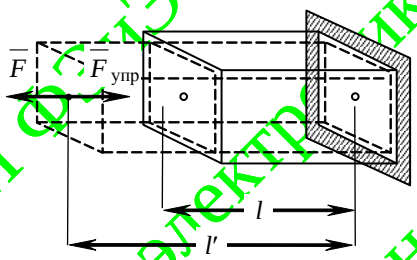

Рис. 1.7.2

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l}{l} = \frac{\Delta l}{l}. \qquad (1.7.2)$$

Формулу (1.7.2) легко распространить на деформацию сжатия, при которой длина стержня уменьшается. Тогда растяжению соответствует $\varepsilon > 0$, а сжатию – $\varepsilon < 0$.

Для идеальных упругих тел (остаточная деформация $\varepsilon_{ост} = 0$) существует однозначная зависимость между действующими на тело силами и вызываемыми ими деформациями. В случае деформации растяжения или сжатия возникшее напряжение перпендикулярно поперечному сечению стержня и пропорционально относительному удлинению или сжатию:

$$\sigma = \frac{\mathrm{d}F_{упр}}{\mathrm{d}S} = E\varepsilon, \qquad (1.7.3)$$

где σ – нормальное напряжение, численно равное нормальной силе, приходящейся на единицу площади поперечного сечения стержня.

E – модуль Юнга (модуль продольной упругости) – постоянная, зависящая только от рода материала стержня.

Уравнение (1.7.3) – одна из форм записи закона Гука. Этот закон является приближенным, выполняется лишь в области малых деформаций ε. Из уравнения (1.7.3) можно записать:

$$F_{упр} = E\varepsilon S = ES\frac{\Delta l}{l}, \qquad (1.7.4)$$

$$F_{упр} = k\Delta l, \qquad (1.7.5)$$

где $k = \frac{ES}{l}$ – упругость (жесткость).

Уравнение (1.7.5) – другая форма записи закона Гука.

Деформация сдвига

Если взять однородный параллелепипед, закрепленный нижним основанием, а к верхней грани приложить касательную силу $\overline{F}$, то отдельные горизонтальные слои сдвигаются относительно своего первоначального положения, что приводит к изменению формы, то есть к деформации (рис. 1.7.3).

Деформация сдвига возникает только при касательных напряжениях на гранях параллелепипеда. Величина касательного напряжения τ может быть определена по формуле

$$\tau = \frac{F}{S}, \qquad (1.7.6)$$

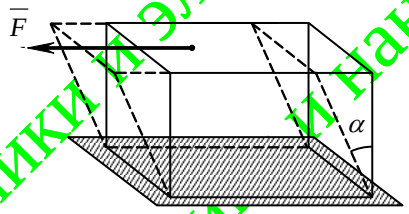

Рис. 1.7.3

где S – площадь поверхности, по касательной к которой действует деформирующая сила $\overline{F}$.

Под действием касательных усилий прямые углы между соответствующими гранями параллелепипеда уменьшатся на малый угол. В качестве величины деформации сдвига, вводится понятие относительного сдвига, который определяется тангенсом угла сдвига:

$$\gamma = \mathrm{tg}\alpha.$$

В большинстве упругих деформаций угол α мал. Тогда можно считать, что $\mathrm{tg}\alpha = \alpha$ и тогда

$$\gamma = \alpha. \qquad (1.7.7)$$

Опыты показывают, что связь между относительной деформацией сдвига α и касательным напряжением τ для данного материала такая же, как и связь между относительным удлинением ε и напряжением при удлинении σ для того же материала.

В зоне упругости для деформации сдвига имеется также линейный участок, на котором выполняется закон Гука, который в данном случае имеет вид:

$$\tau = G\alpha, \qquad (1.7.8)$$

где G – модуль сдвига, который, как и модуль Юнга, является характеристикой материала.

Деформация изгиба

Если прямой упругий стержень обоими концами свободно положить на твердые опоры и нагрузить его в середине силой F (рис. 1.7.4), то середина стержня опустится, т. е. стержень согнется. При такой деформации верхние слои стержня сжимаются, нижние растягиваются, а средний слой, называемый нейтральным, сохраняет свою длину и претерпевает искривление. Перемещение λ, которое получает нейтральный слой стержня, называется стрелой прогиба.

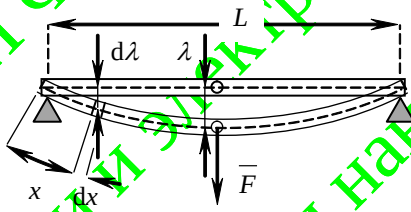

Рис. 1.7.4

Рассмотрим элемент длины стержня dx, который находится на расстоянии x от конца стержня, поперечное сечение которого характеризуется высотой b и шириной a (рис. 1.7.5).

В соответствии с законом Гука (1.7.4), сила dF, вызывающая удлинение dh произвольно выбранного слоя стержня высотой dy, равна

$$\mathrm{d}F = E\,\mathrm{d}S\,\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}x} = E\,\mathrm{d}S\,\frac{y\,\mathrm{tg}(\mathrm{d}\varphi)}{\mathrm{d}x} = E\,\mathrm{d}S\,\frac{2yh}{b\,\mathrm{d}x} = \frac{2Ehya\,\mathrm{d}y}{b\,\mathrm{d}x},$$

где E – модуль Юнга;

$\mathrm{d}S = a\,\mathrm{d}y$ – площадь сечения растягиваемого слоя;

y – расстояние от нейтрального слоя до слоя высотой dy;

dφ – угол, определяющий величину изгиба.

Величина

$$h = \frac{b}{2}\mathrm{d}\varphi \qquad (1.7.9)$$

определяет положение поперечного сечения стержня до и после деформации;

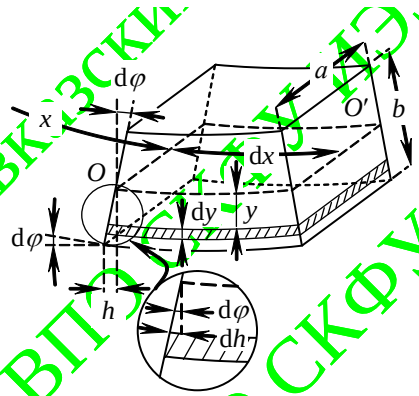

Рис. 1.7.5

При деформации изгиба любое сечение стержня вращается вокруг оси, проходящей через нейтральный слой OO'. Тогда об-

щий момент вращения, вызванный упругими силами в поперечном сечении стержня, будет равен

$$M = \int_{-b/2}^{b/2} y \mathrm{d}F = \frac{1}{6} \frac{Eahb^2}{\mathrm{d}x}. \qquad (1.7.10)$$

В случае равновесия этот вращающий момент равняется моменту вращения внешней силы:

$$M = \frac{F}{2} x, \qquad (1.7.11)$$

где $\frac{F}{2}$ – сила, вызывающая изгиб одного из концов стержня (сила F распределяется между двумя опорами поровну).

Элемент стрелы прогиба $\mathrm{d}\lambda$ может быть представлен как

$$\mathrm{d}\lambda = x \, \mathrm{d}\varphi \qquad (1.7.12)$$

Подставляя величины $\mathrm{d}\varphi$ и h из уравнений (1.7.9)–(1.7.11) в выражение (1.7.12) и интегрируя его в пределах от 0 до $\frac{L}{2}$, получаем

$$\lambda = \frac{FL^3}{4Eab^3}.$$

Тогда модуль Юнга для стержня прямоугольного сечения:

$$E = \frac{FL^3}{4ab^3\lambda}. \qquad (1.7.13)$$

Аналогично можно получить формулу модуля Юнга для стержня круглого сечения:

$$E = \frac{FL^3}{12\pi R^4 \lambda}, \qquad (1.7.14)$$

где R – радиус сечения стержня.

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Для определения модуля Юнга и модуля сдвига используется лабораторная установка, внешний вид которой показан на рис. 1.7.6.

В состав установки входят: основание 1, вертикальная стойка 2, кронштейны 3, 4 и кронштейн 5 с фотодатчиком, наборные грузы 6, устройство 7 для нагружения образца.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами и уровнем для регулировки горизонтального положения установки.

На кронштейне 3 закреплены часовой индикатор 8 для измерения стрелы прогиба и призматические опоры 9, на которые устанавливается исследуемый на изгиб образец (пластина) 10.

Кронштейн 4 имеет узел крепления вертикально подвешиваемых исследуемых на растяжение образцов 10.

Устройство 7 нагружения образца представляет собой скобу с призматической опорой и узлом подвески наборного груза.

Наборный груз 6 подвешивается или на устройство 7 или на один из исследуемых на растяжение образцов 11.

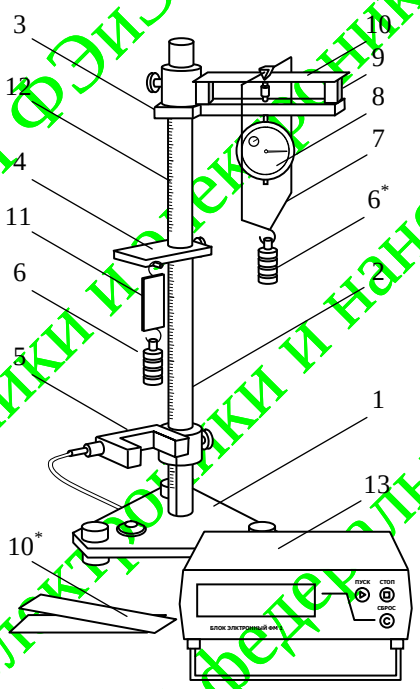

Рис. 1.7.6

На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала 12.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 13, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Задание 1. Определение модуля Юнга методом изгиба.

Используя формулу (1.7.13) можно получить выражение для определения модуля Юнга без трудоемкой юстировки часового индикатора и учитывая, что сила, нагружающая пластину – сила тяжести грузов, подвешиваемых на устройство 7, получим

$$E = \frac{(m - m')gL^3}{4ab^3(\lambda - \lambda')}, \qquad (1.7.15)$$

где λ, λ' – стрелы прогиба при нагружении образца массами m и m' соответственно;

L, b, a – длина, высота и ширина пластины соответственно.

Для определения модуля Юнга методом изгиба необходимо:

1. Установить исследуемую пластину 10 (по указанию преподавателя) на призматические опоры 9.
2. Установить часовой индикатор 8 таким образом, чтобы его наконечник коснулся пластины.
3. Повесить скобу устройства 7 посередине пластины.
4. Повесить на скобу груз массой m.
5. По шкале часового индикатора определить стрелу прогиба пластины λ.
6. При одном и том же значения m проделать опыт не менее 3–5 раз, повторяя действия п. п. 1–5.
7. Повторить измерения, меняя массу грузов, используемых для нагружения пластины.
8. Повторить измерения в соответствии с п. п. 1–7 для других пластин (по указанию преподавателя).
9. Данные измерений занести в таблицу.

№	m, кг	λ, м	E, Н/м^2	$\langle E \rangle$, Н/м^2
образец 1				
1				
2				
...				
образец 2				

10. Рассчитать значения модуля Юнга по формуле (1.7.15), используя произвольные пары значений m и λ.

11. Рассчитать погрешность определения модуля Юнга каждого образца.

Задание 2. Определение модуля Юнга с помощью упругого маятника.

Используя формулу периода колебаний упругого маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

и формулу (1.7.4) можно определить модуль Юнга:

$$E = \frac{4\pi^2 m l}{T^2 S}, \qquad (1.7.16)$$

где S – площадь поперечного сечения образца;

l – длина образца;

m – масса груза, подвешенного к образцу.

м

Для определения модуля Юнга с помощью упругого маятника необходимо:

1. Подключить фотодатчик к электронному блоку.
2. Подключить электронный блок к электрической сети.
3. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом на табло индикации должны отображаться отсчет времени и отсчет пар прерываний светового луча, падающего на фотодатчик.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени и отсчет пар прерываний светового луча, падающего на фотодатчик .

4. Подвесить один из исследуемых образцов 11 на кронштейн 4.
5. Повесить на исследуемый образец наборный груз 7 (по рекомендации преподавателя).

6. Кронштейн 4 с вертикально подвешенной пружиной закрепить на вертикальной стойке таким образом, чтобы наборный груз, подвешенный к образцу, своей нижней плоскостью совпадал с оптической осью фотодатчика, закрепленного в нижней части стойки (оптическая ось фотодатчика совпадает с рисками на фотодатчике).

7. Ввести систему исследуемый образец – груз в состояние колебательного движения.

8. Нажав кнопку ПУСК, определить время n колебаний груза по таймеру, для чего на $(n-1)$ колебаний нажать кнопку СТОП.

Определить период T колебаний груза по формуле:

$$T = \frac{t}{n},$$

где t – время колебаний;

n – число колебаний.

9. Повторить измерения не менее 3–5 раз

10. Повторить опыт с различными грузами и исследуемыми объектами (по указанию преподавателя).

11. Результаты измерений занести в таблицу

№	m, кг	n	t, с	T, с	E, Н/м^2	$\langle E \rangle$, Н/м^2
образец 1 (...)						
1						
2						
...						
образец 2 (...)						

12. Рассчитать значения модуля Юнга каждого образца по формуле (1.7.16).

13. Рассчитать погрешность определения модуля Юнга каждого образца.

Задание 3. Определение модуля Юнга методом растяжения.

Используя формулу (1.7.4) можно получить выражение для определения модуля Юнга без определения координаты нижнего конца образца без нагрузки и учитывая, что сила, растягивающая образец – сила тяжести грузов, подвешиваемых к образцу, получим:

$$E = \frac{(m - m')gl}{S(\Delta l - \Delta l')}, \qquad (1.7.17)$$

где S – площадь поперечного сечения образца;

l – длина образца;

Δl, $\Delta l'$ – удлинения образца при его нагружении массами m и m' соответственно.

Для определения модуля Юнга методом растяжения необходимо:

1. Снять кронштейн с фотодатчиком или опустить кронштейн ниже предполагаемой зоны удлинения образцов.
2. Подвесить один из исследуемых образцов 11 на кронштейн 4.
3. Повесить на исследуемый образец наборный груз 6 массой m (по рекомендации преподавателя).
5. По миллиметровой линейке 12 определить удлинение образца Δl.
6. При одном и том же значения m проделать опыт не менее 3–5 раз.
7. Повторить измерения, меняя массу грузов, используемых для нагружения образца.
8. Повторить измерения в соответствии с п. п. 2–7 для других пластин (по указанию преподавателя).
9. Данные измерений занести в таблицу.

№	m, кг	Δl.	E, Н/м^2	$\langle E \rangle$, Н/м^2
образец 1 (...)				
1				
2				
...				
образец 2 (...)				

10. Рассчитать значения модуля Юнга по формуле (1.7.17), используя произвольные пары значений m и λ.

11. Рассчитать погрешность определения модуля Юнга каждого образца.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ.

1. Что называется упругой и неупругой деформацией?
2. Назовите виды деформации
3. Каков физический смысл модуля Юнга?
4. Сформулируйте закон Гука для деформации растяжения; для деформации сдвига.
5. Объясните, что такое предел упругости.
6. Что понимают под стрелой прогиба?
7. Изменится ли результат определения модуля Юнга, если пластину в задании 1 заменить на другую, выполненную из того же материала, но имеющую другие размеры?
8. Изменится ли результат определения модуля Юнга, если пластину в задании 1 заменить на пластину имеющую такие же размеры, но выполненную из другого материала?
9. Проанализируйте ограничения методов определения модуля Юнга и модуля сдвига, используемых в данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.8

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА И ЭНЕРГИИ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ УДАРЕ ШАРОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определить коэффициент восстановления скорости и коэффициент восстановления энергии;

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Ударом называется совокупность явлений, возникающих за очень короткий промежуток времени при столкновении тел.

Удар называется прямым и центральным, если тела при соударении двигались вдоль линии, проходящей через их центры.

Удар называется абсолютно упругим, если в результате соударения не происходит превращения механической энергии в немеханические виды.

Удар называется абсолютно неупругим, если в результате соударения механическая энергия частично или полностью переходит в немеханические виды и тела слипаются.

Рассмотрим соударение двух однородных шаров, двигающихся поступательно при отсутствии действия внешних сил.

Абсолютно неупругий удар. Процесс соударения протекает следующим образом. Как только шары придут в соприкосновение, начнется их деформация, в результате которой возникнут силы сопротивления (вязкое трение). Т. к. эти силы пропорциональны скорости изменения деформации (т. е. относительной скорости движения шаров), то по мере уменьшения относительной скорости они убывают и обращаются в нуль, как только скорости шаров выровняться. С этого момента шары, «слившись», движутся вместе.

Пусть шары массами m_1 и m_2 имели до удара скорости υ_1 и υ_2. Запишем закон сохранения импульса:

$$m_1\bar{\upsilon}_1 + m_2\bar{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\bar{u}\,, \qquad (1.8.1)$$

где u – скорость шаров после удара.

При абсолютно неупругом ударе закон сохранения механической энергии не выполняется, т. к. часть механической энергии во

время удара переходит во внутреннюю энергию или другие формы энергии. Закон сохранения энергии можно записать в виде:

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}+\frac{m_2\upsilon_2^2}{2}=\frac{(m_1+m_2)u^2}{2}+E_{\text{деф}}, \qquad (1.8.2)$$

где $E_{\text{деф}}$ – потеря механической энергии тел на деформацию и изменение внутренней энергии.

Из уравнений (1.8.1) и (1.8.2) найдем скорость шаров после соударения:

$$\bar{u}=\frac{m_1\bar{\upsilon}_1+m_2\bar{\upsilon}_2}{m_1+m_2} \qquad (1.8.3)$$

и энергию, затраченную на деформацию шаров:

$$E_{\text{деф}}=\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}(\upsilon_1\pm\upsilon_2)^2 \qquad (1.8.4)$$

Абсолютно упругий удар. Процесс соударения протекает в два этапа. Первый этап – от начала соприкосновения шаров до выравнивания скоростей – протекает так же, как и при абсолютно неупругом ударе, с той лишь разницей, что силы взаимодействия (как силы упругости) зависят только от величины деформации и не зависят от скорости её изменения. Пока скорости шаров не сравнялись, деформации будут нарастать, а с ними будут нарастать и силы взаимодействия, замедляющие один шар и ускоряющие другой. В момент, когда скорости шаров сравняются, силы взаимодействия будут наибольшими, с этого момента начинается второй этап упругого удара: деформированные тела действуют друг на друга в том же направлении, в каком они действовали до выравнивания скоростей. Поэтому тело, которое замедлялось будет продолжать замедляться, а тело, которое ускорялось – ускоряться, до тех пор пока деформация не исчезнет. При восстановлении формы тел вся потенциальная энергия вновь переходит в кинетическую энергию шаров.

При абсолютно упругом ударе тела не изменяют своей внутренней энергии, и разлетаются со скоростями, величина и направление которых определяется законом сохранения энергии и законом сохранения импульса.

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2}+\frac{m_2\upsilon_2^2}{2}=\frac{m_1u_1^2}{2}+\frac{m_2u_2^2}{2}, \qquad (1.8.5)$$

$$m_1\bar{\upsilon}_1+m_2\bar{\upsilon}_2=m_1\bar{u}_1+m_2\bar{u}_2, \qquad (1.8.6)$$

где m_1, m_2 – массы шаров;

υ_1, υ_2 – скорости шаров до удара;

u_1, u_2 – скорости шаров после удара.

Преобразовав, получим

$$m_1(\bar{\upsilon}_1-\bar{u}_1)=m_2(\bar{u}_2-\upsilon_2),$$

$$m_1(\upsilon_1^2-u_1^2)=m_2(u_2^2-\upsilon_2^2),$$

или $$m_1(\upsilon_1+u_1)(\upsilon_1-u_1)=m_2(u_2+\upsilon_2)(u_2-\upsilon_2).$$

Т. к. все векторы, входящие в уравнения, параллельны, после преобразований запишем

$$\bar{u}_2+\bar{\upsilon}_2=\bar{\upsilon}_1+\bar{u}_1,$$

откуда $$\bar{u}_2=\bar{\upsilon}_1+\bar{u}_1-\bar{\upsilon}_2.$$

Решая совместно полученное уравнение и уравнение (1.8.6), находим

$$\bar{u}_1=\frac{2m_2\bar{\upsilon}_2+(m_1-m_2)\bar{\upsilon}_1}{m_1+m_2},$$

$$\bar{u}_2=\frac{2m_1\bar{\upsilon}_1+(m_2-m_1)\bar{\upsilon}_2}{m_1+m_2}. \qquad (1.8.7)$$

Коэффициент восстановления скорости, коэффициент восстановления энергии. В качестве одной из характеристик, определяющих упругие свойства материалов, вводится понятие коэффициента восстановления скорости. Коэффициент восстановления скорости определяет, какая доля начальной относительной скорости этих тел восстанавливается к концу удара и характеризует потери механической энергии соударяющихся тел вследствие появления в них остаточных деформаций и их нагревания:

$$k_c=\frac{|u_1-u_2|}{|\upsilon_1-\upsilon_2|}. \qquad (1.8.8)$$

Коэффициент восстановления скорости шара
при абсолютно упругом ударе $k_c \le 1$;
при абсолютно неупругом ударе $k_c = 0$;
при реальном ударе $0 < k_c < 1$;

Коэффициент восстановления скорости k_c шара несет ту же смысловую нагрузку, что и коэффициент восстановления энергии $k_э$, который равен отношению кинетической энергии после удара к кинетической энергии до удара:

$$k_э = \frac{m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2}{m_1 \upsilon_1^2 + m_2 \upsilon_2^2}. \qquad (1.8.9)$$

Коэффициент восстановления энергии шара
при абсолютно упругом ударе $k_э = 1$;
при абсолютно неупругом ударе $0 \le k_э < 1$;
при реальном ударе $0 \le k_э < 1$.

Таким образом, коэффициенты k_c и $k_э$ являются характеристикой материала, из которого изготовлены тела, и (предположительно) не зависят от остальных параметров тел (формы, скорости и т. п.).

Время соударения зависит от формы и размеров соударяющихся тел и от формы соприкасающихся при ударе частей этих тел. Зависимости времени соударения, силы удара от скорости шара до соударения, являются важными характеристиками процессов соударения тел.

Зная время соударения, можно определить значение сил $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$, действующих на тела в процессе соударения. Из законов Ньютона

$$\bar{F}_1 t = m_1(\bar{u}_1 - \bar{\upsilon}_1) = \bar{F}_2 t = m_2(\bar{u}_2 - \bar{\upsilon}_2),$$

$$F = \frac{m_1(u_1 - \upsilon_1)}{t} = \frac{m_2(u_2 - \upsilon_2)}{t} \qquad (1.8.10)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Для изучения центрального удара шаров используется лабораторная установка, внешний вид которой показан на рис. 1.8.1.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 2, верхний кронштейн 3, шкал угловых перемещений 4, электромагнит 5, нити 6 для подвески шаров 7, провода 8 для обеспечения электрического контакта шаров с клеммами 9.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами.

На верхнем кронштейне 3, предназначенном для подвески шаров, расположены узлы регулировки, обеспечивающие прямой центральный удар шаров, совмещенные с клеммами 9.

Электромагнит предназначен для фиксации исходного положения одного из шаров.

Шары выполнены попарно из алюминия, латуни и стали.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 10, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

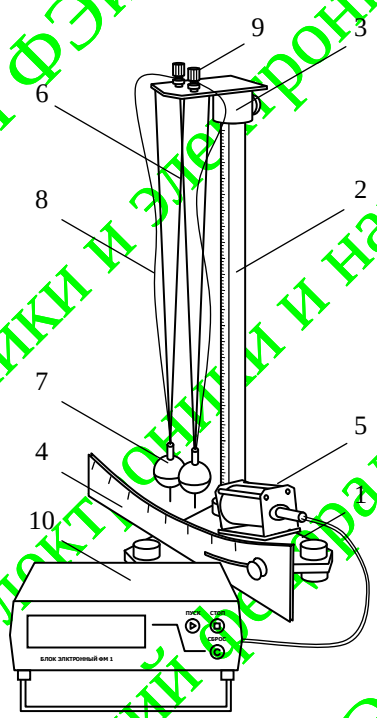

Рис. 1.8.1

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Рассмотрим взаимодействие шаров на экспериментальной установке. При отклонении шара, подвешенного на нити длиной l, на угол α_{10} от положения равновесия его центр масс поднимается на высоту h_{10}, и шар приобретает потенциальную энергию, которая при

движении переходит в кинетическую энергию, а затем опять в потенциальную при отклонении шаров после удара на углы α_1, α_2 и подъеме центров масс шаров на высоты h_1, h_2.

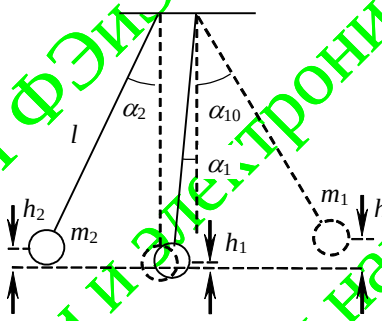

Рис. 1.8.2

Из закона сохранения механической энергии, описывающего начальное и конечное состояние системы, и геометрических соображений нетрудно получить:

$$\upsilon_1 = 2\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha_0}{2}, \qquad \upsilon_2 = 0,$$
$$u_1 = 2\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha_1}{2}, \qquad u_2 = 2\sqrt{gl}\,\sin\frac{\alpha_2}{2}. \tag{1.8.11}$$

Тогда из уравнений (1.8.8), (1.8.9), (1.8.10), (1.8.11) получим: коэффициент восстановления скорости

$$k_c = \frac{|\sin\frac{\alpha_1}{2} - \sin\frac{\alpha_2}{2}|}{\sin\frac{\alpha_0}{2}}, \tag{1.8.12}$$

коэффициент восстановления энергии

$$k_э = \frac{m_1\sin^2\frac{\alpha_1}{2} - m_2\sin^2\frac{\alpha_2}{2}}{m_1\sin^2\frac{\alpha_0}{2}}, \tag{1.8.13}$$

сила взаимодействия

$$F = 2\frac{1}{t}\sqrt{gl}\,m_1(\sin\frac{\alpha_0}{2} - \sin\frac{\alpha_1}{2}) =$$
$$= 2\frac{1}{t}\sqrt{gl}\,m_2\sin\frac{\alpha_2}{2}. \tag{1.8.14}$$

Для изучения закона сохранения импульса и энергии при центральном ударе шаров необходимо:

1. Подключить фотодатчик к электронному блоку при помощи кабеля.

2. Подключить электронный блок к электрической сети.

3. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать электромагнит.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должен отключиться электромагнит, а при контакте шаров на подвесках на табло индикации должен отображаться отсчет времени.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени, и должен сработать и отключиться электромагнит.

4. Нажать кнопку СБРОС

При этом должны сброситься показания электронного блока и должен сработать электромагнит.

Задание 1. Определение характеристик взаимодействия при упругом ударе.

1. Подвесить исследуемую пару шаров (по указанию преподавателя) на нити.

2. Отрегулировать установку таким образом, чтобы шары и электромагнит находились в одной плоскости, нижние визиры шаров указывали на нули шкал.

Регулировку производить с помощью регулировочных опор на основании установки, с помощью изменения длины подвеса шаров на узлах крепления нитей на верхнем кронштейне.

3. Отвести правый шар на угол α_0 (10–15 градусов) и зафиксировать его с помощью электромагнита.

4 . Нажать кнопку ПУСК. При этом произойдет удар шаров.

5. При помощи шкал визуально определить углы отскока правого (α_1) и левого (α_2) шаров.

6. По таймеру электронного блока определить время соударения шаров t (первое появившееся на правом табло значение).

7. Повторить измерения по п.п. 3–7 не менее 3–5 раз.
8. Повторить п.п. 1–8 изменив (исследуемую пару шаров.
9. Данные измерений занести в таблицу.

№	α_0, град	α_1, град	α_2, град	t, с	F, Н	$\langle F \rangle$, Н	k_c	$\langle k_c \rangle$	$k_э$	$\langle k_э \rangle$
шары ... (m_1 = ... кг, m_2 = ... кг)										
1										
2										
...										
шары ... (m_1 = ... кг, m_2 = ... кг)										

10. Рассчитать коэффициенты восстановления скорости, коэффициенты восстановления энергии, силу взаимодействия различных пар шаров по формулам (1.8.12), (1.8.13), (1.8.14).

Задание 2. Определение характеристик взаимодействия при неупругом ударе.

1. Подвесить исследуемую пару шаров (по указанию преподавателя) на нити.
2. Отрегулировать установку таким образом, чтобы шары и электромагнит находились в одной плоскости, нижние визиры шаров указывали на нули шкал.

Регулировку производить с помощью регулировочных опор на основании установки, с помощью изменения длины подвеса шаров на узлах крепления нитей на верхнем кронштейне.

3. Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока. При этом должны включиться табло индикации и электромагнит.
4. Отвести правый шар на угол α_0 (10–15 градусов) и зафиксировать его с помощью электромагнита.
5. На левый шар в месте, где происходит удар, прикрепить кусочек пластилина.
6. Нажать кнопку ПУСК. При этом произойдет удар шаров.
7. При помощи шкал визуально определить углы отскока правого (α_1) и левого (α_2) шаров (в случае слипания шаров после удара углы отскока шаров равны ($\alpha_1 = \alpha_2$) и должны быть измерены по положению центра масс слипшихся шаров).
8. Повторить измерения не менее 3–5 раз.

9. Данные измерений занести в таблицу.

№	α_0, град	α_1, град	α_2, град	k_c	$\langle k_c \rangle$	$k_э$	$\langle k_э \rangle$
шары ... (m_1 = ... кг, m_2 = ... кг)							
1							
2							
...							
шары ... (m_1 = ... кг, m_2 = ... кг)							

10. Рассчитать коэффициенты восстановления скорости, коэффициенты восстановления энергии по формулам (1.8.12), (1.8.13).

11. Повторить п.п. 3–9 используя шары другой массы (по указанию преподавателя).

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Сформулируйте законы сохранения импульса, энергии.
2. Какой удар называется абсолютно неупругим, абсолютно упругим?
3. Какие законы сохранения выполняются при абсолютно упругом и неупругом соударениях?
4. Как изменяется кинетическая энергия шаров при различных видах удара: абсолютно упругом и неупругом?
5. Как определить величину энергии, переходящую в остаточную деформацию при ударе шаров.
6. Каково соотношение между скоростями шаров до и после удара, если массы соударяющихся шаров одинаковы (абсолютно упругое и абсолютно неупругое взаимодействия)?
7. Проанализируйте, являются ли исследованные Вами удары абсолютно упругим и абсолютно неупругим.

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.9

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И МОМЕНТА ИМПУЛЬСА НА БАЛЛИСТИЧЕСКОМ КРУТИЛЬНОМ МАЯТНИКЕ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определить скорость полёта снаряда методом крутильного баллистического маятника.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим процессы, происходящие в баллистическом крутильном маятнике.

При подготовке к выстрелу, пружина стреляющего устройства сжимается и приобретает потенциальную энергию

$$E_{\text{упр}} = \frac{1}{2} kx^2,$$

где k – жесткость пружины;

x – деформация пружины;

которая в момент выстрела переходит в кинетическую энергию поступательного движения снаряда:

$$E_{\text{упр}} = \frac{1}{2} kx^2 = E_{\text{пост}} = \frac{1}{2} m_{\text{сн}} \upsilon_{\text{сн}}^2. \qquad (1.9.1)$$

Снаряд массой $m_{\text{сн}}$, вылетевший из стреляющего устройства со скоростью $\upsilon_{\text{сн}}$, обладает импульсом

$$p = m_{\text{сн}} \upsilon_{\text{сн}},$$

а при взаимодействии с мишенью на расстоянии l от оси вращения – моментом импульса относительно оси вращения баллистического маятника

$$L = m_{\text{сн}} \upsilon_{\text{сн}} l,$$

где l – расстояние от центра снаряда, застрявшего в пластилине, до оси вращения мятника.

Взаимодействие с мишенью является абсолютно неупругим (снаряд прилипает к мишени и начинает двигаться с маятником как единое целое), поэтому на основании закона сохранения момента импульса, можно записать:

$$m_{\text{сн}} \upsilon_{\text{сн}} l = I \omega_{\text{м}}, \qquad (1.9.2)$$

где I – момент инерции маятника со снарядом относительно оси вращения маятника;

$\omega_{\text{м}}$ – угловая скорость маятника вместе со снарядом сразу после удара.

В результате взаимодействия снаряда с мишенью маятник приобретает кинетическую энергию вращательного движения:

$$E_{\text{вр}} = \frac{1}{2} I \omega_{\text{м}}^2, \qquad (1.9.3)$$

которая при дальнейшем движении маятника расходуется на работу по закручивание проволоки.

Работа момента сил упругости проволоки при ее закручивании:

$$\mathrm{d}A = M \, \mathrm{d}\varphi. \qquad (1.9.4)$$

При повороте маятника вокруг оси происходит скручивание проволоки и возникает момент упругих сил M, стремящийся вернуть ее в положение равновесия. Если при деформации проволоки выполняется закон Гука, этот момент будет пропорционален углу поворота маятника φ:

$$M = -\chi\varphi, \qquad (1.9.5)$$

где χ – постоянная величина для данного подвеса, называемая крутильной жесткостью.

Знак «–» показывает, что упругий момент, возникающий при повороте маятника, стремится повернуть ее в противоположном направлении.

Интегрируя выражение(1.9.4) с учетом выражения (1.9.5) для момента упругих сил, получим:

$$A = \int_0^{\varphi} \mathrm{d}A = \int_0^{\varphi} M \mathrm{d}\varphi = \int_0^{\varphi} \chi\varphi \, \mathrm{d}\varphi = \frac{1}{2} \chi \varphi^2. \qquad (1.9.6)$$

На основании закона сохранения энергии кинетическая энергия вращательного движения (1.9.3) расходуется на совершение работы против момента упругих сил (1.9.6) (превращается в потенциальную энергию скрученной проволоки):

$$\frac{1}{2} I \omega_{\text{м}}^2 = \frac{1}{2} \chi \varphi_{\text{м}}^2, \qquad (1.9.7)$$

где $\varphi_{\text{м}}$ – угол максимального отклонения маятника от положения равновесия.

С учетом уравнения (1.9.5.) и основного уравнения динамики вращательного движения:

$$M = I\varepsilon = I \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = I \frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} = -\chi \varphi,$$

можно получить дифференциальное уравнение

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\chi}{I}\varphi = 0,$$

которое описывает гармонические крутильные колебания

с периодом $$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\chi}}. \qquad (1.9.8)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид лабораторной установки для определения скорости полета снаряда показан на рис. 1.9.1.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 2, верхний 3 и нижний 4 кронштейны, набор снарядов различной массы 6, набор исследуемых образцов 7.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами и зажимом для фиксации стойки.

Верхний и нижний кронштейны предназначены для крепления узлов подвески и натяжения торсиона (стальной проволоки) 8, с которым связана металлическая рамка 9 с грузами 10, предназначенная для установки съёмной мишени 11 с противовесом 12 и исследуемых образцов 7 (в данной лабораторной работе не используются).

На нижнем кронштейне, на котором нанесена шкала отсчёта угла закручивания торсиона, расположены: спусковое устройство 13, предназначенное для производства «выстрела», электромагнит 14, предназначенный для удерживания рамки в исходном положении и её освобождения (при этом возникают крутильные колеба-

ния рамки вокруг вертикальной оси); фотодатчик 5, предназначенный для определения периода колебаний металлической рамки с исследуемыми образцами и без них. Съёмная мишень 11, предназначенная для попадания снарядов при выстреле.

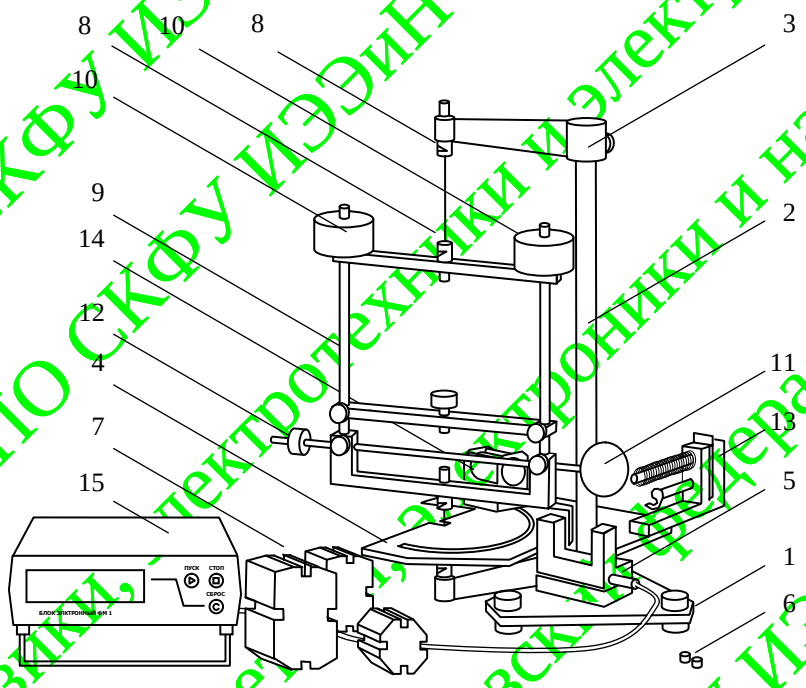

Рис. 1.9.1

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 15, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Применив уравнения (1.9.2), (1.9.7), (1.9.8) для различных условий эксперимента на баллистическом крутильном маятнике можно записать:

$$\upsilon_{\text{сн}} = \frac{4\pi I_{\text{ц}} T_{\text{рц}} \varphi_{\text{м}}}{m_{\text{сн}} l (T_{\text{рц}}^2 - T_{\text{р}}^2)},$$

где $m_{\text{сн}}$ – масса снаряда;

$\varphi_{\text{м}}$ – максимальный угол отклонения рамки с цилиндрическими грузами после попадания снаряда в мишень;

l – расстояние от оси вращения рамки до центра масс снаряда, застрявшего в мишени;

$I_{\text{ц}}$ – момент инерции каждого цилиндрического груза;

$T_{\text{рц}}$ и $T_{\text{р}}$ – периоды колебаний рамки соответственно с цилиндрическими грузами $m_{\text{ц}}$ и без них.

Момент инерции цилиндрического груза, находящегося на расстоянии a от оси вращения:

$$I_{\text{гр}} = \frac{1}{2} m_{\text{ц}} r^2 + m_{\text{ц}} d^2,$$

тогда

$$\upsilon_{\text{сн}} = \frac{4\pi (\frac{1}{2} m_{\text{ц}} r^2 + m_{\text{ц}} a^2) T_{\text{рц}} \varphi_{\text{м}}}{m_{\text{сн}} l (T_{\text{рц}}^2 - T_{\text{р}}^2)}, \qquad (1.9.9)$$

где $m_{\text{ц}}$ – масса каждого цилиндрического груза;

r – радиус цилиндрического груза;

a – расстояние от оси вращения рамки до центра масс цилиндрического груза.

Исходя из полученного уравнения для определения скорости полета снаряда необходимо:

1. Произвести регулировку положения основания установки при помощи регулировочных опор.
2. Установить мишень 11 в рамку 9
3. Установить цилиндрические грузы 10 на рамку.

4. Убедиться, что мишень 5 находится на линии «выстрела», флажок рамки пересекает оптическую ось (луч) фотодатчика 5, флажок красного цвета на рамке показывает на ноль шкалы угловых перемещений (рамка находится в исходном положении).

5. Установить электромагнит 14 так, чтобы его ближняя торцевая плоскость показывала угол на шкале не менее 90° (чтобы после выстрела рамка 9 не билась об электромагнит).

6. Установите снаряд 6 на направляющий стержень стреляющего устройства 13, взвести пружину (до щелчка).

7. Проверить настройку шкалы на ноль.

Небольшое несовпадение красного флажка на рамке с нулем шкалы можно устранить малым поворотом среднего кронштейна 4 вокруг вертикальной стойки 2.

8. Произвести «выстрел», нажав пластину спускового устройства вниз.

9. Определить максимальный угол $\varphi_м$ отклонения рамки по шкале угловых перемещений с помощью красного флажка, закрепленного на рамке (перевести значения углов в радианную меру).

Если снаряд не прилип к пластилину и отвалился, осторожно размять пластилин, заровнять вмятину от снаряда и повторить выстрел.

10. Измерить при помощи линейки расстояние l от оси вращения рамки до центра снаряда, застрявшего в мишени.

11. Извлечь снаряд из пластилина, заровнять вмятину от снаряда и повторить не менее 3–5 раз измерения по п.п. 5–10.

12. Результаты измерений занесите в таблицу.

№	$m_{сн}$, кг	l, м	$<l>$, м	$\varphi_м$, рад	$<\varphi_м>$, рад	$T_{рц}$, с	$<T_{рц}>$, с	$T_р$, с	$<T_р>$, с	$\upsilon_{сн}$, м/с
1										
2										
3										
...										

13. Подключить фотодатчик и электромагнит к электронному блоку при помощи кабеля.

14. Подключить электронный блок к электрической сети.

15. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать электромагнит.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должен отключиться электромагнит, на табло индикации должны отображаться отсчет времени и отсчет пар прерываний светового луча, падающего на фотодатчик.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени и отсчет пар прерываний светового луча, падающего на фотодатчик, должен сработать и отключиться электромагнит.

16. Нажать кнопку СБРОС

При этом должны сброситься показания электронного блока и должен сработать электромагнит.

17. Отклонить рамку 9 на угол ~30° и зафиксировать с помощью электромагнита 14.

Сердечник электромагнита должен входить немного вовнутрь электромагнита (для уменьшения влияния остаточной намагниченности на колебания рамки).

18. Нажать кнопку ПУСК.

19. По показаниям секундомера и счетчика колебаний электронного блока определить время $t_{рц}$ некоторого числа $n_{рц}$ колебаний рамки с грузами, для чего на $(n_{рц} - 1)$ колебании нажать кнопку СТОП.

Рассчитать значение периода $T_{рц}$ колебаний рамки с грузами:

$$T_{рц} = \frac{t_{рц}}{n_{рц}}.$$

20. Результаты расчета занесите в таблицу.

21. Повторить не менее 3–5 раз измерения по п.п. 16–20.

22. Снимите грузы 10 с рамки и повторите не менее 3–5 раз п.п. 16–21, занося в таблицу результаты расчета периода $T_р$ колебаний рамки без грузов по измерению времени $t_р$ некоторого числа $n_р$ колебаний.

$$T_р = \frac{t_р}{n_р}.$$

23. Вычислить скорость полета снаряда по формуле (1.9.9).

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Дайте определение момента импульса материальной точки; твердого тела. Как определить направление вектора момента импульса?
2. Запишите закон сохранения момента импульса для системы снаряд – крутильный маятник.
3. Можно ли записать закон сохранения механической энергии для системы снаряд – крутильный маятник? Ответ обоснуйте.
4. Запишите закон сохранения энергии для крутильного маятника.
5. Можно ли использовать формулу для расчета скорости пули, если удар пули о мишень происходит не под прямым углом?
6. Можно ли определить скорость пули, не измеряя период колебаний рамки без цилиндрических грузов? Какую величину необходимо для этого знать?
7. Как изменится максимальный угол отклонения рамки после попадания снаряда в мишень, если заменить цилиндрические грузы грузами большей массы? Ответ обоснуйте.
8. На какие из измеряемых величин повлияет изменение массы цилиндров?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.10

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ДВИЖЕНИЯ ГИРОСКОПА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определить скорость прецессии гироскопа; определить угловую скорость вращения маховика гироскопа

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Гироскопом называется массивное тело, быстро вращающееся вокруг своей оси симметрии. При вращении вокруг этой оси момент импульса гироскопа совпадает по направлению с осью вращения. Такое вращение устойчиво, и ось вращения гироскопа сохраняет неизменным свое направление при любом повороте или передвижении прибора.

Гироскоп в кардановом подвесе имеет три степени свободы. Если центр масс гироскопа совпадает с точкой O – точкой опоры гироскопа, то гироскоп называется уравновешенным.

В простейшем варианте гироскоп выполняется в виде массивного диска, насаженного на вал (рис. 1.10.1). Для изменения направления оси гироскопа относительно неподвижной системы координат необходимо, чтобы на него действовал момент внешних сил. В таком случае наблюдается явление, называемое гироскопическим эффектом:

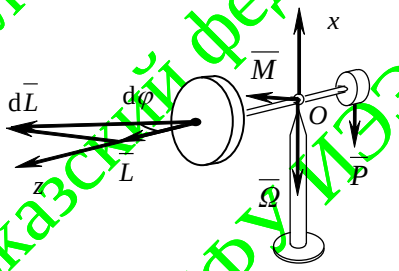

Рис. 1.10.1

под действием сил, которые, казалось бы, должны были вызвать поворот оси гироскопа в той плоскости, в которой лежат эти силы, в действительности ось гироскопа поворачивается вокруг оси, перпендикулярной к указанной плоскости. Такое вращение называют прецессией.

Гироскопический эффект основан на законах вращательного движения твердых тел. Пусть имеется уравновешенный гироскоп, который может вращаться вокруг осей Oz и Ox. Приведем его во вращение вокруг собственной оси Oz. Тогда его момент импульса:

$$\bar{L} = I\bar{\omega}, \qquad (1.10.1)$$

где I – момент инерции гироскопа относительно его оси;

$\bar{\omega}$ – угловая скорость собственного вращения гироскопа.

При отсутствии внешнего вращающего момента

$$\frac{\mathrm{d}\bar{L}}{\mathrm{d}t} = 0, \quad \bar{L} = \text{const}, \qquad (1.10.2)$$

вектор $\bar{L}$ сохраняет свою величину и направление.

Подвесим на конец осевого стержня груз $\bar{P}$. Он будет действовать на стержень, жестко связанный с осью гироскопа. Возникнет момент этой силы $\bar{M}$, лежащий в горизонтальной плоскости. Изменение момента импульса гироскопа под действием этого момента силы равно

$$\mathrm{d}\bar{L} = \bar{M}\,\mathrm{d}t. \qquad (1.10.3)$$

За время Δt момент импульса гироскопа получит приращение

$$\Delta\bar{L} = \bar{M}\Delta t, \qquad (1.10.4)$$

которое имеет такое же направление, как и $\bar{M}$, т. е. вектор $\Delta\bar{L}$ перпендикулярен вектору $\bar{L}$. Так как момент внешних сил мал, вектор $\bar{L}$ постоянен по модулю и изменяется лишь по направлению. Сила $\bar{P}$, не изменяя величины вектора $\bar{L}$, заставляет его конец описывать окружность в горизонтальной плоскости. Таким образом, гироскопический эффект непосредственно следует из основного уравнения вращательного движения.

Найдем Ω – угловую скорость прецессии, т. е. дополнительного вращения оси гироскопа под действием момента сил $\bar{M}$.

За время $\mathrm{d}t$ вектор $\bar{L}$ в горизонтальной плоскости повернется на угол $\mathrm{d}\varphi$, причем, как следует из (1.10.3) и рис. 1.10.1,

$$\mathrm{d}\varphi = \frac{\mathrm{d}L}{L} = \frac{M\mathrm{d}t}{L}. \qquad (1.10.5)$$

Таким образом, угловая скорость Ω вращения вектора $\bar{L}$ (угловая скорость прецессии) равна

$$\Omega = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = \frac{M\mathrm{d}t}{L\mathrm{d}t} = \frac{M}{L}, \qquad (1.10.6)$$

Поскольку $\Omega << \omega$, можно считать, что и для неуравновешенного гироскопа $\overline{L} = I\overline{\omega}$, тогда

$$\Omega = \frac{M}{I\omega} \qquad (1.10.7)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид установки для определения характеристик движения гироскопа показан на рис. 1.10.2 и включает в свой состав: основание 2; корпус 4 с узлом подшипников, вертикальным валом с винтом фиксации 13 и коллектором. На валу установлены лимб 12, и вилка 6. На вилке 6 установлена гироскопическая система 8. Основание 2 снабжено тремя регулируемыми опорами 1 с фиксирующими винтами 3 и уровнем 14.

Лимб 12 и указатель 5 на корпусе 4, предназначены для определения угла поворота гироскопической системы во время прецессирования.

Гироскопическая система 8 состоит из электродвигателя – маховика с встроенным датчиком скорости вращения, стержней 7, 11. На стержни в процессе работы устанавливается противовес 10 с фиксирующим винтом 9.

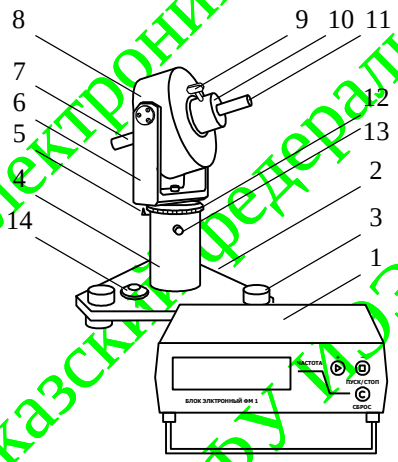

Рис. 1.10.2

Гироскопическая система предварительно (при наладке) свободно уравновешена.

Стержни 7, 11 и противовес 10 предназначены для создания момента внешних сил, вызывающих прецессию гироскопа.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 1, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: ПУСК/СТОП–СБРОС, ЧАСТОТА «–»-«+». Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

Время непрерывной работы двигателя гироскопа – 30 минут, перерыв – 5 минут

Вследствие наличия люфтов в узлах установки при ее изготовлении или в процессе работы, возможно появление незначительных вибраций при некоторых частотах вращения маховика, вызывающих резонанс отдельных узлов установки. Рекомендуется на этих частотах работу не проводить.

Установка предназначена для эксплуатации при частоте вращения вала двигателя гироскопа не более 100 Гц. При превышении данной частоты вращения возможны сбои при ее измерении.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Вращающий момент M определяется действием дополнительного груза массой m на расстоянии Δl от точки опоры гироскопа. В этом случае момент внешних сил относительно точки O равен

$$M = mg\Delta l, \qquad (1.10.8)$$

и с учётом (1.10.7) получим:

$$\Omega = \frac{mg\Delta l}{I\omega} \qquad (1.10.9)$$

Для определения характеристик движения гироскопа необходимо:

1. Подключить гироскоп к электронному блоку при помощи кабеля.
2. Подключить электронный блок к электрической сети.
3. Включить выключатель питания СЕТЬ, расположенный на задней панели электронного блока. При этом должно включиться табло индикации.

Задание 1. Определение скорости прецессии гироскопа и измерение угловой скорости вращения маховика гироскопа.

1. Зафиксировать винтом 13 положение вала.
2. Отпустив фиксирующие винты 3 при помощи регулировочных опор основания 1 по уровню 15 установить горизонтальное положение основания, после чего затянуть фиксирующие винты 3.
3. Отпустить фиксирующий винт 13.
4. Нажать кнопку ПУСК/СТОП–СБРОС и удерживать ее в течение 1–2 с (до появления на табло индикации надписи «(1)»). При помощи кнопок регулирования скорости вращения маховика гироскопа ЧАСТОТА «–»-«+» установить частоту вращения 40...60 Гц. и, после разгона двигателя, убедиться в отсутствии прецессии.
5. Зафиксировать винтом 13 положение вала.
6. Если это необходимо, установить новое значение частоты вращения при помощи кнопок регулирования скорости вращения маховика гироскопа ЧАСТОТА «–»-«+»(значение частоты вращения определяется потребителем) и дождаться пока частота вращения двигателя достигнет установленной (значение установленной частоты равно значению измеренной частоты).
7. Установить противовес 10 на стержень 7 или 11, сдвинуть его вплотную к корпусу гироскопической системы 8 и закрепить фиксирующим винтом 9.
8. Измерить расстояние l_1 от боковой поверхности электродвигателя до дальней от него плоскости противовеса 10 (измеряется с помощью штангенциркуля).
9. Установить гироскопический узел так, чтобы стержни 7, 11 находились в горизонтальном положении и, удерживая его, отпустить фиксирующий винт вала 13, после чего отпустить гироскопический узел и кратковременно нажать кнопку ПУСК/СТОП–СБРОС электронного блока.
10. При помощи табло определить скорость прецессии Ω_1.
11. Зафиксировать винтом 13 положение вала.
12. Сместить противовес так, чтобы расстояние от боковой поверхности электродвигателя до дальней от него плоскости противовеса 10 увеличилось на 10 мм (измеряется с помощью штангенциркуля) т. е.:

$$l_2 = l_1 + 10 \text{ мм}.$$

13. Установить гироскопический узел так, чтобы стержни 7, 11 находились в горизонтальном положении и, удерживая его, отпустить фиксирующий винт вала 13, после чего отпустить гироскопический узел и кратковременно нажать кнопку ПУСК/СТОП–СБРОС электронного блока.

14. При помощи табло определить скорость прецессии Ω_2.

15. Зафиксировать винтом 13 положение вала.

16. Сместить противовес так, чтобы расстояние от боковой поверхности электродвигателя до дальней от него плоскости противовеса 10 увеличилось на 20 мм (измеряется с помощью штангенциркуля) т. е.:

$$l_3 = l_1 + 20 \text{ мм}.$$

17. Установить гироскопический узел так, чтобы стержни 7, 11 находились в горизонтальном положении и, удерживая его, отпустить фиксирующий винт вала 13, после чего отпустить гироскопический узел и кратковременно нажать кнопку ПУСК/СТОП–СБРОС электронного блока.

18. При помощи табло определить скорость прецессии Ω_3.

19. Зафиксировать винтом 13 положение вала.

20. Убедиться в справедливости соотношения:

$$\frac{l_1}{\Omega_1} = \frac{l_2}{\Omega_2} = \frac{l_3}{\Omega_3} = \text{const}.$$

Примечание: Для увеличения точности результата рекомендуется значения l определять как

$$l = l_n + 27{,}5 \text{ мм} - 12{,}5 \text{ мм},$$

где 27,5 мм и 12,5 мм – половина ширины двигателя гироскопической системы и противовеса соответственно.

21. При необходимости повторить действия по п.п. 8–21, предварительно переставив противовес на противоположный стержень, при этом направление прецессирования изменится на противоположное.

22. Рассчитать погрешность определения скорости прецессии.

Задание 2. Определение зависимости скорости прецессии гироскопа от угловой скорости вращения маховика гироскопа.

Изменяя при нескольких измерениях (измерения проводятся аналогично указанным в задании 1) скорость вращения маховика гироскопа при постоянном положении противовеса, определить зависимость скорости прецессии от скорости вращения маховика.

Задание 3. Определение зависимости скорости прецессии гироскопа от момента сил, приложенного к горизонтальной оси гироскопа.

Перемещая при нескольких измерениях (измерения проводятся аналогично указанным в задании 1) противовес при постоянной скорости вращения маховика гироскопа определить зависимость скорости прецессии от момента сил, приложенного к горизонтальной оси гироскопа.

По окончании работы, выключить двигатель, для чего нажать кнопку ПУСК/СТОП–СБРОС и удерживать ее в течение 1–2 с (до появления на табло индикации надписи «(0)»), и потом выключить выключатель питания СЕТЬ, расположенный на задней панели электронного блока. При этом должно выключиться табло индикации.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
2. Что такое гироскопический эффект?
3. Что называется прецессией гироскопа и при каких условиях она наблюдается?
4. Чему равна угловая скорость прецессии?
5. Как зависит угловая скорость прецессии гироскопа от массы груза, подвешенного к оси ротора гироскопа (при неизменном положении точки крепления груза)?
6. Как влияют силы трения на поведение оси гироскопа?
7. Как зависит угловая скорость прецессии гироскопа от момента инерции ротора при постоянной скорости ротора гироскопа и неизменных массе и положении перегрузка?

8. Как зависит угловая скорость прецессии гироскопа от угловой скорости вращения ротора?

9. При каком условии выполняется соотношение $\frac{l}{\Omega} = \text{const}$.

10. Как будет выглядеть график зависимости скорости прецессии гироскопа Ω от момента сил M, приложенного к оси гироскопа, т. е. $\Omega = f(M)$?

11. Как изменится наклон графика, при изменении (увеличении, уменьшении) угловой скорости вращения маховика гироскопа, т. е. $\Omega = f(M)$?

12. Как будет выглядеть график зависимости скорости прецессии гироскопа Ω от величины, обратной угловой скорости вращения маховика гироскопа, т. е. $\Omega = f(\frac{1}{\omega})$?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.11

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТЕЛ МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Экспериментально определить моменты инерции твердых тел.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим движение абсолютно твердого тела, имеющего возможность только вращаться вокруг неподвижной оси.

При рассмотрении вращательного движения совершенно очевидна необходимость введения физических величин, являющихся мерой воздействия и мерой инертности при вращательном движении.

Момент инерции. Физической величиной, характеризующей инертность твердого тела при вращательном движении, является момент инерции.

Момент инерции тела зависит от распределения массы рассматриваемого тела относительно заданной оси вращения (от формы и размеров тела и от расположения оси, относительно которой определяется момент инерции).

Момент инерции тела относительно заданной оси равен сумме произведений масс n материальных точек, составляющих тело, на квадрат расстояний от этих материальных точек до оси вращения:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 ,$$

где m_i – масса материальной точки;

r_i – расстояние от материальной точки до оси вращения.

Момент инерции величина аддитивная, равная сумме моментов инерции отдельных частей системы (тела).

$$I = I_1 + I_2 + ... + I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i \ . \qquad (1.11.1)$$

Для однородных тел правильной геометрической (симметричной) формы момент инерции относительно осей симметрии легко вычисляется:

а) момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через центр масс стержня перпендикулярно к нему.

На стержне (рис. 1.11.1) выделим элементарный отрезок размером dl на расстоянии l от оси вращения. Масса dm отрезка стержня размером dl может быть найдена как:

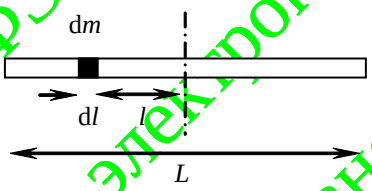

Рис. 1.11.1

$$\mathrm{d}m = \tau\,\mathrm{d}l,$$

где $\tau = \dfrac{m}{L}$ – линейная плотность стержня.

Момент инерции отрезка dl массой dm, находящегося на расстоянии l от оси вращения:

$$\mathrm{d}I = l^2\mathrm{d}m.$$

тогда момент инерции всего стержня:

$$I = 2\int_0^{L/2} l^2\,\mathrm{d}m = 2\int_0^{L/2} l^2\tau\mathrm{d}l = 2\tau\int_0^{L/2} l^2\mathrm{d}l = \frac{1}{12}\tau L^3.$$

Т. к. масса стержня $m = \tau L$, то

$$I = \frac{1}{12}mL^2. \qquad (1.11.2)$$

б) момент инерции диска (цилиндра) относительно оси, проходящей через центр диска (цилиндра) перпендикулярно к нему.

На диске (рис. 1.11.2) выделим кольцо толщиной dr на расстоянии r от оси вращения. Масса dm кольца толщиной dr может быть найдена как:

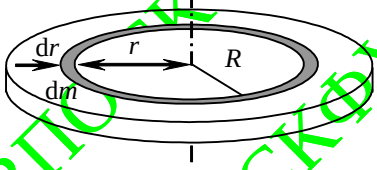

Рис. 1.11.2

$$\mathrm{d}m = \sigma\,\mathrm{d}s = \sigma 2\pi r\mathrm{d}r,$$

где $\sigma = \dfrac{m}{S} = \dfrac{m}{\pi R^2}$ – поверхностная плотность диска.

Момент инерции кольца толщиной dr массой dm, находящегося на расстоянии r от оси вращения:

$$dI = r^2 dm,$$

тогда момент инерции всего диска:

$$I = \int_0^R r^2 dm = \int_0^R 2\pi r^3 \sigma \, dr = 2\pi \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2}\pi R^2 \sigma R^2 .$$

Т. к. масса диска $m = \sigma \pi R^2$, то

$$I = \frac{1}{2} mR^2. \qquad (1.11.3)$$

в) момент инерции сплошного однородного шара относительно оси, проходящей через его центр.

В шаре (рис. 1.11.3) вырежем диск толщиной dr на расстоянии r от оси вращения. Момент инерции диска радиусом $h = \sqrt{R^2 - r^2}$ и массой dm равен

$$dI = \frac{1}{2} h^2 dm.$$

$$dm = \rho dV = \rho \pi h^2 dr =$$

$$= \rho\pi (R^2 - r^2) dr,$$

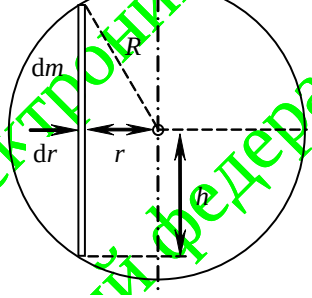

Рис. 1.11.3

где ρ – объемная плотность шара.

Тогда момент инерции шара

$$I = \int_{-R}^{R} \frac{1}{2}(R^2 - r^2)\rho\pi(R^2 - r^2) dr =$$

$$\frac{1}{2}\left(\int_{-R}^{R} R^4 dr - 2\int_{-R}^{R} r^2 R^2 dr + \int_{-R}^{R} r^4 dr\right) =$$

$$= \rho\pi\left(R^5 - \frac{2}{3}R^5 + \frac{1}{5}R^5\right) = \frac{8}{15}\rho\pi R^5.$$

Т. к. масса шара $m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, то

$$I = \frac{2}{5} mR^2. \qquad (1.11.4)$$

Если известен момент инерции I_0 тела относительно оси, проходящей через центр масс этого тела OO' (рис. 1.11.4), то момент инерции I этого тела относительно любой другой оси XX', параллельной первой и отстоящей от нее на расстоянии d, вычисляется по теореме Штейнера:

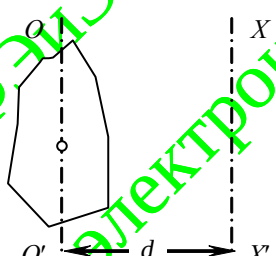

Рис. 1.11.4

$$I = I_0 + md^2, \qquad (1.11.5)$$

где m – масса тела.

Если момент инерции тела вычислить невозможно, то можно использовать экспериментальные методы.

Момент силы. Одна и та же сила, будучи приложенной в разных точках механической системы, вызывает различные типы движений. Если линия действия силы проходит через центр масс системы, то следует ожидать возникновения поступательного движения. В случае смещения линии действия силы на некоторое расстояние d, движение системы будет иметь вращательную составляющую относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости чертежа (рис. 1.11.5).

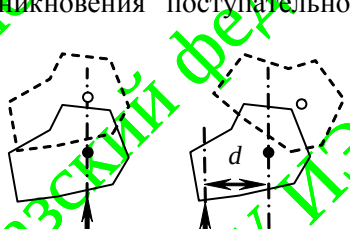

Рис. 1.11.5

Действие силы на механическую систему или твёрдое тело, таким образом, исчерпывающе характеризуется тремя величинами: модулем, направлением и линией действия. Все три величины можно объединить в одну, введя понятие момента силы.

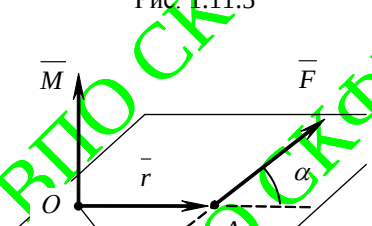

Рис. 1.11.6

Момент силы относительно точки O есть вектор $\overline{M}$:

$$\overline{M} = [\bar{r}\ \overline{F}\ ].$$

Момент силы (рис. 1.11.6) перпендикулярен плоскости, в которой лежат вектор силы $\overline{F}$ и радиус-вектор r и направлен в сторону, определяемую правилом правого винта: направление момента силы совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении по направлению силы.

Численное значение момента силы

$$M = |\overline{M}| = Fr\sin\alpha = Fl, \qquad (1.11.6)$$

где l – плечо силы F.

В общем случае сила $\overline{F}$ может быть направлена под произвольным углом к оси вращения. Компонента момента силы, перпендикулярная оси вращения, будет лишь изгибать ось вращения, а собственно во вращательном движении относительно этой оси не будет принимать никакого участия.

Для вращательного движения вокруг оси существенен лишь момент силы, как произведение силы на плечо.

Крутильный маятник. Рассмотрим процессы, происходящие в крутильном маятнике.

При повороте маятника вокруг вертикальной оси происходит скручивание проволоки и возникает момент упругих сил M, стремящийся вернуть ее в положение равновесия. Если при деформации проволоки выполняется закон Гука, этот момент будет пропорционален углу поворота маятника φ:

$$M = -\chi\varphi, \qquad (1.11.7)$$

где χ – постоянная величина для данного подвеса, называемая крутильной жесткостью.

С учетом уравнения (1.11.7) и основного уравнения динамики вращательного движения:

$$M = I\varepsilon = I\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = I\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} = -\chi\varphi,$$

можно получить дифференциальное уравнение

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\chi}{I}\varphi = 0,$$

которое описывает гармонические крутильные колебания

с периодом $$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\chi}}. \qquad (1.11.8)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Общий вид установки для определения момента инерции тел показан на рис. 1.11.7.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 2, верхний 3 и нижний 4 кронштейны, набор снарядов различной массы 6, набор исследуемых образцов 7.

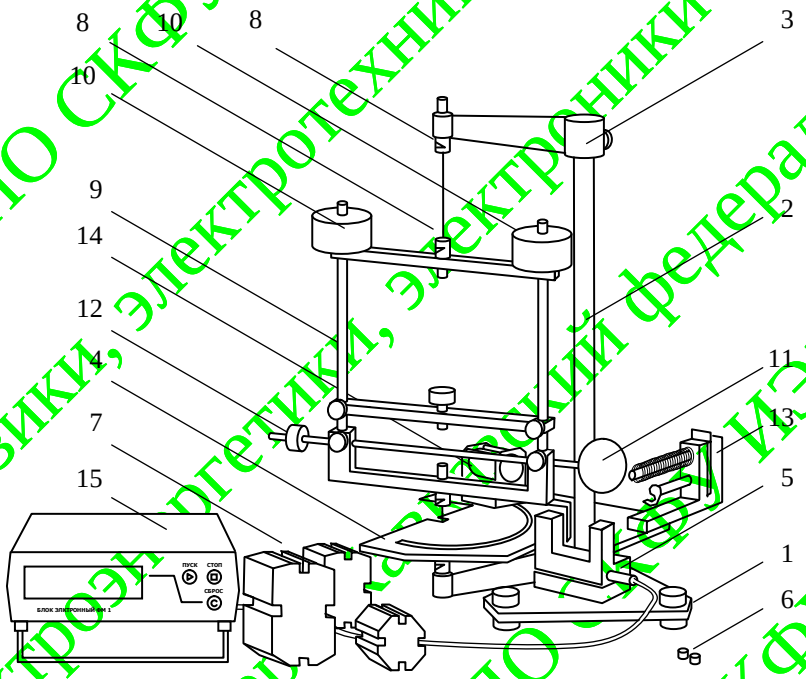

Рис. 1.11.7

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами и зажимом для фиксации стойки.

Верхний и нижний кронштейны предназначены для крепления узлов подвески и натяжения торсиона (стальной проволоки) 8, с которым связана металлическая рамка 9 с грузами 10, предна-

значенная для установки исследуемых образцов 7. Съёмная мишень 11 с противовесом 12 в данной лабораторной работе не используется

На нижнем кронштейне, на котором нанесена шкала отсчёта угла закручивания торсиона, расположены: электромагнит 14, предназначенный для удерживания рамки в исходном положении и её освобождения (при этом возникают крутильные колебания рамки вокруг вертикальной оси); фотодатчик 5, предназначенный для определения периода колебаний металлической рамки с исследуемыми образцами и без них. Спусковое устройство 13, предназначенное для производства выстрела снарядами 6 в данной лабораторной работе не используется.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 15, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

На основании уравнения (1.11.1), (1.11.2), (1.11.3), (1.11.8) для различных условий эксперимента на баллистическом крутильном маятнике можно записать:

$$T_{\text{р}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\text{р}}}{\chi}},$$

$$T_{\text{рц}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\text{рц}}}{\chi}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\text{р}} + I_{\text{ц}}}{\chi}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{\text{р}} + (m_{\text{ц}}R^2 + 2m_{\text{ц}}d^2)}{\chi}}, \quad (1.11.9)$$

$$T_{рт} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{рт}}{\chi}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_р + I_т}{\chi}},$$

где $T_р$, $T_{рц}$, $T_{рт}$ – периоды колебаний пустой рамки, рамки с цилиндрическими грузами, рамки с исследуемым телом соответственно;

$I_р$, $I_ц$, $I_{рц}$, $I_{рт}$, $I_т$ – моменты инерции пустой рамки; цилиндрических грузов; рамки с цилиндрическими грузами; рамки с исследуемым телом, исследуемого тела соответственно;

$m_ц$ – масса цилиндрического груза;

R – радиус цилиндрического груза;

d – расстояние от оси вращения рамки до центра масс цилиндрического груза.

Решив систему уравнений (1.11.9), получим

$$I_р = 2(\frac{1}{2}m_ц R^2 + m_ц d^2)\frac{T_р^2}{T_{рц}^2 - T_р^2} \qquad (1.11.10)$$

$$I_т = 2(\frac{1}{2}m_ц R^2 + m_ц d^2)\frac{T_{рт}^2 - T_р^2}{T_{рц}^2 - T_р^2} \qquad (1.11.11)$$

1. Произвести регулировку положения основания установки при помощи регулировочных опор.

2. Подключить фотодатчик и электромагнит к электронному блоку при помощи кабеля.

Сердечник электромагнита должен входить немного вовнутрь электромагнита (для уменьшения влияния остаточной намагниченности на колебания рамки).

3. Подключить электронный блок к электрической сети.

4. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации и должен сработать электромагнит.

Нажать кнопку ПУСК электронного блока.

При этом должен отключиться электромагнит и на табло индикации должен отображаться отсчет времени.

Нажать кнопку СТОП электронного блока.

При этом на табло индикации должен остановиться отсчет времени, и должен сработать и отключиться электромагнит.

5. Нажать кнопку СБРОС.

При этом должны сброситься показания электронного блока и должен сработать электромагнит.

6. Установить цилиндрические грузы 10 на рамку.

7. Отклонить рамку 9 на угол ~30° и зафиксировать с помощью электромагнита 14.

8. Нажать кнопку ПУСК.

9. По показаниям секундомера и счетчика колебаний электронного блока определить время $t_{рц}$ некоторого числа $n_{рц}$ колебаний рамки с грузами, для чего на $(n_{рц} - 1)$ колебании нажать кнопку СТОП.

Рассчитать значение периода $T_{рц}$ колебаний рамки с грузами:

$$T_{рц} = \frac{t_{рц}}{n_{рц}}.$$

10. Повторить не менее 3–5 раз измерения по п.п. 7–9.

11. Результаты измерений занести в таблицу.

№	$T_{рц}$, с	$<T_{рц}>$, с	$T_р$, с	$<T_р>$, с	$T_{рт}$, с	$<T_{рт}>$, с	$I_р$, кг м^2	$I_т$, кг м^2
1								
2								
...								

12. Снять цилиндрические грузы 10 с рамки.

13. Повторить не менее 3–5 раз п.п. 7–9, рассчитывая период $T_р$ колебаний рамки без грузов по измерению времени $t_р$ некоторого числа $n_р$ колебаний.

$$T_р = \frac{t_р}{n_р}.$$

14. Установить одно из исследуемых тел 7 (по указанию преподавателя) на рамку.

15. Повторить не менее 3–5 раз п.п. 7–9, рассчитывая период $T_{рт}$ колебаний рамки с телом по измерению времени $t_{рт}$ некоторого числа $n_{рт}$ колебаний.

$$T_{\text{рт}} = \frac{t_{\text{рт}}}{n_{\text{рт}}}.$$

16. Вычислить момент инерции рамки баллистического крутильного маятника по формуле (1.11.10).

17. Вычислить момент инерции исследуемого тела по формуле (1.11.11).

18. Рассчитать погрешность определения моментов инерции исследуемых тел.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Какое свойство твердого тела характеризует его момент инерции?
2. Сформулируйте теорему Штейнера?
3. Что такое крутильный маятник? Как определяется период колебаний крутильного маятника?
4. Каков физический смысл коэффициента крутильной жесткости?
5. С какой целью в данной работе измеряются периоды колебаний пустой рамки и рамки с цилиндрическими грузами?
6. Изменятся ли моменты инерции рамки и тела, если работу выполнить с цилиндрами большей массы?
7. Какие параметры колебаний крутильного маятника изменятся при изменении массы цилиндров?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.12

ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА НА ПРИМЕРЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Проверить справедливость теоремы Штейнера на примере колебаний физического маятника

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим движение абсолютно твердого тела, имеющего возможность только вращаться вокруг неподвижной оси.

При рассмотрении вращательного движения совершенно очевидна необходимость введения физических величин, являющихся мерой воздействия и мерой инертности при вращательном движении.

Момент инерции. Физической величиной, характеризующей инертность твердого тела при вращательном движении, является момент инерции.

Момент инерции тела зависит от распределения массы рассматриваемого тела относительно заданной оси вращения (от формы и размеров тела и от расположения оси, относительно которой определяется момент инерции).

Момент инерции тела относительно заданной оси равен сумме произведений масс n материальных точек, составляющих тело, на квадрат расстояний от этих материальных точек до оси вращения:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где m_i – масса материальной точки:

r_i – расстояние от материальной точки до оси вращения.

Момент инерции величина аддитивная, равная сумме моментов инерции отдельных частей системы (тела).

$$I = I_1 + I_2 + \ldots + I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i \ . \qquad (1.12.1)$$

Для однородных тел правильной геометрической (симметричной) формы момент инерции относительно осей симметрии легко вычисляется.

Если известен момент инерции I_O тела относительно оси, проходящей через центр масс этого тела OO, то момент инерции $I_{O'}$ этого тела относительно любой другой оси $O'O'$, параллельной первой и отстоящей от нее на расстоянии a, вычисляется по теореме Штейнера: момент инерции I тела относительно произвольной оси равен сумме момента инерции I_0 тела относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела m на квадрат расстояния a^2 между осями.

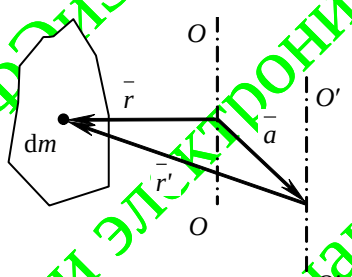

Рис. 1.12.1

Найдем момент инерции $I_{O'}$ тела относительно оси O' при условии, что известны момент инерции I_O тела относительно оси O и взаимное расположение осей O и O' (т. е. известны I_O, $\bar{a}$ и $\bar{r}$) (рис. 1.12.1).

Момент инерции $I_{O'}$ тела относительно оси O'

$$I_{O'} = \int r'^2 \mathrm{d}m .$$

Радиус–вектор $\bar{r}' = \bar{r} - \bar{a}$ или $(\bar{r}')^2 = (\bar{r} - \bar{a})^2$,

а его численное значение

$$r'^2 = a^2 - 2\,(\bar{a}\,\bar{r}) + r^2 .$$

Тогда

$$I_{O'} = \int r'^2 \mathrm{d}m = \int r^2 \mathrm{d}m + \int a^2 \mathrm{d}m - 2(\bar{a}\int \bar{r}\mathrm{d}m) =$$

$$= I_O + ma^2 - 2(\bar{a}\int \bar{r}\mathrm{d}m) .$$

Если ось O проходит через центр масс тела, то

$$I_{O'} = I_O + ma^2 . \qquad (1.12.2)$$

Если момент инерции тела вычислить невозможно, то можно использовать экспериментальные методы.

Момент силы. Одна и та же сила, будучи приложенной в разных точках механической системы, вызывает различные типы движений. Если линия действия силы проходит через центр масс

системы (рис. 1.12.2а), то следует ожидать возникновения поступательного движения. В случае смещения линии действия силы на некоторое расстояние d (рис. 1.12.2б), движение системы будет иметь вращательную составляющую относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости чертежа.

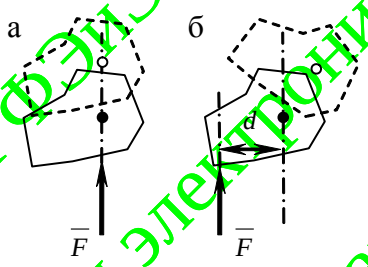

Рис. 1.12.2

Действие силы на механическую систему или твёрдое тело, таким образом, исчерпывающе характеризуется тремя величинами: модулем, направлением и линией действия. Все три величины можно объединить в одну, введя понятие момента силы.

Момент силы относительно точки O (рис. 1.12.3):

$$\overline{M} = [\bar{r}\ \overline{F}\ ].$$

Момент силы перпендикулярен плоскости, в которой лежат вектор силы $\overline{F}$ и радиус-вектор $\bar{r}$ и направлен в сторону, определяемую правилом правого винта: направление момента силы совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении по направлению силы.

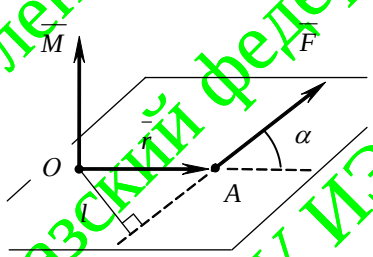

Рис. 1.12.3

Численное значение момента силы

$$M = |\overline{M}| = Fr\sin\alpha = Fl, \qquad (1.12.3)$$

где l – плечо силы F.

В общем случае сила $\overline{F}$ может быть направлена под произвольным углом к оси вращения. Компонента момента силы, перпендикулярная оси вращения, будет лишь изгибать ось вращения, а собственно во вращательном движении относительно этой оси не будет принимать никакого участия.

Для вращательного движения вокруг оси существенен лишь момент силы, как произведение силы на плечо.

Физический маятник. Физическим маятником называется твердое тело, закрепленное на неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через центр тяжести, и совершающее колебания относительно этой оси под действием силы тяжести.

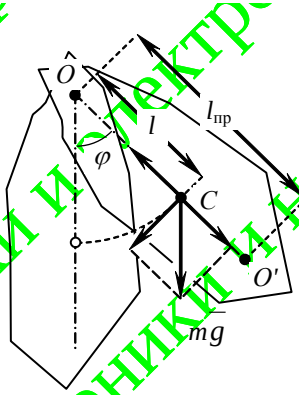

Рис. 1.12.4

Рассмотрим процессы, происходящие с физическим маятником.

При отклонении маятника (рис. 1.12.4) от положения равновесия на малый угол φ возникает возвращающий момент:

$$M = -mgl\sin\varphi = -mgL\varphi,$$

где m – масса маятника;

l – расстояние от точки подвеса до центра масс маятника;

знак «минус» означает, что направление момента силы и углового смещения противонаправлены.

Из основного уравнения вращательного движения

$$M = I\varepsilon = I\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2},$$

где I – момент инерции маятника, относительно оси качания,

тогда

$$-mgl\varphi = I\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}$$

или

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{mgl}{I}\varphi = 0,$$

что соответствует уравнению гармонических колебаний с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}. \qquad (1.12.4)$$

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид установки для проверки справедливости теоремы Штейнера и определения массы груза показан на рис. 1.12.5.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 2, физический маятник, верхний кронштейн 3, имеющий узел подвеса маятника, кронштейн 4 для установки фотодатчика, фотодатчик 5.

Основание снабжено тремя регулируемыми опорами.

Физический маятник представляет собой жесткий металлический стержень 6 с рисками через каждые 10 мм для отсчета длины, призматическая опора 7, груз 8 с возможностью перемещения и фиксации по всей длине стержня.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 12, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП.

Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

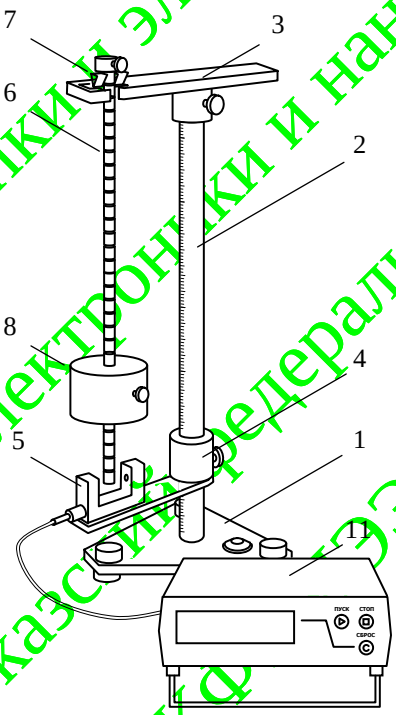

Рис. 1.12.5

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

В данной работе для проверки теоремы Штейнера используется физический маятник, представляющий собой металлический стержень и груз, который можно перемещать и фиксировать в различных положениях на стержне.

Момент инерции I маятника может быть определен из уравнения (1.12.4):

$$I = \frac{T^2 mgl}{4\pi^2}, \qquad (1.12.5)$$

с другой стороны с учетом (1.12.1), (1.12.2)

$$I = I_{ст} + I_{пр} + I_{гр} = I_{ст} + I_{пр} + (I_{гр0} + m_{гр}H^2) =$$
$$(I_{ст} + I_{гр0}) + m_{гр}H^2, \qquad (1.12.6)$$

где $I_{ст}$, $I_{пр}$, $I_{гр}$ – моменты инерции стержня, опорной призмы и груза относительно оси качания маятника соответственно ($I_{пр} \approx 0$ т. к. масса и геометрические размеры опорной призмы малы);

$I_{гр0}$ – момент инерции груза относительно оси, проходящей через центр масс цилиндра параллельно оси качания маятника;

$m_{гр}$ – масса груза;

H – расстояние от точки подвеса до центра масс груза.

Т. к. положение центра масс системы тел с массами m_i, определяемое радиус-вектором $\bar{r}_c$ центра масс, связано с радиус-векторами $\bar{r}_i$ центров масс тел соотношением:

$$\bar{r}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \bar{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i},$$

то для используемого в работе маятника

$$l = \frac{m_{ст}L + 2m_{гр}H}{2(m_{ст} + m_{гр})}, \qquad (1.12.7)$$

где $m_{ст}$ – масса стержня;

L – длина стержня.

Если масса $m_{ст}$ стержня на много меньше массы $m_{гр}$ груза, т. е.

$$m_{ст} >> m_{гр},$$

то момент инерции I маятника:

$$I = I_{гр0} + m_{гр}H^2, \qquad (1.12.8)$$

а расстояние от точки подвеса до центра масс маятника:

$$l = H. \qquad (1.12.9)$$

Для подготовки лабораторной установки к проведению измерений, необходимых для проверки теоремы Штейнера необходимо:

1. Произвести регулировку положения основания при помощи регулировочных опор, используя для визуального наблюдения уровень.
2. Подключить фотодатчик к электронному блоку.
3. Подключить электронный блок к электрической сети.
4. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации.

Нажать кнопку ПУСК на электронном блоке и убедиться, что при прерывании светового потока, падающего на фотодатчик, он регистрирует число пар прерываний и время.

Нажать кнопку СТОП на электронном блоке и убедиться, что отсчет времени и количества прерываний прекращается в момент окончания очередной пары прерываний.

5. Установить верхний кронштейн так, чтобы стержень маятника находился в рабочей зоне фотодатчика.
6. Подвесить физический маятник на призматическую опору.
7. Установить груз 8 в положение, близкое к опорной призме 7, определить H – расстояние от точки подвеса до центра масс груза.
8. Нажать кнопку СБРОС

При этом должны сброситься показания электронного блока.

9. Отклонив маятник на угол примерно 5 – 6 градусов без толчка отпустить маятник, после чего нажать кнопку ПУСК на электронном блоке.
10. По показанию таймера определить значение времени t некоторого числа n колебаний маятника, для чего на $(n - 1)$ колебании нажать кнопку СТОП.

Рассчитать значение периода T колебаний маятника:

$$T = \frac{t}{n},$$

где t – время колебаний маятника;

n – число колебаний маятника.

11. Повторить не менее 3–5 раз измерения по п.п. 8–10.

12. Изменяя положение груза 8 с шагом 10–20 мм, повторить измерения по п.п. 8–11.

13. Результаты измерений занесите в таблицу.

№	H, м	H^2, м^2	T, с	$\langle T\rangle$, с	$\langle T\rangle^2$, с^2	I, кг м^2
1						
2						
...						
1						
2						
...						

14. Рассчитать момент инерции маятника I по формуле (1.12.5) с учетом (1.12.9) для каждого значения H.

15. По результатам измерений и вычислений построить график зависимости $I = f(H^2)$.

16. По графику зависимости $I = f(H^2)$ определить значение $I_{гр0}$.

17. Рассчитать погрешности определения I, $I_{гр0}$.

18. Сравнить полученное значение $I_{гр0}$ с теоретически рассчитанным значением.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ:

1. Какое свойство твердого тела характеризует его момент инерции?

2. Сформулируйте теорему Штейнера?

3. Что такое физический маятник? Как определяется период колебаний физического маятника?

4. Как можно изменить момент инерции маятника?

5. Как выглядит график зависимости $T^2 = f(I)$? Как этот график изменится при изменении массы маятника?

6. Как по графику зависимости $I = f(H^2)$ можно определить массу маятника?

7. Как изменится график зависимости $I = f(H^2)$ при увеличении массы стержня?

8. Соответствуют ли полученные результаты теоретически ожидаемым? Ответ поясните.

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Лабораторная работа 1.13

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ УНИВЕРСАЛЬНОГО МАЯТНИКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Определить ускорение свободного падения.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим движение абсолютно твердого тела, имеющего возможность только вращаться вокруг неподвижной оси.

При рассмотрении вращательного движения совершенно очевидна необходимость введения физических величин, являющихся мерой воздействия и мерой инертности при вращательном движении.

Момент инерции. Физической величиной, характеризующей инертность твердого тела при вращательном движении, является момент инерции.

Момент инерции тела зависит от распределения массы рассматриваемого тела относительно заданной оси вращения (от формы и размеров тела и от расположения оси, относительно которой определяется момент инерции).

Момент инерции тела относительно заданной оси равен сумме произведений масс n материальных точек, составляющих тело, на квадрат расстояний от этих материальных точек до оси вращения:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 ,$$

где m_i – масса материальной точки;

r_i – расстояние от материальной точки до оси вращения.

Момент инерции величина аддитивная, равная сумме моментов инерции отдельных частей системы (тела).

$$I = I_1 + I_2 + ... + I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i \ . \qquad (1.13.2)$$

Для однородных тел правильной геометрической (симметричной) формы момент инерции относительно осей симметрии, в том числе и относительно осей, проходящих через центры масс, легко вычисляется.

Если известен момент инерции I_0 тела массой m относительно оси, проходящей через центр масс этого тела OO', (рис. 1.13.3) то момент инерции I этого тела относительно любой другой оси XX', параллельной первой и отстоящей от нее на расстоянии d, вычисляется по теореме Штейнера:

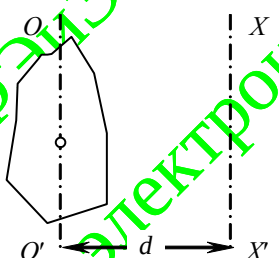

Рис. 1.13.3

$$I = I_0 + md^2 \qquad (1.13.3)$$

Если момент инерции тела вычислить невозможно, то можно использовать экспериментальные методы.

Момент силы. Одна и та же сила, будучи приложенной в разных точках механической системы, вызывает различные типы движений. Если линия действия силы проходит через центр масс системы (рис. 1.13.2а), то следует ожидать возникновения поступательного движения. В случае смещения линии действия силы на некоторое расстояние d (рис. 1.13.2б), движение системы будет иметь вращательную составляющую относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости чертежа.

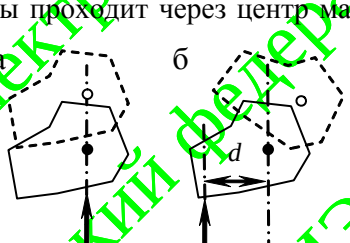

Рис. 1.12.2

Действие силы на механическую систему или твёрдое тело, таким образом, исчерпывающе характеризуется тремя величинами: модулем, направлением и линией действия. Все три величины можно объединить в одну, введя понятие момента силы.

Момент силы относительно точки O (рис. 1.13.2)

$$\overline{M} = [\bar{r}\ \overline{F}\,].$$

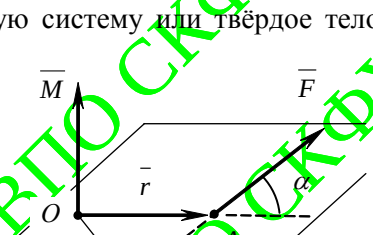

Рис. 1.13.2

Момент силы перпендикулярен плоскости, в которой лежат вектор силы $\overline{F}$ и радиус-вектор $\overline{r}$ и направленный в сторону, определяемую правилом правого винта: направление момента силы совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении по направлению силы.

Численное значение момента силы

$$M = |\overline{M}| = Fr \sin\alpha = Fl, \qquad (1.13.1)$$

где l – плечо силы F.

В общем случае сила $\overline{F}$ может быть направлена под произвольным углом к оси вращения. Компонента момента силы, перпендикулярная оси вращения, будет лишь изгибать ось вращения, а собственно во вращательном движении относительно этой оси не будет принимать никакого участия.

Для вращательного движения вокруг оси существенен лишь момент силы, как произведение силы на плечо.

Рассмотрим процессы, происходящие с математическим и физическим маятниками.

Математическим маятником называется материальная точка, подвешенная на нерастяжимой невесомой нити, совершающая колебательное движение в поле силы тяжести.

При отклонении маятника от положения равновесия на некоторый угол α возникает сила $\overline{F}$, являющаяся результирующей сил тяжести $m\overline{g}$ и натяжения нити $\overline{T}$ (рис. 1.13.4).

$$F = -mg \sin\alpha,$$

где знак «минус» означает, что сила F направлена в сторону, противоположную отклонению маятника.

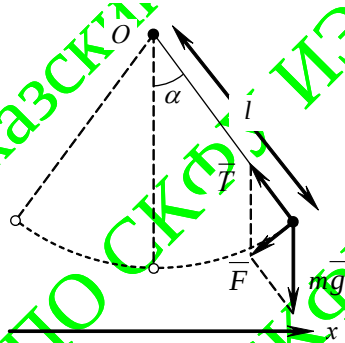

Рис. 1.13.4

При малом угле отклонения линейное смещение маятника от положения равновесия

$$x = l \sin\alpha = l\,\alpha.$$

Таким образом $F = -mg\frac{x}{l} = -m\frac{g}{l}x,$

что соответствует уравнению силы ($F = -m\omega^2 x$), вынуждающей точку двигаться по гармоническому закону с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1.13.4)$$

Физическим маятником называется твердое тело, находящееся в поле силы тяжести и имеющее горизонтальную ось вращения, не проходящую через центр масс тела.

При отклонении маятника (рис. 1.13.5) от положения равновесия на малый угол φ возникает возвращающий момент:

$$M = -mgl\sin\varphi = -mgl\varphi,$$

где m – масса маятника;

l – расстояние от точки подвеса O до центра масс C;

знак «–» означает, что момент силы и угловое смещение противонаправлены.

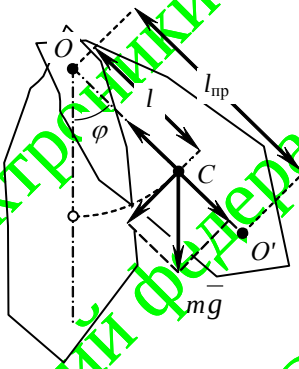

Рис. 1.13.5

Из основного уравнения динамики вращательного движения:

$$M = I\varepsilon = I\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2},$$

тогда $-mgl\,\varphi = I\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2}$ или $\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}t^2} + \frac{mgl}{I}\varphi = 0,$

что соответствует уравнению гармонических колебаний

с периодом $$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}. \qquad (1.13.5)$$

Из сопоставления формул периодов математического (1.13.4) и физического (1.13.5) маятников получается, что математический маятник с длиной

$$l_{\text{пр}} = \frac{I}{ml} \qquad (1.13.6)$$

будет иметь такой период колебаний, как и данный физический маятник. Величину $l_{\text{пр}}$ называют приведенной длиной физического маятника. Таким образом, приведенная длина физического маятника – это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом данного физического маятника.

Точка на прямой, соединяющей точку подвеса с центром масс, лежащая на расстоянии приведенной длины от оси вращения, называется центром качания физического маятника (точка O' на рис. 1.13.45).

По теореме Штейнера момент инерции маятника I может быть представлен в виде

$$I = I_0 + ml^2, \qquad (1.13.7)$$

где I_0 – момент инерции относительно оси, параллельной оси вращений и проходящей через центр масс маятника.

Подставив (1.13.7) в формулу (1.13.6), получаем:

$$l_{\text{пр}} = \frac{I_0}{ml} + l\,. \qquad (1.13.8)$$

Из (1.13.8) следует, что $l_{\text{пр}} > l$, так что точка подвеса и центр качания лежат по разные стороны от центра масс.

Подвесим маятник в точке, совпадающей с центром качания O'. В соответствии с (1.13.8) приведенная длина будет равна

$$l'_{\text{пр}} = \frac{I_0}{ml'} + l'\,, \qquad (1.13.9)$$

где l' – расстояние между первоначальным центром качания и центром масс маятника.

Учитывая, что $l' = l_{\text{пр}} - l$, выражение (1.13.9) можно записать следующим образом:

$$l'_{\text{пр}} = \frac{I_0}{m(l_{\text{пр}} - l)} + l_{\text{пр}} - l = l_{\text{пр}} + \frac{1}{m(l_{\text{пр}} - l)}[(I_0 + ml^2) - ml l_{\text{пр}}].$$

Т. к. в соответствии с (1.13.9) $I_0 + ml^2 = I$, а в соответствии с (1.13.6) $ml l_{\text{пр}} = I$, то

$$(I_0 + ml^2) - ml l_{\text{пр}} = 0\,,$$

$$l'_{\text{пр}} = l_{\text{пр}},$$

т. е. при подвешивании маятника в центре качания приведенная длина, а значит, и период колебаний будут теми же, что и вначале.

Следовательно, точка подвеса и центр качания обладают свойством взаимности: при переносе точки подвеса в центр качания прежняя точка подвеса становится новым центром качания.

ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Внешний вид установки для определения ускорения свободного падения показан на рис. 1.13.5.

Установка включает в свой состав: основание 1, вертикальную стойку 2, математический и физический (оборотный) маятники, имеющие узлы подвеса на верхнем кронштейне 3, кронштейн 4 для установки фотодатчика, фотодатчик 5.

Основание 1 снабжено тремя регулируемыми опорами.

На вертикальной стойке нанесена миллиметровая шкала.

Физический (оборотный) маятник имеет жесткий металлический стержень 6 с рисками через каждые 10 мм для отсчета длины, две призматические опоры 7 и 7′, два груза 8 и 8′ с возможностью перемещения и фиксации по всей длине стержня.

Математический маятник имеет бифилярный подвес, выполненный из капроновой нити 9, на которой подвешен груз в виде металлического шарика 10, и устройство 11 для изменения длины подвеса маятника.

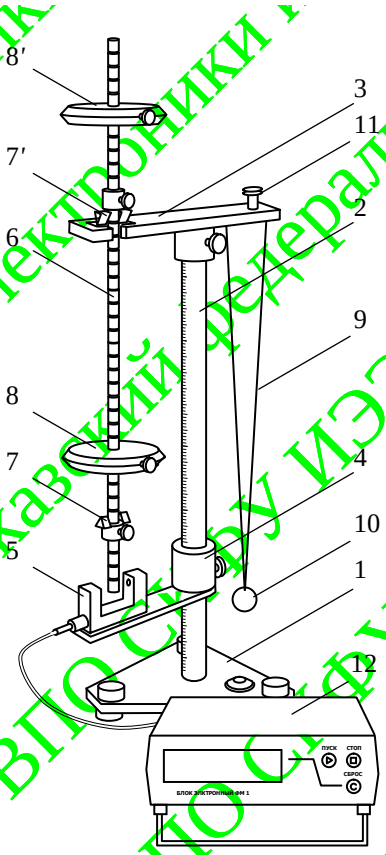

Рис. 1.13.5

Узлы подвески математического и физического (оборотного) маятников расположены на диаметрально противоположных относительно вертикальной стойки сторонах кронштейна.

Управление работой и регистрация данных осуществляется электронным блоком 12, на передней панели которого расположен жидкокристаллический индикатор для вывода информации о режиме работы и временных интервалах и кнопки управления: СБРОС, ПУСК, СТОП. Выключатель СЕТЬ расположен на задней панели электронного блока.

УКАЗАНИЯ ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

При выполнении лабораторных работ необходимо выполнять основные правила внутреннего распорядка и техники безопасности при работе в лабораториях [4].

К работе на приборах допускаются студенты только после изучения настоящих методических указаний и получения допуска у преподавателя.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника основано на свойстве взаимности. Оборотным называется такой маятник, у которого имеются две параллельные друг другу, закрепленные вблизи его концов опорные призмы, за которые он может поочередно подвешиваться. Вдоль маятника могут перемещаться и закрепляться на нем тяжелые грузы. Перемещением грузов добиваются того, чтобы при подвешивании маятника за любую из призм период колебаний был одинаков. Тогда расстояние между опорными ребрами призм будет равно $l_{\text{пр}}$. Измерив период колебаний маятника и зная $l_{\text{пр}}$, можно по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}} \qquad (1.13.13)$$

найти ускорение силы тяжести g.

Для подготовки лабораторной установки к проведению измерений, необходимых для определения ускорения свободного падения, необходимо:

1. Произвести регулировку положения основания при помощи регулировочных опор, используя для визуального наблюдения уровень.

2. Подключить фотодатчик к электронному блоку.

3. Проверить исправность электронного блока.

Нажать кнопку СЕТЬ электронного блока.

При этом должно включиться табло индикации.

Нажать кнопку ПУСК на электронном блоке и убедиться, что при прерывании светового потока, падающего на фотодатчик, он регистрирует число пар прерываний и время.

Нажать кнопку СТОП на электронном блоке и убедиться, что отсчет времени и количества прерываний прекращается в момент окончания очередной пары прерываний.

Нажать кнопку СБРОС на электронном блоке.

Задание 1. Определение ускорения свободного падения при помощи математического маятника.

1. Снять физический (оборотный) маятник с верхнего кронштейна.

2. Установить нижний кронштейн с фотодатчиком в крайнее нижнее положение шкалы так, чтобы плоскость кронштейна, окрашенная в синий цвет, совпала с одной из рисок шкалы.

3. Установить верхний кронштейн таким образом, чтобы шарик математического маятника оказался в рабочей зоне фотодатчика. При помощи устройства 11 добиться такого положения шарика, при котором его центральная риска будет совпадать по высоте с риской на фотодатчике.

4. По шкале вертикальной стойки определить длину математического маятника $l_м$.

5. Привести математический маятник в колебательное движение, отклонив металлический шарик на угол примерно 5–6 градусов, после чего нажать кнопку ПУСК на электронном блоке.

6. По показанию таймера определить время $t_м$ некоторого числа $n_м$ колебаний маятника, для чего на $(n_м - 1)$ колебании нажать кнопку СТОП.

Определить значение периода $T_м$ колебаний маятника:

$$T_м = \frac{t_м}{n_м},$$

где $t_м$ – время колебаний математического маятника;

$n_м$ – число колебаний математического маятника.

7. Повторить не менее 3–5 раз измерения по п.п. 5–6.

8. Результаты измерений занесите в таблицу.

№	$l_м$, м	$T_м$, с	$T_м^2$, с^2	$<T_м^2>$, с^2	g, м/с^2
1					
2					
...					
1					
2					
...					

9. Повторить измерения по п.п. 4–8, изменяя 5–7 раз длину $l_м$ математического маятника с шагом 10–20 мм.

10. По результатам измерений построить график зависимости $T_м^2 = f(l_м)$.

11. По коэффициенту наклона графика зависимости $T_м^2 = f(l_м)$ вычислить ускорение свободного падения по формуле:

$$g = 4\pi^2 \frac{\Delta l_м}{\Delta(T_м^2)}.$$

13. Рассчитать погрешность определения ускорения свободного падения.

Задание 2. Определение ускорения свободного падения при помощи оборотного маятника.

1. Повернуть верхний кронштейн на 180 градусов так, чтобы стержень маятника находился в рабочей зоне фотодатчика.

2. Установить груз 8 в положение, близкое к опорной призме 7. Измерить расстояние от начала стержня до центра груза, определив его как начальное значение $y_ф$.

3. Подвесить оборотный маятник на одной из призматических опор.

4. Нажать кнопку СБРОС на электронном блоке.

5. Отклонив маятник на угол примерно 5 – 6 градусов без толчка, отпустить маятник, после чего нажать кнопку ПУСК на электронном блоке.

6. По показанию таймера определить время $t_ф$ некоторого числа $n_ф$ колебаний маятника, для чего на $(n_ф - 1)$ колебании нажать кнопку СТОП.

Определить значение периода $T_ф$ колебаний маятника:

$$T_ф = \frac{t_ф}{n_ф},$$

где $t_ф$ – время колебаний математического маятника;

$n_ф$ – число колебаний математического маятника.

7. Повторить не менее 3–5 раз измерения по п.п. 4–6.

8. Повернуть маятник и подвесить его на другой призматической опоре.

9. Повторить не менее измерения по п.п. 4–7.

10. Результаты измерений занесите в таблицу.

№	$y_ф$, м	$T_ф$, с	$<T_ф>$, с	$T'_ф$, с	$<T'_ф>$ с	g, м/с^2
1						
2						
...						
1						
2						
...						

11. Изменяя положение груза 8′ (изменяя значение $y_ф$) с шагом 10–20 мм, повторить измерения по п.п. 3–9.

12. По результатам измерений построить графики зависимостей $T_ф = f(y_ф)$ и $T'_ф = f(y_ф)$ и определить точку пересечения этих зависимостей.

13. Определить при помощи линейки расстояние между призматическими опорами, которое при равенстве периодов $T_ф = T'_ф$ является приведенной длиной $l_{пр}$.

14. Вычислить ускорение свободного падения g по формуле (1.13.13).

15. Рассчитать погрешность определения ускорения свободного падения.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по лабораторной работе оформляется в соответствии с формой, приведенной в [4].

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение математического маятника. Как определяется период колебаний математического маятника?
2. Дайте определение физического маятника. Как определяется период колебаний физического маятника?
3. Что называется приведенной длиной физического маятника?
4. При каком условии колебания маятников, используемых в работе, будут гармоническими?
5. При каком условии расстояние между призматическими опорами физического маятника является его приведенной длиной?
6. Как изменяется момент инерции физического маятника относительно точки подвеса при перемещении груза (при приближении и удалении груза от точки подвеса)?
7. Как изменяется период колебаний физического маятника при перемещении груза (при приближении и удалении груза от точки подвеса)?

ЛИТЕРАТУРА

[1], [2], [3], [4]

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я Р А Б О Т А N 1.14 (1.1)
ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НА МАШИНЕ АТВУДА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение кинематики и динамики поступательного движения.

К Р А Т К А Я Т Е О Р И Я

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково, и его движение задается и изучается так же, как движение одной точки. Основными кинематическими характеристиками движущейся точки являются скорость и ускорение, которые определяются по законам динамики.

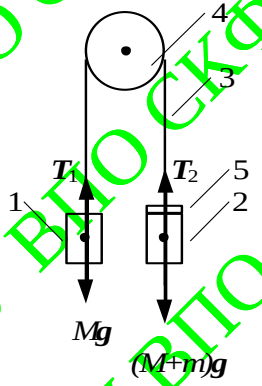

Рис. 1.1.1

Рассмотрим движение двух грузов 1 и 2, соединенных нитью 3, перекинутой через блок 4 (рис. 1.1.1.).

Массы грузов одинаковы ($M_1 = M_2 = M$), поэтому для того, чтобы вывести систему из равновесия, на груз 2 кладут перегрузок 5 массой m. На каждый груз действуют две силы: сила тяжести $M\boldsymbol{g}$ или $(M + m)\boldsymbol{g}$ и сила реакции нити $\boldsymbol{T}_1$ или $\boldsymbol{T}_2$. Под действием этих сил грузы будут двигаться поступательно в противоположных направлениях. Если учесть, что нить нерастяжима, то ускорения обоих грузов будут одинаковы по величине ($a_1 = a_2 = a$) и противоположны по направлениям.

Ускорение грузов $\boldsymbol{a}$ может быть определено из второго закона Ньютона (основного закона динамики поступательного движения), который можно записать для первого груза в виде

$$M\boldsymbol{a} = M\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T}_1 , \qquad (1)$$

а для второго груза

$$(M + m)\,\boldsymbol{a} = (M + m)\,\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T}_2 . \qquad (2)$$

Если пренебречь силами трения, а также массами нити и блока, то силы реакции нити $\boldsymbol{T}_1$ и $\boldsymbol{T}_2$ равны по величине: $T_1 = T_2 = T$. С учетом этих упрощений запишем уравнения (1) и (2) в проекциях на вертикальную ось:

$$Ma = T - Mg$$

$$(M + m)\,a = (M + m)g - T . \qquad (3)$$

Исключив из системы (3) силу реакции T, получим

$$a = \frac{mg}{2M + m} . \qquad (4)$$

Из этого выражения видно, во-первых, что ускорение не зависит от времени (ни одна из величин, входящих в правую часть, не меняется во время движения грузов), что доказывает равноускоренный характер движения грузов. Во-вторых, видно, что изменить ускорение можно, меняя массу перегрузка m.

В случае равноускоренного движения скорость грузов v и перемещение h,

грузов за время t определяются уравнениями

$$v = v_0 + a\,t\,,$$

$$h = v_0\,t + \frac{at^2}{2}.$$

Так как начальная скорость $v_0 = 0$, то

$$v = a\,t\,, \qquad (5)$$

$$h = \frac{at^2}{2}\,, \qquad (6)$$

Соотношение (6) можно проверить экспериментально, сняв зависимость h от t. Зависимость $h(t)$, как следует из (6), нелинейная. Поэтому для удобства экспериментальной проверки эту зависимость следует линеаризовать, т.е. выявить такие новые переменные, зависимость между которыми была бы линейной. В нашем случае такими переменными являются h и t^2. Если график экспериментальной зависимости $h = f_1(t^2)$ окажется прямой линией (в пределах погрешности измерений), проходящей через начало координат, то это будет означать, что зависимость (6) подтверждена экспериментально.

Используя график линеаризованной зависимости $h = f_1(t^2)$, можно определить величину ускорения a через угловой коэффициент прямой.

В нашем случае $$a = \frac{2\Delta h}{\Delta(t^2)}, \qquad (7)$$

где $\Delta(t^2)$ - произвольный отрезок на оси t^2 (приращение аргумента), Δh - соответствующий отрезок на оси h (соответствующее приращение функции).

Соотношение (4) также может быть проверено экспериментально. Если брать перегрузки массой $m << M$, то

$$a = \frac{gm}{2M}, \qquad (8)$$

т.е. зависимость $a = f_2(m)$ должна быть линейной. Значения ускорения a при различных m можно определить следующим образом. Снять зависимости $h = f_1(t^2)$ для различных m и по графикам этих зависимостей по указанной выше методике определить соответствующие значения a.

Если график экспериментальной зависимости $a = f_2(m)$ окажется прямой линией (в пределах погрешности измерений), проходящей через начало координат, то это будет означать, что зависимость (4) подтверждена экспериментально, а следовательно, справедлив второй закон Ньютона, взятый за основу при выводе этого выражения.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для экспериментальной проверки основных соотношений кинематики и динамики равноускоренного поступательного движения используется машина Атвуда (рис.1.1.2).

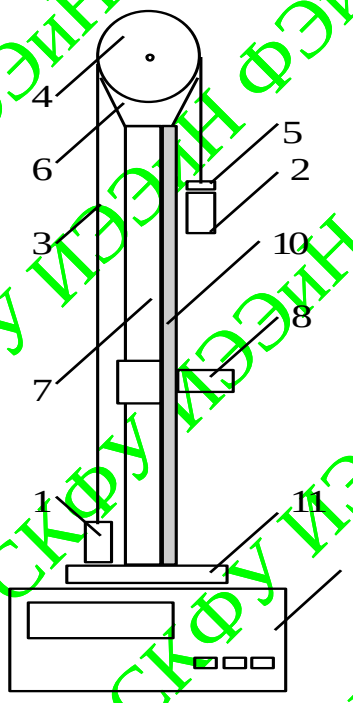

Рис. 1.1.2

Машина Атвуда представляет собой систему двух одинаковых по массам грузов 1 и 2, соединенных нитью 3, перекинутой через легкий блок 4. Для приведения системы в движение на правый груз устанавливается кольцевой перегрузок 5. В комплекте имеется несколько перегрузков различной массы. Масса максимального перегрузка m = 4,8 г. Если учесть, что масса каждого груза M = 80 г, то $m/2M \le 3\%$, что позволяет в данной работе вместо выражения (4) использовать упрощенное выражение (8). Блок 4 с узлом подшипников крепится к верхнему кронштейну 6 стойки 7. Кроме того, на верхнем кронштейне находится электромагнит, который при подаче на него напряжения с помощью фрикциона удерживает систему с грузами в неподвижном состоянии.

На среднем кронштейне крепится фотодатчик 8, соединенный кабелем с электронным миллисекундомером 9. Ось фотодатчика совпадает с риской на корпусе кронштейна. На вертикальной стойке 7 укреплена линейка 10, по которой определяют начальное и конечное положение грузов, а, следовательно, и перемещение. Начальное положение определяют визуально по нижнему срезу груза, конечное положение - по риске на среднем кронштейне. Средний и нижний кронштейны (нижний кронштейн 11 представляет собой площадку с резиновым амортизатором, о который ударяется груз при остановке) имеют возможность свободного перемещения и фиксации на вертикальной стойке по всей ее длине.

Миллисекундомер 9 предназначен для измерения времени движения. Он начинает отсчет времени при нажатии кнопки “ПУСК”. При этом электромагнитный фрикцион освобождает систему грузов, и она начинает движение. Отсчет времени прекращается при пересечении грузом 2 оптической оси фотодатчика 8.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить в сеть шнур питания установки.

2. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера, сработать электромагнитный фрикцион и зафиксировать систему грузов.

3. Для снятия экспериментальной зависимости $h = f_1(t^2)$ установить на правый груз один из перегрузков .

4. Нажав на кнопку “ПУСК” на миллисекундомере, переместить правый груз в верхнее положение, соответствующее начальному значению координаты x_1. Кнопку “ПУСК” отпустить.

5. Нажать на кнопку “СБРОС” и убедиться, что на индикаторах установились нули.

6. Нажать кнопку “ПУСК” и удерживать ее в нажатом состоянии до момента пересечения правым грузом оптической оси фотодатчика, соответствующей координате x_2.

7. Произвести отсчет времени t движения грузов по миллисекундомеру. Результаты измерений $h = (x_2 - x_1)$ и t занести в табл.1.1.1

8. Повторить измерения по п.п. 4 - 7 не менее пяти раз.

9. Произвести измерения по пунктам 4 - 8 для других значений перемещений h. В колонку “Примечания” табл.1.1.1 занести значение массы перегрузка m .

10. Аналогичным образом снять экспериментальные зависимости $h = f_1(t^2)$ для других (не менее трех) перегрузков различной массы m. При этом измерения времени при каждом значении h проводить однократно. Результаты измерений занести в табл.1.1.2.

11. Определить значения косвенно измеряемой величины t^2 экспериментальных зависимостей $h = f_1(t^2)$ и занести их в табл.1.1.1 и табл.1.1.2. Для случая многократных измерений определить средние значения t^2 и занести их в табл.1.1.1.

12. По данным табл.1.1.1 рассчитать погрешности величины t^2 для первой и последней экспериментальных точек. Погрешности остальных экспериментальных точек можно считать промежуточными.

13. По данным табл.1.1.1 нанести экспериментальные точки на график в координатах h , t^2. На этот же график нанести доверительные интервалы величины t^2.

14. Провести график зависимости $h = f_1(t^2)$. Убедиться, что график представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат и через все доверительные интервалы.

15. В этой же системе координат построить графики трех других экспериментальных зависимостей $h = f_1(t^2)$. При этом следует руководствоваться следующими соображениями. Поскольку первый график, соответствующий многократным измерениям, подтвердил справедливость уравнения (6), то графики для однократных измерений также должны представлять собой прямые линии. Проводить их надо через начало координат так, чтобы отклонения экспериментальных точек от прямой в ту и другую сторону были минимальны.

16. Сравнить наклон графиков при различных m. Используя графики и соотношение (7), определить величины ускорений a и занести их в табл. 1.1.1 и табл. 1.1.2.

17. По полученным экспериментальным результатам построить график зависимости $a = f_2(m)$. Убедиться, что график представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат, а отклонение экспериментальных точек от нее незначительны.

18. Определить с помощью выражения (5) скорость грузов в конце первой секунды для всех использованных перегрузков.

Таблица 1.1.1

Экспериментальная зависимость перемещения грузов от времени движения

Прямые измерения						Косвенные измерения						Средние значения	Приме-чание
Измеряемые параметры		№ измерения				Измеряемые параметры		№ измерения					
		1	2	3	…			1	2	3	…		
h_1 = …	t,с					t^2, с^2							
h_2 = …	**t**,с					t^2, с^2							m=
h_3 = …	**t**,с					t^2, с^2							a=
…	…					…							

Таблица 1.1.2

Экспериментальные зависимости перемещений грузов от времени при различных массах перегрузков m

№ опыта	m =				m =				…
	h, м	t, с	t^2, с^2	a, м/с^2	h, м	t, с	t^2, с^2	a, м/с^2	
1									
2									
3									
…									

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Сравнить между собой по величине силы $M\boldsymbol{g}$, $(M + m)\boldsymbol{g}$, $\boldsymbol{T}_1$, $\boldsymbol{T}_2$, когда система грузов неподвижна и когда она движется.

Меняются ли во время движения скорость и ускорение грузов? Почему?

О чем свидетельствует линейность экспериментальных зависимостей $h = f_1(t^2)$ и $a = f_2(m)$?

Как изменятся графики экспериментальных зависимостей $h = f_1(t^2)$ и $a = f_2(m)$, если увеличить массу грузов M?

Как изменится характер движения грузов, если через некоторое время после начала движения перегрузок слетит с правого груза?

Как изменится характер движения грузов, если через некоторое время после начала движения оборвется нить?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1 - М.: Наука, 1986. С.17-45, 49-60.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985. С.8-15.
3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986. С.42-49, 105-115.
4. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 1995, 32 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N 1.15 (1.12)
ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЙ НА МАШИНЕ АТВУДА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение кинематики поступательного и вращательного движений; изучение взаимосвязей между кинематическими характеристиками этих движений.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

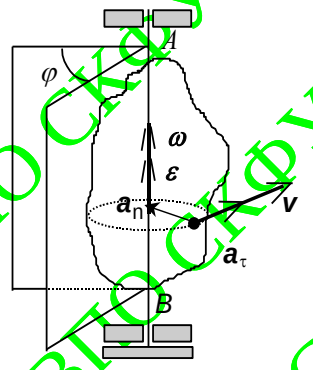

Рисунок 3 - Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

Кинематика описывает конкретные механические движения, не интересуясь причинами, вызывающими эти движения.

Движение рассматриваемого объекта считается известным, если известны уравнения, позволяющие определить положение этого объекта по отношению к системе отсчета в любой момент времени. Способы задания движения твердого тела зависят от вида его движения, а число уравнений движения - от числа степеней свободы тела. К простейшим видам движения относятся поступательное и вращательное движение тела.

При поступательном движении все точки тела движутся одинаково, и его движение задается и изучается так же, как движение одной точки. Основными кинематическими характеристиками движущейся точки являются скорость и ускорение.

Характер движения тела определяется изменением скорости и ускорения. Существуют различные виды поступательного движения. Рассмотрим самые простые: равномерное и равноускоренное.

Равномерным движением называется движение, при котором точка проходит за любые равные промежутки времени равные расстояния. Другими словами скорость при равномерном движении остается постоянной в течение всего движения:

$$\upsilon = \frac{S}{t}, \qquad (11)$$

где S – перемещение; υ – скорость движения тела; t – время движения тела.

Равноускоренным движением называется движение, в котором скорость за равные промежутки времени изменяется на одинаковую величину. Величина, измеряемая изменением скорости в единицу времени, называется ускорением и обозначается a. В случае равноускоренного движения скорость тела v и перемещение h за время t определяются уравнениями

$$v = v_0 + a\,t\,, \qquad h = v_0\,t + \frac{at^2}{2}, \qquad (12)$$

где υ_0 – начальная скорость движения тела.

При вращательном движении твердого тела вокруг неподвижной оси *AB* (рис. 3) тело имеет одну степень свободы.

Его положение определяется углом поворота φ, а закон движения задается уравнением $\varphi = f(t)$. (13)

Основными кинематическими характеристиками являются угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ и угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}$ тела.

Угловая скорость - векторная величина, характеризующая быстроту вращения твердого тела. В общем случае $\omega = d\varphi/dt$. Вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта (в сторону, откуда поворот тела виден происходящим против часовой стрелки).

Угловое ускорение - векторная величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости твердого тела. В общем случае $\varepsilon = d\omega/dt$. Вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ направлен вдоль оси вращения (в ту же сторону, что и $\boldsymbol{\omega}$ при ускоренном вращении и противоположно $\boldsymbol{\omega}$ - при замедленном).

Для любой точки тела, отстоящей от оси на расстоянии *r*, ее линейная скорость *v*, тангенциальное ускорение a_τ , характеризующее изменение линейной скорости по численной величине, нормальное ускорение a_n , характеризующее изменение линейной скорости по направлению, полное ускорение *a* определяются соотношениями:

$$v = \omega r, \quad (14)$$

$$a_\tau = \varepsilon r, \quad (15)$$

$$a_n = \omega^2 r, \quad (16)$$

$$a = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \quad (17)$$

В случае равноускоренного вращения тела вокруг неподвижной оси, при котором ε постоянно, угловая скорость ω и угол поворота φ определяются уравнениями:

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t, \quad (18)$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (19)$$

где ω_0 - начальная угловая скорость.

Сравнивая выражение (12) с (19), можно заметить, что они аналогичны. Обе формулы выражают уравнения движения для случая поступательного (формула (12)) и вращательного (формула (19)) движений. То есть, можно утверждать, что форма законов равноускоренного движения не изменяется, а следует лишь заменить линейные величины соответствующими угловыми.

При условии, что в начальный момент времени тело покоится, т.е. начальная скорость равна нулю, уравнения (12), (19) перепишутся в следующем виде:

$$h = \frac{at^2}{2}, \quad (20)$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}. \quad (21)$$

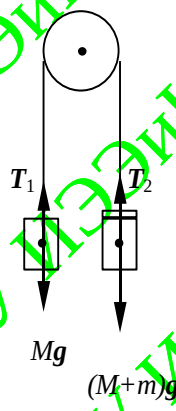

Рисунок 4 – Движение системы связанных грузов

Равноускоренное движение можно пронаблюдать при движении системы грузов под действием силы тяжести (рис. 4).

Действительно, под действием силы тяжести правого груза система придет в движение, причем скорость этого движения будет равномерно нарастать от нуля до максимального значения. Из законов динамики можно показать, что грузы будут двигаться с ускорением, определяемым соотношением $a = \frac{mg}{2M+m}$, где M – масса грузов, а m – масса перегрузка. Из данного выражения видно, что ускорение не зависит от времени, то есть является постоянной величиной. Значит, движение грузов будет равноускоренным.

Данное движение можно экспериментально пронаблюдать на машине Атвуда (рис. 5).

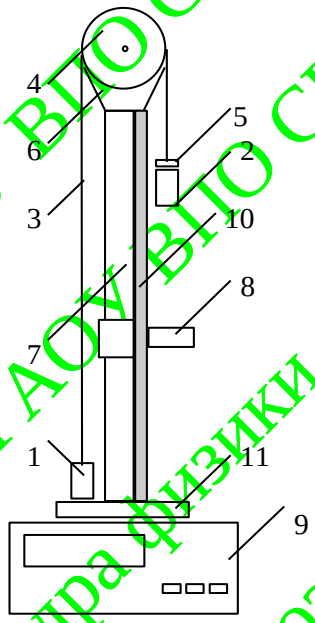

Рисунок 5 – Машина Атвуда

Соотношения (10) и (11) можно проверить экспериментально, сняв зависимости h от t и φ от t. Зависимости $h(t)$ и $\varphi(t)$, как следует из (20) и (21), нелинейные. Поэтому для удобства экспериментальной проверки выявим такие новые переменные, зависимость между которыми была бы линейной. В нашем случае такими переменными являются h и t^2, и φ и t^2 соответственно. Если график экспериментальной зависимости $h = f_1(t^2)$ окажется прямой линией (в пределах погрешности измерений), проходящей через начало координат, то это будет означать, что зависимость (20) подтверждена экспериментально, аналогично, если зависимость $\varphi = f_2(t^2)$ окажется линейной, то это будет означать справедливость выражения (21).

Используя график зависимости $h = f_1(t^2)$, можно определить величину ускорения a через угловой коэффициент прямой.

В нашем случае

$$a = \frac{2\Delta h}{\Delta(t^2)}, \qquad (22)$$

где $\Delta(t^2)$ - произвольный отрезок на оси t^2 (приращение аргумента), Δh – соответствующий отрезок на оси h (соответствующее приращение функции).

Аналогично, используя график зависимости $\varphi = f_2(t^2)$, определим угловое ускорение из соотношения:

$$\varepsilon = \frac{2\Delta\varphi}{\Delta(t^2)}, \qquad (23)$$

где $\Delta\varphi$ и $\Delta(t^2)$ - определяются аналогично.

АППАРАТУРА И МАТЕРИАЛЫ:

Для экспериментальной проверки основных соотношений кинематики и равноускоренного поступательного и вращательного движений используется машина Атвуда (рис. 5).

Машина Атвуда представляет собой систему двух одинаковых по массам грузов 1 и 2, соединенных нитью 3, перекинутой через легкий блок 4. Для приведения системы в движение на правый груз устанавливается кольцевой перегрузок 5. В комплекте имеется несколько перегрузков различной массы.

Блок 4 с узлом подшипников крепится к верхнему кронштейну 6 стойки 7. Кроме того, на верхнем кронштейне находится электромагнит, который при подаче на него напряжения с помощью фрикциона удерживает систему с грузами в неподвижном состоянии.

На среднем кронштейне крепится фотодатчик 8, соединенный кабелем с электронным миллисекундомером 9. Ось фотодатчика совпадает с риской на корпусе кронштейна. На вертикальной стойке 7 укреплена линейка 10, по которой определяют начальное и конечное положение грузов, а, следовательно, и перемещение. Начальное положение определяют визуально по нижнему срезу груза, конечное положение - по риске на среднем кронштейне. Средний и нижний кронштейны (нижний кронштейн 11 представляет собой площадку с резиновым амортизатором, о который ударяется груз при остановке) имеют возможность свободного перемещения и фиксации на вертикальной стойке по всей ее длине.

Миллисекундомер 9 предназначен для измерения времени движения. Он начинает отсчет времени при нажатии кнопки “ПУСК”. При этом электромагнитный фрикцион освобождает систему грузов, и она начинает движение. Отсчет времени прекращается при пересечении грузом 2 оптической оси фотодатчика 8.

При воздействии перегрузков 5 на груз 2 система будет двигаться равноускоренно с постоянным ускорением, что следует из законов динамики, применяемых для исследования характера движения системы.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить в сеть шнур питания установки.
2. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера, сработать электромагнитный фрикцион и зафиксировать систему грузов.
3. Для снятия экспериментальной зависимости $h = f_1(t^2)$ установить на правый груз один из перегрузков.
4. Нажав на кнопку “ПУСК” на миллисекундомере, переместить правый груз в верхнее положение, соответствующее начальному значению координаты x_1. Кнопку “ПУСК” отпустить.
5. Нажать на кнопку “СБРОС” и убедиться, что на индикаторах установились нули.
6. Нажать кнопку “ПУСК” и удерживать ее в нажатом состоянии до

момента пересечения правым грузом оптической оси фотодатчика, соответствующей координате x_2.

7. Произвести отсчет времени t движения грузов по миллисекундомеру. Результаты измерений $h = (x_2 - x_1)$ и t занести в табл. 4.

8. Повторить измерения по п.п. 4 - 7 не менее пяти раз.

9. Произвести измерения по пунктам 4 - 8 для других значений перемещений h. В колонку “Примечания” табл. 4 занести значение массы перегрузка m .

10. Рассчитать угол поворота блока использую выражение $\varphi = h/R$, где R – радиус блока, и занести значения в таблицу 4.

11. Определить значения косвенно измеряемой величины t^2 экспериментальных зависимостей $h = f_1(t^2)$ и занести их в табл. 4 и табл. 5. Для случая многократных измерений определить средние значения t^2 и занести их в таблицы.

12. По данным таблиц рассчитать погрешности величины t^2 для первой и последней экспериментальных точек. Погрешности остальных экспериментальных точек можно считать промежуточными.

13. По данным табл. 4 нанести экспериментальные точки на график в координатах h , t^2. На этот же график нанести доверительные интервалы величины t^2.

14. Провести график зависимости $h = f_1(t^2)$. Убедиться, что график представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат и через все доверительные интервалы.

15. По данным табл. 5 нанести экспериментальные точки на график в координатах φ , t^2. На этот же график нанести доверительные интервалы величины t^2.

16. Провести график зависимости $\varphi = f_2(t^2)$. Убедиться, что график представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат и через все доверительные интервалы.

17. По графикам зависимостей $h=f_1(t^2)$ и $\varphi=f_2(t^2)$ определить линейное и угловое ускорения, используя выражения (22) и (23).

18. С помощью выражений (12), (18) и рассчитанных ускорений, а также измерив радиус блока R, определить скорости υ и ω в конце первой секунды для использованного перегрузка.

Таблица 4 - Экспериментальная зависимость перемещения грузов от времени движения

Прямые измерения						Косвенные измерения						Примечание
Измеряемые параметры		№ измерения				Измеряемые параметры		№ измерения			Средние значения	
		1	2	3	…			1	2	3	…		
$h_1 = \dots$	t_1,с					t^2_1, с^2						$m=$ $a=$
	…					…						
$h_i = \dots$	t_i,с					t_i^2, с^2						

Таблица 5 - Экспериментальные зависимости угла поворота блока от времени движения

Прямые измерения						Косвенные измерения					Примечание
Измеряемые параметры		№ измерения				Измеряемые параметры	№ измерения			Средние значения	
		1	2	3	…		1	2	3	…	
φ_1 = …	t_1,с					t_1^2, с^2					R=
…											ε=
φ_i = …	t_i,с					t_i^2, с^2					

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется материальной точкой?
2. Укажите способы описания положения тел в пространстве.
3. Как найти результирующее положение перемещения точки, если известны соответствующие перемещения, в которых она участвует?
4. Какие вам известны способы задания закона движения?
5. Дайте определение величины и направления средней и мгновенной линейной скорости точки.
6. Чему равна величина мгновенного ускорения точки? Какое направление она имеет?
7. Как по графику пути найти скорость и по графику скорости путь? Как по графику скорости прямолинейного переменного движения найти ускорение?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. - М.: Наука, 2002.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2001.
3. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 2000.

ФГАОУ ВПО СКФУ ИЭиН ФЭиЭ Кафедра физики, электротехники и электроники Институт электроэнергетики, электроники и нанотехнологий Северо-Кавказский федеральный университет

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я Р А Б О Т А N 1.16 (1.2)

ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение кинематики вращательного движения твердого тела на примере равноускоренного вращения маятника Обербека.

К Р А Т К А Я Т Е О Р И Я

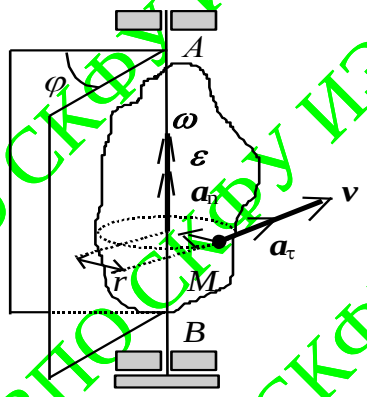

Рис. 1.2.1

Кинематика описывает конкретные механические движения, не интересуясь причинами, обусловливающими эти движения.

Движение рассматриваемого объекта считается известным, если известны уравнения, позволяющие определить положение этого объекта по отношению к системе отсчета в любой момент времени. Способы задания движения твердого тела зависят от вида его движения, а число уравнений движения - от числа степеней свободы тела.

Одним из простейших видов движения является вращательное движение твердого тела. При вращательном движении твердого тела вокруг неподвижной оси AB (рис. 1.2.1) тело имеет одну степень свободы.

Его положение определяется углом поворота φ, а закон движения задается уравнением $\varphi = f(t)$. Основными кинематическими характеристиками являются угловая скорость $\boldsymbol{\omega}$ и угловое ускорение $\boldsymbol{\varepsilon}$ тела. Угловая скорость - векторная величина, характеризующая быстроту вращения твердого тела. В общем случае $\omega = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$. Вектор $\boldsymbol{\omega}$ направлен вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта (в сторону, откуда поворот тела виден происходящим против часовой стрелки). Угловое ускорение - векторная величина, характеризующая быстроту изменения угловой скорости твердого тела. В общем случае $\varepsilon = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}t$. Вектор $\boldsymbol{\varepsilon}$ направлен вдоль оси вращения (в ту же сторону, что и $\boldsymbol{\omega}$ при ускоренном вращении и противоположно $\boldsymbol{\omega}$ - при замедленном). Для любой точки тела, отстоящей от оси на расстоянии r, ее линейная скорость v, тангенциальное ускорение a_τ, характеризующее изменение линейной скорости по численной величине, нормальное ускорение a_n, характеризующее изменение линейной скорости по направлению, полное ускорение a определяются соотношениями:

$$v = \omega r, \qquad (1)$$

$$a_\tau = \varepsilon r, \qquad (2)$$

$$a_n = \omega^2 r, \qquad (3)$$

$$a = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \qquad (4)$$

В случае равноускоренного вращения тела вокруг неподвижной оси, при котором ε постоянно, угловая скорость ω и угол поворота φ определяются

уравнениями

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t\,, \qquad (5)$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}\,, \qquad (6)$$

где ω_0 - начальная угловая скорость.

В случае $\omega_0 = 0$ уравнение (5) и (6) могут быть переписаны в виде

$$\omega = \varepsilon\, t\,, \qquad (7)$$

$$\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}\,. \qquad (8)$$

Соотношение (8) можно проверить экспериментально, сняв зависимость φ от t. Зависимость $\varphi(t)$, как следует из (8), нелинейная. Поэтому для удобства экспериментальной проверки эту зависимость следует линеаризовать, т.е. выявить такие новые переменные, зависимость между которыми была бы линейной. В нашем случае такими переменными являются φ и t^2. Если график экспериментальной зависимости $\varphi = f_2(t^2)$ окажется прямой линией (в пределах погрешности измерений), проходящей через начало координат, то это будет означать, что зависимость (8) подтверждена экспериментально.

Используя график линеаризованной зависимости $\varphi = f_2(t^2)$, можно определить величину углового ускорения ε через угловой коэффициент прямой. В нашем случае

$$\varepsilon = \frac{2\Delta\varphi}{\Delta\left(t^2\right)}, \qquad (9)$$

где $\Delta(t^2)$ - произвольный отрезок на оси t^2 (приращение аргумента), $\Delta\varphi$ - соответствующий отрезок на оси φ (соответствующее приращение функции).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для экспериментальной проверки уравнения кинематики равноускоренного вращательного движения твердого тела $\varphi = \varepsilon\, t^2/2$ в данной лабораторной работе используется маятник Обербека (рис. 1.2.2). Он представляет собой крестовину, образованную четырьмя стержнями 1, закрепленными в бобышке 2 под прямым углом друг к другу. На каждом стержне могут свободно перемещаться и фиксироваться привески 3. При выполнении данной лабораторной работы привески рекомендуется снять. Крестовина может вращаться благодаря тому, что закреплена на одном конце оси подшипников. На другом конце этой оси закреплен двухступенчатый шкив 4 радиусами 21 и 42 мм. На шкив намотана нить 5, один конец которой прикреплен к шкиву. К другому концу нити, переброшенному через блок 6 (блок крепится на верхнем кронштейне 7), с помощью крючка подвешивается груз 8.

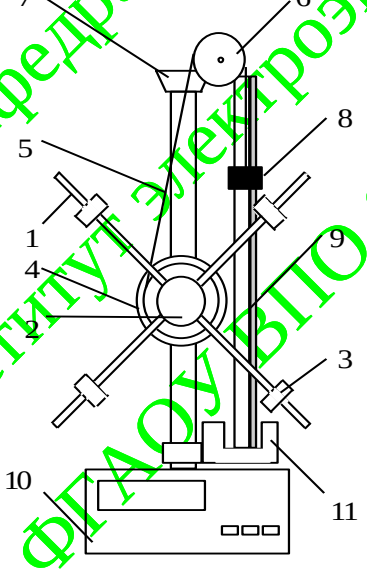

Рис. 1.2.2

Опускающийся груз тянет нить и

равноускоренно раскручивает крестовину маятника Обербека. Теоретическое обоснование равноускоренного характера вращения крестовины приведено в руководстве к лабораторной работе № 1.3 “Изучение динамики поступательного и вращательного движения твердого тела”.

Для измерения угла поворота маятника φ может использоваться миллиметровая линейка 9. Если учесть, что путь h, пройденный грузом 8 и измеряемый по линейке 9, равен длине дуги, описываемой за это же время точкой на ободе шкива радиусом R, то

$$\varphi = \frac{h}{R}. \qquad (10)$$

Отсюда следует, что каждый мм пути груза при использовании шкива радиусом 21 мм соответствует углу поворота маятника на $4{,}76 \cdot 10^{-2}$ рад, а при использовании шкива радиусом 42 мм - $2{,}38 \cdot 10^{-2}$ рад.

Для измерения времени используется электронный миллисекундомер 10. Он начинает отсчет времени при нажатии кнопки “ПУСК”. При этом электромагнитный фрикцион освобождает шкив 4 и маятник начинает раскручиваться. Отсчет времени прекращается при пересечении грузом 8 оптической оси фотодатчика 11.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить в сеть шнур питания экспериментальной установки.
2. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочки фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера, сработать электромагнитный фрикцион и зафиксировать крестовину.
3. Нажав на кнопку “ПУСК” на миллисекундомере и вращая крестовину против часовой стрелки, перевести груз в положение, соответствующее первому значению угла φ. Кнопку “ПУСК” отпустить.
4. Нажать на кнопку “СБРОС” и убедиться, что на индикаторах устанавливаются нули.
5. Нажать кнопку “ПУСК” и удерживать ее в нажатом состоянии до момента пересечения падающим грузом оптической оси фотодатчика.
6. Произвести отсчет времени хода маятника t по миллисекундомеру. Результаты измерений занести в табл.1.2.1.
7. Повторить измерения по п.п. 3 - 6 не менее пяти раз.
8. Произвести измерения по п.п. 3 - 7 для других значений угла φ (не менее пяти).
9. Определить средние значения времени и квадрата времени поворота маятника на измеренные значения угла φ.
10. Рассчитать случайную погрешность измерения t и t^2 для первой и последней экспериментальных точек. Погрешности остальных экспериментальных точек можно не рассчитывать, а выбрать промежуточными между погрешностями крайних.
11. Нанести экспериментальные точки на график в координатах φ, t и на

график в координатах φ, t^2. На эти же графики нанести доверительные интервалы величин t и t^2.

12. Провести графики зависимостей $\varphi = f_1(t)$ и $\varphi = f_2(t^2)$. Убедиться, что график второй зависимости представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат и через все доверительные интервалы.

13. Используя график зависимости $\varphi = f_2(t^2)$ и соотношение (9), вычислить величину углового ускорения ε.

14. Для заданной преподавателем точки на стержне маятника Обербека определить с помощью выражений (1), (2), (3), (4), (7) нормальное, тангенциальное и полное ускорение, а также линейную скорость в конце первой секунды.

Таблица 1.2.1

Результаты измерения времени и угла поворота маятника Обербека

№ изм.	$\varphi_1 = \ldots$		$\varphi_2 = \ldots$		$\varphi_3 = \ldots$			
	t, с	t^2, с^2	t, с	t^2, с^2	t, с	t^2, с^2	t, с	t^2, с^2
1								
2								
3								
…								
Средние значения								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

В чем сходство и отличия между уравнениями кинематики поступательного и вращательного движения твердого тела?

Куда направлены $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{a}_\tau$, $\boldsymbol{a}_n$, $\boldsymbol{a}$ в маятнике Обербека?

Зависят ли a_τ и a_n точки от положения этой точки на стержне маятника Обербека?

Зависят ли a_τ и a_n от времени?

Как зависит перемещение груза h от угла поворота φ крестовины?

О чем свидетельствует линейность экспериментальной зависимости $\varphi = f_2(t^2)$?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1 - М.: Наука, 1986. С. 41-48.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985. С.10-12.
3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986. С.46-53.
4. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 1995, 32 с.

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я Р А Б О Т А №1.17 (1.3)
ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ПОСТУПАТЕЛЬНОГО И ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение основных законов динамики поступательного и вращательного движения твердого тела на маятнике Обербека.

К Р А Т К А Я Т Е О Р И Я

Динамика изучает движение тел в связи с теми причинами, которые обусловливают тот или иной характер движения. Законы динамики можно изучать на экспериментальной установке, называемой маятником Обербека. Особенность этой экспериментальной установки заключается в том, что одна ее часть совершает поступательное движение, а другая - вращательное движение.

Конструкция маятника Обербека описана в руководстве к лабораторной работе № 1.2 "Изучение кинематики вращательного движения". Здесь же приводится только схема (рис. 1.3.1), помогающая решить задачи данной работы. Обозначения на рис. 1.3.1 те же, что и на рис. 1.2.2.

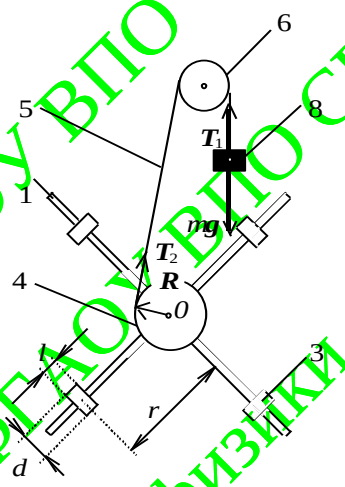

Рис. 1.3.1

Причиной поступательного движения груза 8 является действие на него силы тяжести $m\boldsymbol{g}$. Препятствует этому движению сила реакции нити $\boldsymbol{T}_1$. Причиной вращательного движения крестовины маятника является действие на него силы реакции нити $\boldsymbol{T}_2$. Результат действия силы во вращательном движении зависит не только от величины этой силы, но и от положения точки ее приложения. Поэтому во вращательном движении вместо силы вводится понятие *момента силы* $\boldsymbol{M}$. Вектор $\boldsymbol{M}$ определяется векторным произведением $\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{R}\ \boldsymbol{T}_2]$ и является моментом силы $\boldsymbol{T}_2$ относительно точки *0*, из которой проводится радиус-вектор $\boldsymbol{R}$ точки приложения силы. Вращательному движению крестовины препятствует момент силы трения в подшипниках $\boldsymbol{M}_{тр}$. Проекции векторов $\boldsymbol{M}$ и $\boldsymbol{M}_{тр}$ на ось вращения, проходящую через точку *0*, называются моментами соответствующих сил относительно этой оси. Если радиус-вектор $\boldsymbol{R}$ совпадает с радиусом шкива 4, то момент силы $\boldsymbol{T}_2$ относительно оси вращения $M = RT_2$. Поскольку момент силы относительно оси вращения - величина алгебраическая, то M и $M_{тр}$ имеют противоположные знаки.

Если при поступательном движении мерой инертности тела является его масса, то при вращательном движении инертность тела зависит от распределения массы относительно оси вращения, и мерой инертности является момент инерции тела J. В общем случае момент инерции тела относительно оси вращения

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 \qquad (1)$$

где m_i - масса i-ой частицы тела (тело разбито на n частиц); r_i - расстояние от i-ой частицы до оси вращения.

В случае маятника Обербека $J = J_к + J_п$, (2)

где $J_к$ - момент инерции крестовины без привесок 3 (рис. 1.3.1); $J_п$ - суммарный момент инерции привесок.

В соответствии с теоремой Штейнера $J_п$ можно представить как

$$J_п = 4\, m_0 \left(d^2/16 + l^2/12\right) + 4\, m_0 r^2 , \qquad (3)$$

где m_0 - масса привески; d и l - диаметр и высота привески; r - расстояние от оси вращения до центра масс привесок.

Изменяя положение привесок на стержнях крестовины, можно менять момент инерции J маятника.

Для описания поступательного движения груза 8 можно применить второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения):

$$m\boldsymbol{a} = m\boldsymbol{g} + \boldsymbol{T}, \qquad (4)$$

а для описания вращательного движения крестовины маятника - основной закон динамики вращательного движения:

$$(J_к + J_п)\,\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}_{тр} , \qquad (5)$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ - угловое ускорение крестовины маятника.

Если пренебречь массой нити 5, моментом инерции блока 6 и силами трения в нем, то силы реакции нити $\boldsymbol{T}_1$ и $\boldsymbol{T}_2$ равны по абсолютной величине: $T_1 = T_2 = T$. С учетом этих упрощений запишем уравнение (4) в проекциях на вертикальную ось, а уравнение (5) в проекциях на ось вращения:

$$\begin{aligned} ma &= mg - T , \\ (J_к + J_п)\varepsilon &= TR - M_{тр} . \end{aligned} \qquad (6)$$

Учитывая, что ускорение груза a равно линейному ускорению точек на поверхности шкива, которое связано с угловым ускорением зависимостью

$$a = \varepsilon R, \qquad (7)$$

и исключая из системы (6) силу реакции T, получим

$$\varepsilon = \frac{mgR - M_{TP}}{J_К + J_П + mR^2} . \qquad (8)$$

Из этого выражения видно, во-первых, что угловое ускорение не зависит от времени (ни одна из величин, входящих в правую часть, не меняется во время движения маятника), что доказывает равноускоренный характер вращения крестовины. Во-вторых, видно, что изменить угловое ускорение можно либо меняя момент инерции привес 3 $J_п$, либо меняя массу груза m .

В том, что вращение равноускоренное, можно убедиться в ходе выполнения лабораторной работы N 1.2 “Изучение кинематики вращательного движения”. Задачей данной лабораторной работы является экспериментальная проверка зависимости углового ускорения ε крестовины от момента инерции привесок $J_п$ и массы груза m .

Зависимости $\varepsilon(J_п)$ и $\varepsilon(m)$, как следует из выражения (8), нелинейные. Поэтому для удобства экспериментальной проверки их следует линеаризовать, т.е. выявить такие новые переменные, зависимость между которыми была бы линейной. Используя уравнения кинематики, можно показать, что

$$\varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}, \qquad (9)$$

где h - путь, проходимый грузом 8 за время t.

Подставив (9) в (8), получим следующую зависимость времени падения груза от момента инерции привесок :

$$t^2 = b_1 + k_1 J_{\text{п}}, \qquad (10)$$

где
$$b_1 = 2h\,\frac{J_K + mR^2}{R(mgR - M_{TP})}, \qquad (11)$$

$$k_1 = \frac{2h}{R(mgR - M_{TP})}. \qquad (12)$$

Для облегчения линеаризации зависимости $E(m)$ упростим выражение (8), принимая во внимание следующее обстоятельство. По мере удаления привесок от оси вращения их момент инерции $J_{\text{п}}$ возрастает, что обусловливает увеличение доли составляющей $J_{\text{п}} + J_{\text{к}}$ в знаменателе выражение (8) и, соответственно, уменьшение доли составляющей mR^2. При удалении привесок на расстояние $r \geq 15$ см и максимальном для данного маятника значении m доля составляющей mR^2 не превышает 0,5% для R = 21 мм и 2% для R = 42 мм, что позволяет пренебречь этой составляющей при указанных условиях ($r \geq 15$ см). Подставив (9) в упрощенное выражение (8), получим следующую зависимость времени падения груза от его массы :

$$\frac{1}{t^2} = b_2 + k_2 m, \qquad (13)$$

где
$$b_2 = -\frac{RM_{TP}}{2h(J_{\Pi} + J_K)}, \qquad (14)$$

$$k_2 = \frac{gR^2}{2h(J_{\Pi} + J_K)}. \qquad (15)$$

Из (10) следует, что квадрат времени падения груза должен линейно зависеть от момента инерции привесок при постоянстве остальных параметров. Из (13) следует, что величина, обратная квадрату времени падения груза, должна линейно зависеть от массы груза при постоянстве остальных параметров. Если графики экспериментальных зависимостей $t^2 = f_1(J_{\text{п}})$ и $1/t^2 = f_2(m)$ окажутся прямыми линиями в пределах погрешности измерений, то это будет означать, что зависимость (8) подтверждена экспериментально, а следовательно, справедливы основные законы динамики поступательного и вращательного движения (4) и (5), взятые за основу при выводе выражения (8). При этом свободный член b_1 зависимости (10) может быть определен как величина отрезка, отсекаемого графиком $t^2 = f_1(J_{\text{п}})$ на оси t^2, а угловой коэффициент k_1 - как отношение $\Delta(t^2)/\Delta J_{\text{п}}$, где $\Delta J_{\text{п}}$ - произвольный отрезок на оси $J_{\text{п}}$ (приращение аргумента), $\Delta(t^2)$ - соответствующее приращение функции. Аналогично можно определить коэффициенты b_2 и k_2 зависимости (13).

Используя выражение (11), (12) и величины коэффициентов b_1, k_1 или

выражение (14), (15) и величины коэффициентов b_2, k_2, можно определить такие параметры маятника Обербека, как момент инерции $J_к$ крестовины без привесок и момент силы трения $M_{тр}$.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить в сеть шнур питания экспериментальной установки.

2. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера, сработать электромагнитный фрикцион и зафиксировать крестовину.

3. Для снятия первой точки экспериментальной зависимости $t^2 = f_1(J_п)$ установить привески симметрично на минимальное расстояние r от оси вращения и зафиксировать их винтами.

4. Нажав на кнопку “ПУСК” на миллисекундомере и вращая крестовину против часовой стрелки, перевести груз в положение, соответствующее выбранному вами и постоянному в дальнейших измерениях пути h, проходимому грузом. Кнопку “ПУСК” отпустить.

5. Нажать на кнопку “СБРОС” и убедиться, что на индикаторах установились нули.

6. Нажать кнопку “ПУСК” и удерживать ее в нажатом положении до момента пересечения падающим грузом оптической оси фотодатчика.

7. Произвести отсчет времени опускания груза t по миллисекундомеру. Результаты измерений r и t занести в табл.1.3.1.

8. Повторить измерения по п.п.4-7 не менее пяти раз.

9. Произвести измерения по п.п.4-8 для других (не менее пяти) положений привесок на стержнях крестовины маятника Обербека. Все привески при этом должны быть расположены симметрично относительно оси вращения. Последнее положение привесок должно быть на самом конце стержней. Обратите внимание на то, что необходимо измерить и занести в табл.1.3.1 (в колонку “Примечание”) значения массы одной привески m_0, диаметра d и высоты l привески, высоты падения груза h, массы груза m и радиуса шкива R.

10. Для снятия экспериментальной зависимости $1/t^2 = f_2(m)$ установить привески на расстояние $r \geq 15$ см.

11. Произвести измерения по п.п.4-8 времени опускания груза для различных значений его массы. Результаты измерений m, t и r занести в табл.1.3.2.

12. Определить косвенно измеряемые величины экспериментальной зависимости $t^2 = f_1(J_п)$. Для этого по формуле (3) рассчитать моменты инерции $J_п$ привесок для измеренных значений r. Затем рассчитать t^2 для всех значений t и средние арифметические значения t^2, соответствующие каждому $J_п$. Все значения $J_п$ и t^2 занести в табл.1.3.1.

13. Рассчитать погрешности величины t^2 для первой и последней экспериментальных точек. Погрешности остальных экспериментальных точек можно выбрать промежуточными между погрешностями крайних.

14. Определить значения косвенно измеряемой величины $1/t^2$

экспериментальной зависимости $1/t^2 = f_2(m)$. Для этого рассчитать $1/t^2$ для всех значений t и средние арифметические значения $1/t^2$, соответствующие каждому значению m . Все значения $1/t^2$ занести в табл.1.3.2.

15. Рассчитать погрешности величины $1/t^2$ для первой и последней экспериментальных точек. Погрешности остальных экспериментальных точек можно выбрать промежуточными между погрешностями крайних.

16. Построить графики зависимостей $t^2 = f_1(J_п)$ и $1/t^2 = f_2(m)$. Убедиться, что графики представляют собой прямые линии, проходящие через все доверительные интервалы.

17. Используя график зависимости $t^2 = f_1(J_п)$ или $1/t^2 = f_2(m)$, определить коэффициенты линейной зависимости.

18. Из соотношений (11) и (12) или (14) и (15) определить момент инерции $J_к$ и момент силы трения $M_{тр}$.

Таблица 1.3.1

Экспериментальная зависимость времени падения груза от момента инерции привесок

Прямые измерения						Косвенные измерения							Примечание
Измеря-емые параметры		№ измерения				Измеря-емые параметры		№ измерения				Средн. знач	
		1	2	3	…			1	2	3	…		
r_1 =	t, с					$J_{П1}$ =	t^2, с^2						m_0 = 0,2 кг
r_2 =	t, с					$J_{П2}$ =	t^2, с^2						d = …
r_3 =	t, с					$J_{П3}$ =	t^2, с^2						l = …
…	…					…	…						h = …
													m = …
													R = …

Таблица 1.3.2

Экспериментальная зависимость времени падения груза от его массы

Прямые измерения						Косвенные измерения							Примечание
Измеря-емые параметры		№ измерения				Измеря-емые параметры		№ измерения				Средн. знач	
		1	2	3	…			1	2	3	…		
m_1 =	t, с					$1/(t^2$, с$^2)$							m_0 = 0,2 кг
m_2 =	t, с					$1/(t^2$, с$^2)$							d = …
m_3 =	t, с					$1/(t^2$, с$^2)$							l = …
…	…					…							h = …
													r = …
													R = …

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

В чем сходство и отличие между основными законами динамики поступательного и вращательного движения?

Для схемы, изображенной на рис.1.3.1, покажите направления момента $\boldsymbol{M}$ силы $\boldsymbol{T}_2$ и момента $\boldsymbol{M}_{тр}$ силы трения относительно точки *0*. Здесь же покажите направления векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и углового ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ крестовины.

Почему с увеличением расстояния r увеличивается время t падения груза?

Меняется ли во время движения маятника скорость и ускорение груза?

Меняется ли угловое ускорение крестовины?

Какова природа сил реакции $\boldsymbol{T}_1$ и $\boldsymbol{T}_2$ и на какие тела они действуют?

Что такое момент силы трения в подшипниках крестовины?

Как изменятся графики зависимостей $t^2 = f_1(J_п)$ и $1/t^2 = f_2(m)$, если за счет смазки обеспечить уменьшение силы трения в подшипниках?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1 - М.: Наука, 1986. С.53-54, 134-144.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985. С.14-15, 28-32.
3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986. С.105-115, 171-177.
4. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 1995, 32 с.

ФГАОУ ВПО СКФУ ИЭиН ФЭиЭ Кафедра физики, электротехники и электроники Институт электроэнергетики, электроники и нанотехнологий ФГАОУ ВПО Северо-Кавказский федеральный университет

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.18 (1.13)

ИЗУЧЕНИЕ ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА НА МАЯТНИКЕ ОБЕРБЕКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучить зависимость углового ускорения маятника Обербека от момента силы при постоянном значении момента инерции; изучить зависимость углового ускорения маятника Обербека от момента инерции при постоянном значении момента силы.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Динамика изучает движение тел в связи с теми причинами, которые обуславливают тот или иной характер движения. Для того, чтобы тело начало вращаться с угловым ускорением $\vec{\varepsilon}$, к нему нужно приложить результирующий момент силы $\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_i$. Согласно основному закону динамики вращательного движения:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_i}{J}, \qquad (24)$$

где J – момент инерции тела.

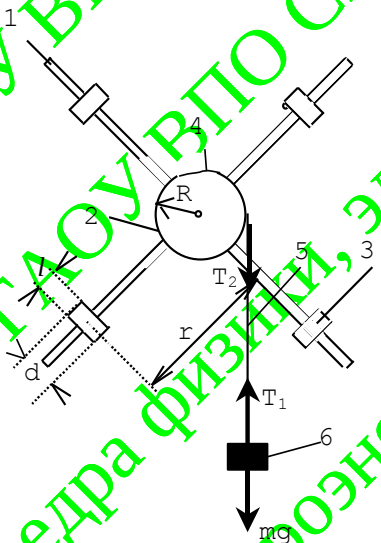

Рисунок 6 – Маятник Обербека

Момент силы $\vec{M}$ относительно точки O определяется векторным произведением:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}], \qquad (25)$$

где $\vec{r}$ - радиус вектор точки приложения силы $\vec{F}$.

Подобно массе при поступательном движении момент инерции J является мерой инертности при вращательном движении. В общем случае момент инерции тела относительно оси вращения определяется по формуле

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2, \qquad (26)$$

где m_i - масса i-й частицы тела (тело разбито на n частиц); r_i - расстояние от i-й частицы до оси вращения.

Изучение основных законов поступательного и вращательного движения можно производить на экспериментальной установке, называемой маятником Обербека. Особенностью этой установки является то, что одна ее часть совершает поступательное движение, а другая – вращательное. Он представляет собой крестовину, образованную четырьмя стержнями 1 (рис.6), закрепленными в бобышке 2 под прямым углом друг к другу. На каждом стержне могут свободно перемещаться и закрепляться цилиндры 3 одинаковой массы. На шкив 4 намотана нить 5, один конец которой прикреплен к шкиву. К другому концу нити

подвешивается груз 6.

Причиной вращательного движения крестовины маятника является действие на него момента M силы реакции нити $\vec{T}_2$. Вращательному движению крестовины препятствует момент силы трения в подшипниках - $M_{тр}$. Для описания вращательного движения крестовины маятника запишем основной закон динамики вращательного движения в векторной форме

$$J\vec{\varepsilon} = \vec{M} + \vec{M}_{тр} . \qquad (27)$$

Проекции векторов $\vec{M}$ и $\vec{M}_{тр}$ на ось вращения имеют противоположные знаки. С учетом этого уравнение (27) в проекции на ось вращения имеет вид

$$J\varepsilon = M - M_{тр}, \qquad (28)$$

Откуда

$$\varepsilon = \frac{M - M_{тр}}{J}. \qquad (29)$$

Поскольку в выражении (29) величина ε является функцией двух переменных (суммарного момента сил и момента инерции), то изучение закона динамики вращательного движения твердого тела можно выполнять путем раздельного изучения двух зависимостей.

1) Изучение зависимости углового ускорения ε от суммарного момента сил $\sum_{i=1}^{n} M_i$ при постоянном значении момента инерции.

Если момент инерции системы J не изменяется, то уравнение (29) можно переписать в виде

$$\varepsilon = -\frac{M_{тр}}{J} + \frac{1}{J}M, \qquad (30)$$

где $\frac{M_{тр}}{J} = const$.

Из выражения (30) видно, что угловое ускорение ε линейно зависит от M, а график зависимости ε = f(M) при J = const – прямая, не проходящая через начало координат. Отрезок, отсекаемый этой прямой от оси "M", численно равен $M_{тр}$; угловой коэффициент прямой, численно равный $\frac{1}{J}$, может быть найден из графика:

$$\frac{1}{J} = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta M}, \qquad (31)$$

где ΔM – произвольный отрезок на оси M,

Δε – соответствующий отрезок на оси ε.

Формулу для расчета момента силы реакции нити M найдем следующим образом. Так как радиус вектор $\vec{r}$ совпадает в данном случае с радиусом шкива R, то согласно (25) $M = RT_2$. Если пренебречь массой нити и силами трения в блоке, то силы реакции, действующие на блок и на груз, равны $T_1 = T_2 = T$.

Силу натяжения T найдем из второго закона Ньютона для поступательного движения груза

$$T = m(g - a). \quad (32)$$

Ускорение груза постоянно, т.к. действующие на него силы не меняются

$$a = \frac{2h}{t^2}, \quad (33)$$

где t – время, в течение которого груз из состояния покоя проходит путь h.

Тогда

$$M = mR(g - \frac{2h}{t^2}) \quad (34)$$

Поэтому изменяя массу груза m, можно изменять момент силы M.

Ускорение груза a равно линейному ускорению точек на поверхности шкива, поэтому для углового ускорения крестовины имеем

$$\varepsilon = \frac{a}{R} = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (35)$$

2) Изучение зависимости углового ускорения ε от момента инерции J при постоянном значении суммарного момента сил.

Если в выражении (29) оставлять постоянным действующий момент сил $(M - M_{mp}) = const$, а изменять момент инерции, то угловое ускорение ε будет меняться обратно пропорционально суммарному моменту инерции системы:

$$\varepsilon = (M - M_{òð})\frac{1}{J}.$$

При этом график зависимости $\varepsilon = f\left(\frac{1}{J}\right)$ - прямая, проходящая через начало координат. Угловой коэффициент прямой, числено равный $(M - M_{òð})$, может быть найден следующим образом:

$$M - M_{òð} = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta\left(\frac{1}{J}\right)}, \quad (36)$$

где $\Delta\left(\frac{1}{J}\right)$ - произвольный отрезок на оси $\left(\frac{1}{J}\right)$, Δε – соответствующий отрезок на оси ε.

В случае маятника Обербека момент инерции крестовины с цилиндрами вычисляют по формуле

$$J = J_{ê} + 4J_{ö} + 4m_0 r^2, \quad (37)$$

где $J_{ê}$ - момент инерции крестовины без цилиндров 3 (рис.6), $J_{ö}$ - момент инерции цилиндра относительно оси, проходящей через его центр масс и параллельно оси вращения, m_0 - масса цилиндра, r – расстояние от оси вращения до центра масс цилиндра.

Величина $J_0 = J_к + 4J_ц$ остается постоянной в данной работе, а изменение J осуществляется за счет изменения расстояния r. Поэтому момент инерции J можно представить как

$$J = J_0 + 4m_0 r^2 . \qquad (38)$$

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

ЗАДАНИЕ I

Исследование зависимости углового ускорения маятника Обербека от момента силы при постоянном значении момента инерции.

1. Изучить экспериментальную установку и занести в таблицу 6 в графу "Примечание" значение радиуса шкива R, диаметра d и высоты l привески, массы m_0.
2. Установить цилиндры примерно на середине стержней. Измерить расстояние r от оси вращения до цилиндров.
3. Подвесить к нити груз и, вращая крестовину против часовой стрелки, перевести груз в положение, выбранное Вами. Во всех следующих опытах начальное положение груза должно оставаться одним и тем же.
4. Предоставив грузу возможность падать, включить одновременно секундомер. В момент, когда нить полностью размотается, секундомер останавливают. Произвести отсчет времени опускания груза *t* по секундомеру, а так же путь *h*, проходимый грузом при падении. Результаты измерений занести в таблицу 6.
5. Повторить измерения по п.п.3-4 не менее пяти раз.
6. Произвести измерения по п.п. 3-6 для других значений масс груза m.
7. Определить косвенно измеряемые величины ε и M по формулам (34) и (35).
8. Оценить погрешность величин ε, M.
9. Построить график зависимости $\varepsilon = f(M)$. Убедиться, что график представляет собой прямую линию, проходящую через все доверительные интервалы.
10. Найти по графику угловой коэффициент прямой (31). Исходя из этого значения, с помощью формулы (38) рассчитать постоянную составляющую J_0 момента инерции системы.
11. По графику определить момент силы трения $M_{тр}$. Для этого следует измерить длину отрезка, отсекаемого прямой на оси *"M"*.

ЗАДАНИЕ II

Исследование зависимости углового ускорения маятника Обербека от

момента инерции при постоянном значении момента силы.

1. Установить цилиндры на максимальном расстоянии *r* от оси вращения. Измерить это расстояние.
2. Подвесить на нить заданное число грузов и, повторяя пункты 3-6 задания I, произвести отсчет времени опускания груза при различных положениях цилиндров на крестовине.

3. Определить косвенно измеряемые величины ε и J по формулам (35) и (38) соответственно, при этом величину J_0 считать равной значению, измеренному в задании I.

4. Построить график зависимости $\varepsilon = f\left(\frac{1}{J}\right)$. Убедиться, что он представляет собой прямую линию, проходящую через доверительные интервалы.

ТАБЛИЦА 6 - Экспериментальная зависимость углового ускорения маятника Обербека от момента силы при постоянном моменте инерции цилиндров.

Прямые измерения							Косвенные измерения											Пр.
Измер. величины		№ измерения					M, Н·м					Средн знач	ε, рад/с^2					Средн знач	
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	<M>	1	2	3	4	5	<ε>	h=
m_1=	t, с																		R=
m_2=	t, с																		r=
m_3=	t, с																		l=
m_4=	t, с																		d=
m_5=	t, с																		m_0=

ТАБЛИЦА 7 - Экспериментальная зависимость углового ускорения маятника Обербека от момента инерции при постоянном моменте силы.

Прямые измерения							Косвенные измерения										Пр.
Измер. величины		№ измерения					J, кг·м^2		ε, рад/с^2					Средние значения			
		1	2	3	4	5			1	2	3	4	5	<ε>			h=
r_1=	t, с																R=
r_2=	t, с																r=
r_3=	t, с																l=
r_4=	t, с																d=
r_5=	t, с																m_0=

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сравнить основной закон динамики поступательного и вращательного движения.

2. На рисунке 1 покажите направление момента М силы реакции T_2 и момента трения $M_{тр}$ силы трения.

3. Почему с увеличением расстояния r увеличивается время t падения груза.

4. При каком условии наклон прямой на графике $\varepsilon = f(M)$ увеличится (уменьшиться)?

5. Каков физический смысл величины, равной наклону прямой на графике $\varepsilon = f(1/J)$?

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1. М. 2002.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001.

ФГАОУ ВПО СКФУ ИЭиН ФЭиЭ
Кафедра физики, электротехники и электроники
Институт электроэнергетики, электроники и нанотехнологий
ФГАОУ ВПО Северо-Кавказский федеральный университет

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я Р А Б О Т А № 1.19 (1.4)
ИЗУЧЕНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО УДАРА ШАРОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение закономерностей центрального удара шаров.

К Р А Т К А Я Т Е О Р И Я

Столкновением в широком смысле называется взаимодействие тел, которое происходит в относительно малой области пространства в течение относительно малого промежутка времени. Вне этой области пространства и вне этого промежутка времени можно говорить о начальных состояниях тел и об их конечных состояниях после взаимодействия как состояниях, в которых эти тела не взаимодействуют. Понятие столкновения относится не только к взаимодействиям, осуществляемым при контакте тел, но и к взаимодействиям на расстоянии, например, взаимодействие движущихся зарядов. Столкновение, при котором имеет место соприкосновение взаимодействующих тел, называется *ударом*. Удар называется *центральным*, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

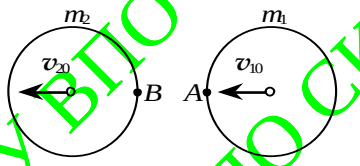

Рис. 1.4.1

Рассмотрим центральный удар двух шаров массами m_1 и m_2, движущихся со скоростями v_{10} и v_{20} (рис. 1.4.1), причем $v_{10} > v_{20}$. Т.к. удар центральный, то будем рассматривать модули величин. Промежуток времени τ, в течение которого длится удар, обычно очень мал ($\sim 10^{-4} - 10^{-5}$ с), а развивающиеся на площадках контакта соударяющихся тел силы (ударные силы) очень велики. За время удара они изменяются в широких пределах. Действие ударных сил приводит к значительному изменению за время удара скоростей взаимодействующих тел. Для случая, рассмотренного на рис. 1.4.1, скорость первого шара в результате удара уменьшится ($v_1 < v_{10}$), а скорость второго шара увеличится ($v_2 > v_{20}$). Следствиями удара могут быть также остаточные деформации, звуковые колебания, нагревание тел и др.

Действие ударной силы F на второй шар может быть описано вторым законом Ньютона:

$$\frac{dP}{dt} = F, \qquad (1)$$

где dP/dt - скорость изменения импульса P второго шара.

Из уравнения (1) можно определить изменение импульса второго шара за время удара τ:

$$\int_{P_{20}}^{P_2} dP = \int_0^{\tau} F d\tau, \qquad (2)$$

где $P_{20} = m_2 v_{20}$ и $P_2 = m_2 v_2$ импульс второго шара до и после удара соответственно.

Величина

$$\int_0^{\tau} F dt = F_{cp}\tau$$

называется импульсом силы, а в теории удара ее называют ударным импульсом. После интегрирования выражение (2) примет вид

$$m_2 v_2 - m_2 v_{20} = F_{ср}\ \tau. \qquad (3)$$

Аналогичное выражение можно записать для первого шара, если учесть, что по третьему закону Ньютона на него действует точно такая же по величине, но противоположная по направлению ударная сила:

$$m_1 v_{10} - m_1 v_1 = F_{ср}\,\tau\,. \qquad (4)$$

Исходя из возможностей экспериментальной установки, в данной лабораторной работе предлагается провести прямые измерения времени удара τ металлических шаров и косвенные измерения скоростей шаров до и после удара. Тогда из (3) и (4) можно определить среднюю ударную силу $F_{ср}$:

$$F_{ср} = \frac{m_1 v_{10} - m_1 v_1}{\tau} \qquad (5)$$

где

$$F_{ср} = \frac{m_2 v_2 - m_2 v_{20}}{\tau}\ . \qquad (6)$$

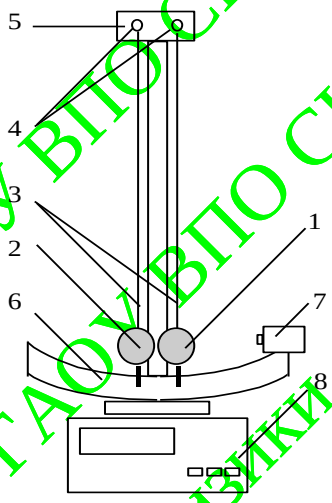

Рис. 1.4.2

Проанализируем превращения энергии в процессе удара. Для этого процесс соударения можно разделить на две фазы. Первая фаза начинается с момента соприкосновения точек A и B шаров (рис. 1.4.1), имеющих в этот момент относительную скорость сближения $v_{10} - v_{20}$. К концу первой фазы сближение шаров прекращается, а часть их кинетической энергии переходит в потенциальную энергию деформации. Во второй фазе происходит обратный переход потенциальной энергии упругой деформации в кинетическую энергию шаров. При этом шары начинают расходиться и к концу второй фазы шары будут иметь относительную скорость расхождения $v_1 - v_2$. Для абсолютно упругих тел механическая энергия к концу удара восстановилась бы полностью и было бы $|v_{10} - v_{20}| = |v_1 - v_2|$. Удар абсолютно неупругих тел закончился бы на первой фазе ($v_1 - v_2 = 0$, т.е. $v_1 = v_2$). При ударе реальных тел механическая энергия к концу удара восстанавливается лишь частично вследствие потери энергии на образование остаточных деформаций, звуковые колебания, нагревание тел и др.: $|v_1 - v_2| < |v_{10} - v_{20}|$. Для учета этих потерь вводится коэффициент восстановления k, который зависит только от физических свойств материалов тел:

$$k = \frac{|v_1 - v_2|}{|v_{10} - v_{20}|} = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}\ . \qquad (7)$$

При соударении тел из дерева $k \approx 0{,}5$, из стали - 0,55 , из слоновой кости - 0,89 , из стекла - 0,94 . В предельных случаях для абсолютно упругого удара $k = 1$ и для абсолютно неупругого удара $k = 0$.

В данной работе предлагается, измерив скорости шаров до и после удара, по формуле (7) определить коэффициент восстановления при ударах шаров,

изготовленных из разных материалов.

Часто при рассмотрении ударов главный интерес заключается не в изучении самого процесса удара, а его результата. В этом случае могут быть использованы законы сохранения импульса и энергии, которые не дают информации о самом процессе взаимодействия, но устанавливают связь между характеристиками взаимодействующих тел до удара с характеристиками после удара.

Запишем закон сохранения импульса для рассматриваемой системы шаров (рис. 1.4.1):

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2. \qquad (8)$$

Решая совместно уравнения (7) и (8), получим выражения, связывающие скорости шаров после удара с их скоростями до удара :

$$v_1 = v_{10} - \frac{(1+k)m_2}{m_1+m_2}(v_{10} - v_{20}), \qquad (9)$$

$$v_2 = v_{20} + \frac{(1+k)m_2}{m_1+m_2}(v_{10} - v_{20}). \qquad (10)$$

Полученные соотношения могут быть проверены экспериментально путем измерений скоростей шаров до и после удара. Положительный результат проверки будет означать справедливость закона сохранения импульса.

Закон сохранения механической энергии, как было показано выше, выполняется только для случая абсолютно упругого удара. В общем же случае кинетическая энергия системы шаров до удара больше их кинетической энергии после удара и их разница определяет потерянную за время удара кинетическую энергию системы Q

$$Q = \frac{m_1 v_{10}^2}{2} + \frac{m_2 v_{20}^2}{2} - \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2}. \qquad (11)$$

Выражение (11) можно преобразовать с учетом (7) и (8) следующим образом:

$$Q = \frac{1-k^2}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(v_{10} - v_{20})^2. \qquad (12)$$

Эту формулу удобнее всего использовать в данной работе для определения Q

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для экспериментального изучения центрального удара шаров используется установка, представленная на рис. 1.4.2. Она представляет собой систему двух шаров 1 и 2 , подвешенных к штангам 4 на токоведущих бифилярных (двойных) подвесах 3. Выполнение условий центрального удара в установке обеспечивается следующими мерами. Бифилярные подвесы обеспечивают движение двух шаров в одной вертикальной плоскости и предотвращают их вращение вокруг вертикальной оси. Длина подвесов устанавливается такой, чтобы в состоянии покоя шары находились на одном уровне. Межцентровое расстояние шаров регулируется за счет перемещения левой штанги винтовым механизмом 5. В отрегулированном состоянии шары должны касаться друг друга в покое, при этом бифилярные подвесы -

параллельны друг другу.

Если правый шар 1 отклонить на угол α_{10} и отпустить, то в момент соударения с покоящимся шаром 2 скорость первого шара v_{10} можно определить из условия (потенциальная энергия отклоненного на угол α_{10} шара переходит в его кинетическую энергию при прохождении им положения равновесия):

$$m_1 g h = \frac{m_1 v_{10}^2}{2}, \qquad (13)$$

где g - ускорение свободного падения, h - высота подъема шара.

Из геометрических соображений ясно, что

$$h = l\,(1 - \cos\alpha_{10}) = 2\,l \sin^2\left(\frac{\alpha_{10}}{2}\right), \qquad (14)$$

где l - расстояние от точки подвеса до центра масс шара.

Если угол отклонения шаров достаточно мал, то можно принять $\sin^2(\alpha_{10}/2) \approx (\alpha_{10}/2)^2$. Воспользовавшись этим соотношением, и с учетом (14) из (13) можно получить выражение для v_{10} :

$$v_{10} = \sqrt{gl}\ \alpha_{10}\,. \qquad (15)$$

Аналогичные рассуждения позволяют записать выражения для скоростей шаров после удара

$$v_1 = \sqrt{gl}\ \alpha_1\,, \qquad (16)$$

$$v_2 = \sqrt{gl}\ \alpha_2\,, \qquad (17)$$

где α_1 и α_2 - углы отклонения шаров 1 и 2 после удара.

Следует помнить, что значение углов в формулы (15)-(17) следует подставлять в радианах.

Для измерения углов отклонения шаров используются левая и правая шкалы 6. Каждая из шкал может перемещаться в определенных пределах и фиксироваться в тех положениях, где нули шкал соответствуют положению нониусов шаров, находящихся в покое. На правой шкале крепится электромагнит 7, предназначенный для удержания правого шара в выбранном положении. Электромагнит можно перемещать вдоль шкалы и фиксировать в нужном положении. В комплект экспериментальной установки входят металлические и пластилиновые шары. Питание электромагнита осуществляется через электронный микросекундомер 8. Включение электромагнита происходит одновременно с нажатием кнопки “СЕТЬ” на передней панели микросекундомера. Нажатием кнопки “ПУСК” электромагнит обесточивается. Микросекундомер 8 предназначен для измерения времени τ соударения металлических шаров. Принцип измерения времени соударения основан на измерении времени разрядки конденсатора при замыкании шарами соответствующей электрической цепи. Микросекундомер фиксирует время только одного (первого) соударения.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. С помощью аналитических весов определить массы m_1 и m_2 двух металлических и двух пластилиновых шаров, центральный удар которых изучается в данной работе.

2. На бифилярные подвесы подвесить два металлических шара и отрегулировать их положение таким образом, чтобы выполнялись условия центрального удара. С помощью линейки определить расстояние l .

3. Включить в сеть шнур питания экспериментальной установки.

4. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели микросекундомера, при этом должны загореться лампочки цифровой индикации.

5. Отклонить правый шар до соприкосновения с электромагнитом, при этом должно произойти “залипание” шара. По правой шкале определить угол α_{10}.

6. Нажать кнопку “СБРОС” и убедиться, что на индикаторах установились нули. Лампочка “ПЕРЕПОЛНЕНИЯ” гореть не должна.

7. Убедившись, что левый шар находится в состоянии покоя, нажать на кнопку “ПУСК”.

8. После удара шаров определить угол отскока левого шара α_2.

9. Произвести отсчет времени удара τ по микросекундомеру.

10. Повторить п.п. 5-7 и определить угол отскока правого шара α_1. Если экспериментаторов двое, то п.п. 8 и 10 можно совместить.

11. Результаты измерений m_1, m_2 , l, τ, α_{10} , α_1 , α_2 занести в табл. 1.4.1.

12. Повторить измерения по п.п. 5-11 не менее пяти раз.

13. Заменить металлические шары на пластилиновые, отрегулировав их положение так, чтобы при столкновении получить центральный удар. Измерить расстояние l .

14. Повторить измерения по п.п. 5-8, 10 для пластилиновых шаров.

15. Результаты измерений m_1, m_2 , l, α_{10} , α_1 , α_2 для пластилиновых шаров занести в табл. 1.4.2.

16. Используя выражения (15), (16) и (17), определить значения косвенно измеряемых величин v_{10} , v_1 , v_2 для металлических и пластилиновых шаров и занести их в табл.1.4.1 и 1.4.2.

17. Используя прямые измерения τ и косвенные измерения v_{10} , v_1 , v_2 (в нашем случае $v_{20} = 0$), с помощью выражения (5) или (6) определить значения косвенно измеряемой величины $F_{ср}$ для металлических шаров и занести их в табл. 1.4.1 .

18. Используя косвенные измерения v_{10} , v_1 , v_2 , с помощью выражения (7) определить значения косвенно измеряемой величины k для металлических и пластилиновых шаров и занести их в табл. 1.4.1 и 1.4.2.

19. Используя косвенные измерения v_{10} , v_1 , v_2 и k , с помощью выражения (12) определить значения косвенно измеряемой величины Q для металлических и пластилиновых шаров и занести их в табл. 1.4.1 и 1.4.2.

20. Определить средние значения и погрешности величин v_{10} , v_1 , v_2, $F_{ср}$, k , Q для металлических и пластилиновых шаров.

21. Проверить справедливость соотношений (9) и (10) для металлических и пластилиновых шаров. Для этого определить с помощью этих соотношений v_1

и v_2 , используя средние значения v_{10} и k , и убедиться, что они попадают в доверительные интервалы величин v_1 и v_2 , определенные в п.20 при расчете погрешности. Положительный результат будет означать, что соотношения (9) и (10) подтверждены экспериментально, а значит, справедлив закон сохранения импульса.

22. Сравнить значения коэффициента восстановления k для металлических и пластилиновых шаров и объяснить полученные результаты.

Таблица 1.4.1

Результаты измерений параметров центрального удара металлических шаров

№ изм	Прямые измерения				Косвенные измерения						Примечание
	α_{10}, град	α_1, град	α_2, град	τ, мкс	v_{10}, м/с	v_1, м/с	v_2, м/с	$F_{ср}$, Н	k	Q, Дж	
1											
2											m_1 =
3											m_2 =
…											l =
Средние значения											

Таблица 1.4.1

Результаты измерений параметров центрального удара пластилиновых шаров

№ изм	Прямые измерения			Косвенные измерения					Примечание
	α_{10}, град	α_1, град	α_2, град	v_{10}, м/с	v_1, м/с	v_2, м/с	k	Q, Дж	
1									
2									m_1 =
3									m_2 =
…									l =
Средние значения									

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Какие законы выполняются при абсолютно упругом и абсолютно неупругом ударах?

Какие превращения энергии происходят при ударе шаров?

Опишите поведение шаров после нажатия кнопки “ПУСК”. Почему в конечном итоге они приходят в положение равновесия?

Каково соотношение между скоростями шаров до и после удара в случае абсолютно упругого и абсолютно неупругого взаимодействия, если $m_1 = m_2$?

Как изменятся результаты измерений $F_{ср}$, k, Q, если электромагнит

сместить вдоль шкалы вправо?

Можно ли на данной установке измерить время удара пластилиновых шаров?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1 - М.: Наука, 1986. С.103-105.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985. С.26-28.
3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986. С.219-230.
4. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 1995, 32 с.

ФГАОУ ВПО СКФУ ИЭЭиН ФЭиЭ Кафедра физики, электротехники и электроники Институт электроэнергетики, электроники и нанотехнологий

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.20 (1.14)
ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ УДАРЕ ШАРОВ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: ознакомиться с явлением и основными закономерностями центрального удара.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Удар – совокупность явлений, возникающих при кратковременном приложении к телу внешних сил (например, при взаимодействии с другим движущимся относительно него телом), связанных со значительным изменением его скорости за очень короткий промежуток времени.

При ударе тела в большей или меньшей степени деформируются. В связи с этим выделяют два предельных вида соударений – абсолютно упругий и абсолютно неупругий удар.

Абсолютно упругим называется такой удар, при котором полная механическая энергия тел сохраняется. Сначала кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации. Затем тела возвращаются к первоначальной форме, отталкивая друг друга. В итоге потенциальная энергия упругой деформации снова переходит в кинетическую и тела разлетаются со скоростями, определяемыми двумя условиями: сохранением суммарной энергии и суммарного импульса тел.

Ограничимся рассмотрением центрального удара двух однородных шаров массами m_1 и m_2. Это значит, что до соударения тела движутся вдоль прямой, соединяющей их центры.

В этом случае для абсолютно упругого удара законы сохранения импульса и энергии примут вид:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2, \qquad (39)$$

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}, \qquad (40)$$

где v_1, v_2 - скорости шаров до удара, u_1, u_2 - скорости шаров после удара.

Преобразовав уравнения (39) и (40), можно получить $\vec{v}_1 + \vec{u}_1 = \vec{v}_2 + \vec{u}_2$.

Откуда

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{u}_2 - \vec{u}_1, \qquad (41)$$

$(\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$ – относительная скорость шаров до соударения, $(\vec{u}_1 - \vec{u}_2)$ – относительная скорость шаров после соударения.

То есть, при центральном абсолютно упругом соударении шаров относительная скорость их меняет свое направление на противоположное, оставаясь неизменной по величине.

Абсолютно неупругим называется удар, при котором кинетическая энергия тел частично или полностью превращается во внутреннюю энергию;

после удара тела движутся с одинаковой скоростью как одно тело, либо покоятся. При таком ударе выполняется только закон сохранения импульса:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}, \qquad (42)$$

где u - скорость шаров после соударения.

Закон же сохранения механической энергии не соблюдается, так как часть кинетической энергии шаров при соударении расходуется на образование остаточных деформаций, звуковых колебаний, нагревание и т.д.

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} > \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2}. \qquad (43)$$

Для количественной оценки рассеяния механической энергии при ударе вводятся коэффициенты восстановления скорости k_c и энергии $k_э$, которые зависят от физических свойств материалов соударяющихся тел.

Коэффициент восстановления скорости определяется как отношение модуля относительной скорости взаимодействующих тел после удара к модулю относительной скорости до удара:

$$k_{\tilde{N}} = \frac{|u_2 - u_1|}{|v_2 - v_1|}. \qquad (44)$$

Как следует из (41), для абсолютно упругого удара $k_c = 1$. При неупругом соударении $u_1 = u_2$, поэтому $k_c = 0$. В реальных случаях $0 < k_c < 1$.

Коэффициент восстановления энергии $k_э$ определяется как отношение суммарной кинетической энергии тел после удара $E_к''$ к суммарной кинетической энергии тел до удара $E_к'$.

$$k_{\acute{y}} = E_K^{''} / E_K^{'}. \qquad (45)$$

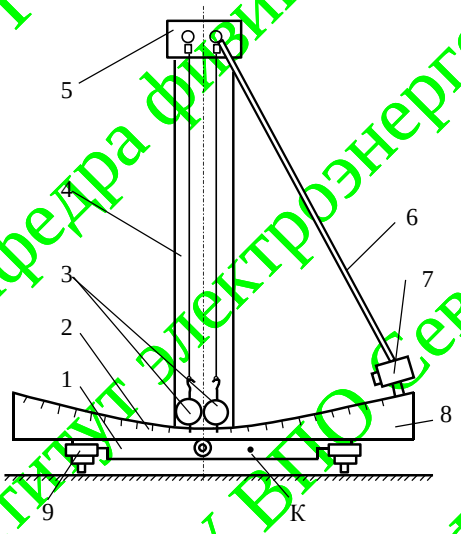

Рисунок 7 – Схема установки для изучения удара шаров

В настоящей работе рассматривается удар шаров, подвешенных в виде маятников (рис. 7), причем один шар до удара покоится ($v_2 = 0$). Удар происходит в положении, соответствующем равновесию тел, и является центральным.

Задания данной работы предусматривают проверку выражений закона сохранения импульса при упругом (39) и абсолютно неупругом (42) ударах и нахождение коэффициентов восстановления k_c (44) и $k_э$ (45). Для этого необходимо знать величины скоростей тел до и после соударения.

Если не учитывать потери энергии на преодоление сил сопротивления, то движение шаров до и после соударения можно описать с помощью закона сохранения энергии. При отклонении на угол α шар приобретает потенциальную энергию, которая будет численно равна кинетической энергии при прохождении шаром положения равновесия:

$$m g h = \frac{m v^2}{2}, \qquad (46)$$

где h – высота подъема шара, g – ускорение свободного падения.

Так как на установке непосредственно измеряются углы отклонения шаров, то можно установит связь между h и α:

$$h = l(1 - \cos\alpha), \qquad (47)$$

где l – расстояние от точки подвеса до центра масс шара.

Из соотношений (46) и (47) получим: $v = 2\sqrt{g l}\sin(\alpha/2)$.

Таким образом, зная углы отклонения шаров до удара и после удара, можно определить соответствующие скорости:

$$v_0 = 2\sqrt{g l}\sin(\alpha_0/2)$$
$$u_1 = 2\sqrt{g l}\sin(\alpha_1/2), \qquad (48)$$
$$u_2 = 2\sqrt{g l}\sin(\alpha_2/2),$$

где α_0 – угол отклонения первого шара до удара; α_1, α_2 – углы отклонения первого и второго шаров после удара.

Подставляя полученные равенства в (45), найдем

$$k_y = \frac{m_1 \sin^2(\alpha_1/2) + m_2 \sin^2(\alpha_2/2)}{m_1 \sin^2(\alpha_0/2)}. \qquad (49)$$

АППАРАТУРА И МАТЕРИАЛЫ:

Конструктивно установка представляет собой основание 1 (рис. 7) на трех регулируемых винтах 9, служащих для выверки ее по уровню. На основании смонтирована стойка 4, несущая подвески 5 шаров 3 и штангу 6, на которой крепится электромагнит 7.

Для отсчета положения шаров имеются две шкалы, проградуированные в градусной мере. Правая шкала 8 установлена так, что указатель положения правого шара в положении равновесия располагается над нулевой отметкой шкалы. Левая шкала 2 может перемещаться. Электромагнит 7, служащий для удержания правого шара в исходном положении для бросания, может перемещаться по разным направлениям. Это позволяет произвести необходимую центровку установки. Для закрепления электромагнита в нужном положении служат соответствующие винты на оправке электромагнита. Включение электромагнита осуществляется кнопкой К, расположенной на установке. Все шары имеют указатель положения и крючок для подвеса. Шары из немагнитных материалов имеют специальные накладки для удержания их электромагнитом.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

ЗАДАНИЕ 1

Определение коэффициентов восстановления энергии и скорости для упругого и неупругого ударов.

1. Взвешиванием на технических весах определить массы шаров.

2. Проверить положение основания прибора. В случае необходимости произвести ее установку по уровню с помощью винтов 9.

Подвесить костяные шары и произвести их центровку.

3. Отвести правый шар до соприкосновения его металлической накладки с сердечником электромагнита, нажать кнопку *K* на подставке прибора и, удерживая ее в таком состоянии, определить угол отклонения α_0 шара до удара.

4. Отпустить кнопку *K* и произвести отсчет углов α_1 и α_2 шаров после удара.

5. Повторяя измерения по пп. 3-4, получить для каждого шара не менее пяти значений α_1 и α_2. Все полученные данные занести в таблицу 8.

6. Снять левый костяной шар и заменить его пластилиновым. Произвести все операции в той же последовательности по пп. 3-5 для неупругого соударения. Результаты измерений занести в табл. 9, аналогичную таблице 8.

7. Измерив длину подвеса шаров, по формулам (48) рассчитать скорости v_1, u_1 и u_2 шаров.

8. По формуле (44) вычислить коэффициенты восстановления скорости для случаев упругого и неупругого ударов.

9. По формуле (45) вычислить коэффициенты восстановления энергии для упругого и неупругого ударов.

10. Вычислить случайную погрешность измерения коэффициентов k_c и $k_э$., а также скорости u_2 в случае упругого и неупругого соударения.

11. Сравнить значения коэффициентов восстановления для различных ударов и объяснить полученные результаты.

ЗАДАНИЕ 2

Проверка закона сохранения импульса для упругого и неупругого ударов

1. Из уравнений (39) и (42) получить выражения для определения скоростей шаров u_2 и u после удара, учитывая, что удар центральный, а один из шаров до удара покоился.

2. По полученным формулам рассчитать теоретические значения скоростей u_2 и u, используя средние значения v_1 и u_1 из задания 1.

3. Сопоставить полученные значения скоростей u_2 и u со средним значением u_2 из таблиц 8 и 9 в случае упругого и неупругого соударения. Если теоретически полученные значения попадают в доверительные интервалы u_2, определенные в пункте 10 задания 1 при расчете погрешности, это будет свидетельствовать о подтверждении закона сохранения импульса.

Таблица 8 - Результаты измерений параметров упругого соударения

№ опыта	Прямые измерения			Косвенные измерения				
	α_0	α_1	α_2	v_1	u_1	u_2	k_c	$k_э$
1								
2								
3								
4								
…								
Средние значения								

Таблица 9 - Результаты измерений параметров неупругого соударения

№ опыта	Прямые измерения			Косвенные измерения				
	α_0	α_1	α_2	v_1	u_1	u_2	k_c	$k_э$
1								
2								
3								
4								
…								
Средние значения								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Как изменится кинетическая энергия шаров и их скорость при различных видах удара: абсолютно упругом, неупругом и абсолютно неупругом?

2. Какие законы выполняются при абсолютно упругом и неупругом соударениях?

3. Определить величину энергии, переходящую в остаточную деформацию.

4. Каково соотношение между скоростями шаров до и после удара, если массы соударяющихся шаров одинаковы (рассмотреть случаи абсолютно упругого и абсолютно неупругого взаимодействия)?

5. Оценить, какую погрешность в результаты определения $k_э$ вносит сопротивление воздуха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т.1 - М., 2002.

2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2001. С.30-34.

3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1989. гл. 5, § 5.1-5.2.

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я Р А Б О Т А №1.21 (1.5)

ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И МОМЕНТА ИМПУЛЬСА НА БАЛЛИСТИЧЕСКОМ КРУТИЛЬНОМ МАЯТНИКЕ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение законов сохранения энергии и момента импульса на баллистическом крутильном маятнике.

К Р А Т К А Я Т Е О Р И Я

Полное описание физической системы возможно лишь в рамках динамических законов, которые детально определяют изменение состояния системы с течением времени. Однако во многих случаях динамический закон для данной системы неизвестен или слишком сложен. В такой ситуации сделать некоторые заключения о характере поведения системы позволяют законы сохранения. Важнейшими законами сохранения, справедливыми для любых изолированных систем, являются законы сохранения энергии, импульса, момента импульса.

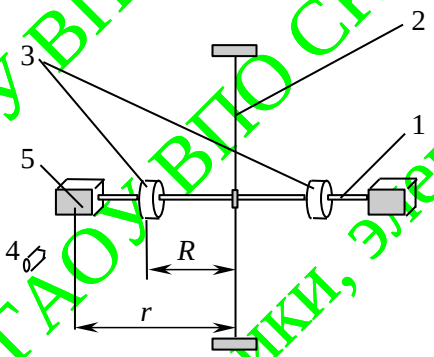

Рис. 1.5.1

Баллистический крутильный маятник (рис. 1.5.1) представляет собой подвес 1, закрепленный на упругой проволоке 2, концы которой зажаты в неподвижных кронштейнах. Эта проволока является осью вращения маятника. Момент инерции J, а соответственно, и период колебаний T могут регулироваться симметричным относительно оси вращения перемещением двух грузов 3. Маятник выводится из положения равновесия движущейся со скоростью v пулей 4, которая застревает в мишени 5, после чего маятник совершает крутильные колебания.

Процесс взаимодействия пули с маятником может быть описан законом сохранения момента импульса относительно оси вращения маятника:

$$mvr = J\omega, \qquad (1)$$

где m - масса пули; r - расстояние от оси вращения маятника до центра пули, застрявшей в мишени; ω - угловая скорость движения маятника сразу после попадания в него пули.

Если пренебречь потерями механической энергии вследствие действия сил сопротивления, то для дальнейших крутильных колебаний можно записать закон сохранения механической энергии в виде равенства кинетической энергии маятника при прохождении им положения равновесия и потенциальной энергии маятника при максимальном отклонении его от положения равновесия:

$$\frac{J\omega^2}{2} = \frac{D\varphi^2}{2}, \qquad (2)$$

где D - коэффициент кручения, характеризующий упругие свойства проволоки;

φ - максимальный угол отклонения маятника.

Проверить справедливость указанных законов сохранения в данной работе предлагается методом линеаризации функции. Исключая из (1) и (2) угловую скорость ω, можно показать, что зависимость между $1/\varphi^2$ и J должна быть линейной при постоянстве D, m, v, r :

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{JD}{m^2 v^2 r^2}, \qquad (3)$$

Момент инерции J маятника определяется следующим соотношением

$$J = J_{\text{п}} + 2J_{\text{г}} + 2MR^2, \qquad (4)$$

где $J_{\text{п}}$ - момент инерции подвеса без грузов 3; $J_{\text{г}}$ - момент инерции груза 3 относительно оси, проходящей через его центр масс и параллельной оси вращения; M - масса груза; R - расстояние от оси вращения маятника до центров масс грузов (рис. 1.5.1).

Величины $J_{\text{п}}$ и $2J_{\text{г}}$ остаются в данной работе постоянными и изменение J осуществляется за счет изменения расстояния R. Если для постоянной составляющей момента инерции ввести обозначение

$$J_0 = J_{\text{п}} + 2J_{\text{г}}, \qquad (5)$$

то момент инерции J можно представить как

$$J = J_0 + 2MR^2. \qquad (6)$$

Подставив (6) в (3), линеаризованную зависимость можно представить в виде

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{DJ_0}{m^2 v^2 r^2} + \frac{2DM}{m^2 v^2 r^2} R^2. \qquad (7)$$

Если сравнить (7) с линейной зависимостью

$$y = b + kx, \qquad (8)$$

то в нашем случае $y = 1/\varphi^2$, $x = R^2$,

$$b = \frac{DJ_0}{m^2 v^2 r^2}, \qquad (9)$$

$$k = \frac{2DM}{m^2 v^2 r^2}. \qquad (10)$$

Законы сохранения (1) и (2) будут подтверждены экспериментально, если график зависимости $1/\varphi^2 = f(R^2)$ окажется прямой линией в пределах погрешности измерений. При этом свободный член b исследуемой зависимости может быть определен как величина отрезка, отсекаемого графиком на оси $1/\varphi^2$, а угловой коэффициент k - как отношение $\Delta(1/\varphi^2)/\Delta(R^2)$, где $\Delta(R^2)$ - произвольный отрезок на оси R^2 (приращение аргумента), $\Delta(1/\varphi^2)$ - соответствующее приращение функции (см.Приложение).

Величина входящего в (9) и (10) коэффициента кручения D может быть определена по результатам измерения параметров колебаний баллистического крутильного маятника при двух различных положениях R_1 и R_2 грузов на подвесе маятника. Положения грузов будут определять момент инерции и период колебаний маятника:

$$J_1 = J_0 + 2MR^2_1, \qquad J_2 = J_0 + 2MR^2_2, \qquad (11)$$

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J_1}{D}}\ , \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{J_2}{D}}\ . \qquad (12)$$

После преобразований коэффициент кручения D может быть определен как

$$D = \frac{8\pi^2 M(R_2^2 - R_1^2)}{T_2^2 - T_1^2}\ . \qquad (13)$$

Используя выражения (9) и (10), величины коэффициентов k и b, величину коэффициента кручения D , можно определить такие параметры баллистического крутильного маятника, как скорость пули v и постоянную составляющую момента инерции J_0. Если последняя величина совпадет со значением 10^{-3} кгм^2 (это значение получено для данного маятника другим способом), то это будет еще одним подтверждением справедливости законов сохранения. Некоторое превышение J_0 над указанным значением может быть объяснено действием реально существующих сил сопротивления воздуха. Эти силы препятствуют вращению подвеса, вызывают потери механической энергии и уменьшают максимальный угол отклонения φ. Это приводит к смещению графика вверх вдоль оси $1/\varphi^2$ и завышению свободного члена b, а соответственно, и J_0.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

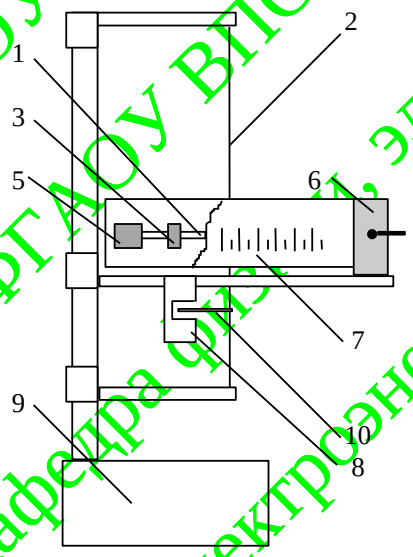

Рис. 1.5.2

Схема баллистического крутильного маятника представлена на рис. 1.5.1, поэтому здесь мы остановимся на конструктивных особенностях маятника (рис. 1.5.2). Обозначение элементов на рис. 1.5.2 те же, что и на рис. 1.5.1. Между верхним и нижним кронштейнами расположен средний кронштейн, на котором крепится пусковое устройство 6, предназначенное для запуска пули. Конец ствола пускового устройства и подвес закрыты прозрачным кожухом 7, на внутренней стороне которого нанесена шкала, предназначенная для определения угла φ отклонения маятника после выстрела. На верхней части мишени 5, заполненной пластилином, имеется шкала для определения расстояния r от оси вращения маятника до центра пули, залипшей в мишени. Под средним кронштейном размещен фотоэлектрический датчик 8, соединенный кабелем с комбинированным электронным миллисекундомером 9. Миллисекундомер предназначен для измерения времени и подсчета количества колебаний подвеса. После того, как будет произведен выстрел, и пуля залипнет в мишени, одновременно с подвесом совершает колебания и стержень 10, закрепленный на проволоке. Во время колебаний он пересекает световой поток в фотоэлектрическом датчике и соответствующие сигналы с датчика поступают на миллисекундомер. При первом пересечении стержнем 10 светового потока начинается отсчет количества колебаний и их времени, результаты измерений

высвечиваются на табло “ПЕРИОДЫ” и “ВРЕМЯ”. Отсчет указанных параметров заканчивается после нажатия кнопки “СТОП” и завершения начатого колебания.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить в сеть шнур питания экспериментальной установки.

2. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.

3. Дать миллисекундомеру 1-2 мин. прогреться.

4. Установить нужное положение грузов на подвесе и линейкой или штангенциркулем измерить расстояние R.

5. Зарядить пусковое устройство, для чего левую подвижную ручку повернуть вверх и надеть пулю на направляющий стержень, затем возвратить эту ручку в первоначальное положение. Потянуть за обе подвижные ручки на себя до щелчка.

6. Нажать кнопку “СБРОС” на лицевой панели миллисекундомера и убедиться, что на индикаторах установились нули.

7. Убедившись, что маятник находится в состоянии покоя, произвести выстрел, для чего правую подвижную ручку опустить вниз.

8. По шкале определить максимальный угол отклонения маятника.

9. По миллисекундомеру определить время десяти колебаний, для чего при высвечивании на панели “ПЕРИОДЫ” числа “9” (полностью закончились 9 колебаний и началось 10-ое) нажать кнопку “СТОП”. После завершения десятого колебания отсчет времени прекратится, на панели “ПЕРИОДЫ” высветится число “10”, а на панели “ВРЕМЯ” - время 10 колебаний. Используя эти данные, вычислить период колебаний по формуле $T = t/n$, где t - время колебаний, n - число колебаний.

10. Остановить маятник и произвести отсчет расстояния r (расстояние от оси вращения до центра залипшей пули).

11. Результаты всех измерений занести в табл. 1.5.1.

12. Измерение по п.п.5-11 повторить не менее пяти раз.

13. Произвести измерения по п.п.4-12 для других положений грузов на подвесе (не менее пяти).

14. Определить квадраты радиусов R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5 , а также средние значения величин φ (в радианах), $1/\varphi^2$, T , соответствующие этим радиусам, и занести их в табл. 1.5.2.

15. Рассчитать погрешности величины $1/\varphi^2$ для первой и последней экспериментальных точек. Погрешности остальных экспериментальных точек можно выбрать промежуточными между погрешностями крайних.

16. Построить график зависимости $1/\varphi^2 = f(R^2)$. Убедиться, что график представляет собой прямую линию, проходящую через все доверительные интервалы.

17. Используя график, определить коэффициенты k и b линейной

зависимости.

18. Используя данные табл. 1.5.2 и соотношение (13), определить значения коэффициента кручения D (для различных R и T) и его среднее значение.

19. Из соотношений (9) и (10) определить скорость пули v и постоянную составляющую момента инерции J_0 .

Таблица 1.5.1

Результаты измерений параметров колебаний баллистического крутильного маятника

№ опыта	R_1 =			R_2 =			R_3 =			…
	φ, град	T, с	r, м	φ, град	T, с	r, м	φ, град	T, с	r, м	
1										
2										
3										
…										
средн знач										

Таблица 1.5.2

Данные для зависимости $1/\varphi^2$ от R^2 и для определения коэффициента кручения D

R, м	φ, рад	$1/\varphi^2$, рад$^{-2}$	R^2, м^2	T, с	D, Н·м/рад	Примечание
						$m = 2\cdot10^{-3}$ кг
						$M = 0{,}177$ кг

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Что мешает строгому выполнению закона сохранения механической энергии при работе с крутильным баллистическим маятником? Как можно улучшить условия эксперимента?

Есть ли необходимость учитывать в данной работе действие силы тяжести на пулю и подвес?

Как изменяется угловая скорость подвеса в процессе одного колебания?

Как изменяется угловая скорость ω по мере увеличения расстояния R?

Почему с увеличением расстояния R увеличивается период колебаний T и уменьшается максимальный угол отклонения φ?

Как изменятся момент инерции J, период колебаний T, максимальный угол отклонения φ при увеличении массы m пули, ее скорости v? Как эти изменения скажутся на положении графика зависимости $1/\varphi^2 = f(R^2)$?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1 - М.: Наука, 1986. С.74-111.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985. С.23-32.
3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986. С.127-152, 171-186.
4. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 1995, 32 с.

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я Р А Б О Т А №1.22 (1.6)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ УНИВЕРСАЛЬНОГО МАЯТНИКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение законов колебаний физического и математического маятников и определение ускорения свободного падения.

К Р А Т К А Я Т Е О Р И Я

Колебания являются одним из наиболее распространенных видов движения. При достаточно малых отклонениях от положения равновесия колебания бывают обычно гармоническими.

Физическим маятником называется твердое тело, совершающее под действием силы тяжести колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси O подвеса, не проходящей через центр масс C тела (рис. 1.6.1).

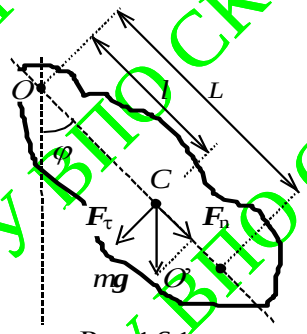

Рис. 1.6.1

Если маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол φ, то составляющая F_n силы тяжести mg уравновешивается силой реакции оси O, а составляющая F_τ стремится возвратить маятник в положение равновесия. При этом $F_\tau = -mg\sin\varphi$. Знак минус означает, что угловое смещение φ и возвращающая сила F_τ имеют противоположные направления. При малых отклонениях маятника от положения равновесия $\sin\varphi \approx \varphi$, поэтому $F_\tau \approx -mg\varphi$. Поскольку маятник в процессе колебаний совершает вращательное движение относительно оси O , то оно может быть описано основным законом динамики вращательного движения:

$$M = J\varepsilon , \qquad (1)$$

где M - момент силы F_τ относительно оси O, J - момент инерции маятника относительно оси O, $\varepsilon = d^2\varphi/dt^2$ - угловое ускорение маятника.

Понятия момента силы M и момента инерции J подробно рассмотрены в лабораторной работе № 1.3 «Изучение динамики поступательного и вращательного движения твердого тела».

В нашем случае

$$M = F_\tau l = -mgl\varphi , \qquad (2)$$

где l - расстояние между точкой подвеса и центром масс маятника.

С учетом (2) уравнение (1) можно записать в виде

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + mgl\varphi = 0$$

или

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0 , \qquad (3)$$

где $\omega^2 = mgl/J$.

Решением дифференциального уравнения (3) является функция

$$\varphi = \varphi_0\cos(\omega t + \alpha) , \qquad (4)$$

позволяющая определить положение маятника в любой момент времени t. Из

выражения (4) следует, что при малых колебаниях физический маятник совершает гармонические колебания (колебания, при которых колеблющаяся величина изменяется со временем по законам синуса или косинуса) с амплитудой колебаний φ_0, циклической частотой $\omega = \sqrt{mgl/J}$, начальной фазой α и периодом колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \qquad (5)$$

где $L = J/(ml)$ - приведенная длина физического маятника.

Точка O' на продолжении прямой OC, отстоящая от оси подвеса на расстоянии приведенной длины L , называется центром качания физического маятника (рис. 1.6.1). При этом расстояние $OO' = L$ всегда больше, чем $OC = l$. Точка подвеса O и центр качания O' обладают свойством взаимности (или сопряженности): если ось подвеса сделать проходящей через центр качания, то точка O прежней оси подвеса станет новым центром качания и период колебаний маятника не изменится. Это свойство взаимности используется в оборотном маятнике для определения приведенной длины L , а зная L и T, из (5) можно определить ускорение свободного падения g :

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \qquad (6)$$

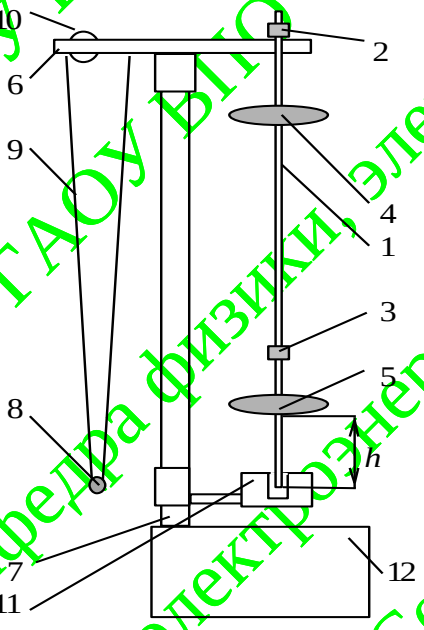

Рис. 1.6.2

Оборотным называется такой физический маятник, у которого имеются две параллельные друг другу опорные призмы, за которые он может быть поочередно подвешен. В нашем случае (рис. 1.6.2) оборотный физический маятник представляет собой стальной стержень 1, на котором закреплены две опорные призмы 2 и 3, ребра которых обращены друг к другу, и две массивные чечевицы 4 и 5. Маятник подвешивается на кронштейне 6 так, что ребро призмы 2 или 3 опирается на него.

Перемещением чечевиц или опорных призм на стержне можно добиться совпадения периодов колебаний маятника при его качании на обеих опорных призмах. При этом расстояние между сопряженными ребрами опорных призм будет равно приведенной длине L . Поскольку процесс подбора положения чечевиц или призм на стержне, при которых с высокой точностью указанные выше периоды колебаний совпадут, довольно трудоемок, то в данной работе для определения периода колебаний, соответствующего сопряженным ребрам, предлагается следующая методика. Исследуется зависимость периода колебаний маятника T_1 от положения чечевицы 5 (от расстояния h) при подвешивании маятника за призму 2 (рис.1.6.2) и аналогичная зависимость периода T_2 при подвешивании маятника за призму 3. Графики зависимостей $T_1(h)$ и $T_2(h)$ пересекутся. Точка пересечения соответствует

выполнению условия сопряженности: $T_1 = T_2 = T$. Значение T, определенное по графику, используется для расчета по формуле (6) ускорения свободного падения.

Математическим маятником называется идеализированная система, состоящая из материальной точки массой m , подвешенной на невесомой нерастяжимой нити, и колеблющаяся под действием силы тяжести. Хорошим приближением математического маятника является небольшой тяжелый шарик, подвешенный на тонкой длинной нити. Математический маятник можно представить как частный случай физического маятника, у которого момент инерции $J = ml^2$, где l - длина нити. С учетом этого при малых колебаниях период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{l/g}\ . \qquad (7)$$

Сравнивая (5) и (7), видим, что если приведенная длина L физического маятника равна длине l математического маятника, то их периоды колебаний одинаковы. Следовательно, приведенная длина физического маятника - это длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебаний данного физического маятника.

Измерив период колебаний T и длину математического маятника l, можно определить ускорение свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \qquad (8)$$

Ускорение свободного падения зависит от широты места и его высоты над уровнем моря. В средних широтах на уровне моря ускорение свободного падения $g \approx 9{,}81$ м/с^2. Если полученные экспериментально значения для физического и математического маятников окажутся близки к этому значению, то это будет означать, что эксперимент подтвердил рассмотренную выше теорию колебаний.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В данной лабораторной работе для экспериментальных исследований используется универсальный маятник (рис. 1.6.2), включающий физический оборотный маятник и математический маятник.

Как уже отмечалось выше, физический оборотный маятник представляет собой стальной стержень 1, на котором закреплены две опорные призмы 2 и 3, ребра которых обращены друг к другу, и две массивные чечевицы 4 и 5. Чечевицы и опорные призмы могут перемещаться по всей длине стержня и фиксироваться в требуемом положении. Стержень 1 имеет кольцевые проточки, нанесенные через 10 мм, которые служат для надежной фиксации чечевиц и опорных призм, а также для отсчета расстояний между ними. Маятник может поочередно подвешиваться к верхнему кронштейну 6 за призму 2 или 3. Верхний кронштейн 6 может быть повернут вокруг стойки 7 на 360°.

Математический маятник представляет собой металлический шарик 8, подвешенный на бифилярном (двойном) подвесе 9. Длину подвеса можно менять, вращая ручку 10. На вертикальной стойке 7 нанесена шкала для определения длины математического маятника.

На нижнем кронштейне закреплен фотоэлектрический датчик 11, соединенный кабелем с комбинированным миллисекундомером 12. Нижний кронштейн с датчиком может быть перемещен как вдоль, так и вокруг вертикальной стойки и зафиксирован в любом положении. Миллисекундомер предназначен для измерения времени и подсчета количества колебаний физического или математического маятника. Во время колебаний маятник пересекает световой поток фотоэлектрического датчика и сигнал с датчика поступает на миллисекундомер. При первом пересечении маятником светового потока начинается отсчет количества колебаний и их времени, результаты измерений высвечиваются на табло “ПЕРИОДЫ” и “ВРЕМЯ”. Отсчет указанных параметров заканчивается после нажатия кнопки “СТОП” и завершения начатого колебания.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Убедиться, что нижний кронштейн установлен таким образом, что стержень физического оборотного маятника пересекает оптическую ось фотодатчика.

2. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера.

3. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.

4. Дать миллисекундомеру 1-2 мин. прогреться.

5. Установить чечевицу 5 физического оборотного маятника на минимальное расстояние h от конца стержня.

6. Подвесить физический оборотный маятник за опорную призму 2 (как показано на рис. 1.6.2).

7. Отклонить маятник на угол 4 - 5°. Нажать кнопку “СБРОС” на миллисекундомере и убедиться, что на индикаторах установились нули. Маятник отпустить без толчка.

8. По миллисекундомеру определить время десяти колебаний, для чего при высвечивании на панели “ПЕРИОДЫ” числа “9” (полностью закончились девять колебаний и началось десятое) нажать кнопку “СТОП”. После завершения десятого колебания отсчет времени прекратится, на панели “ПЕРИОДЫ” высветится число “10”, а на панели “ВРЕМЯ” - время десяти колебаний. Используя эти данные, вычислить период колебаний по формуле $T = t/n$, где t - время колебаний, n - число колебаний.

9. Результаты измерения h и T_1 (периода колебаний маятника, подвешенного за призму 2) занести в табл.1.6.1.

10. Повернуть маятник и подвесить его за призму 3.

11. Повторить п.п.7-8. Результат измерения T_2 (периода колебаний маятника, подвешенного за призму 3) занести в табл.1.6.1.

12. Измерения по п.п.6-11 повторить для других положений чечевицы 5. Расстояние h рекомендуется изменять от минимального до максимального значения через 2 см.

13. Построить графики зависимостей $T_1(h)$ и $T_2(h)$ и определить значение

T, соответствующее точке пересечения графиков.

14. Измерить расстояние L между ребрами призм 2 и 3 .

15. По формуле (6) определить ускорение свободного падения.

16. Повернуть верхний кронштейн на 180° и убедиться, что шарик математического маятника оказывается в рабочей зоне фотодатчика (центральная риска шарика должна совпадать по высоте с риской на фотодатчике). При необходимости ручкой 10 подрегулировать длину математического маятника.

17. По шкале определить длину l математического маятника.

18. Произвести измерения периода колебаний математического маятника по п.п.7-8.

19. По формуле (8) определить ускорение свободного падения.

20. Оценить погрешности измерений ускорения свободного падения для физического и математического маятников. Сравнить полученные значения с величиной $g = 9{,}81$ м/с^2.

Таблица 1.6.1

Зависимость периодов колебаний физического маятника от положения чечевицы 5

h, см														
T_1, с														
T_2, с														

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

Как можно проверить, что функция (4) является решением дифференциального уравнения (3)?

При каких положениях маятника максимальны по величине момент возвращающей силы, угловое ускорение и угловая скорость?

При каких положениях маятника максимальны кинетическая и потенциальная энергии?

Почему колебания маятников затухают? Куда расходуется механическая энергия?

Почему величине $L = J/(ml)$ дали название “приведенная длина физического маятника”?

Как изменятся параметры колебаний физического и математического маятников, если их поднять на большую высоту над поверхностью Земли?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики, т.1 - М.: Наука, 1986. С.181-197.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985. С.203-207.
3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986. С.181-186, 277-283.
4. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 1995, 32 с.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.23 (1.16)
ИЗУЧЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА НА ПРИМЕРЕ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: проверить справедливость теоремы Штейнера на примере колебаний физического маятника; измерить массу цилиндра.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

Мерой инертности тела при поступательном движении является его масса. Инертность же вращающегося тела зависит не только от его массы, но и от того, как эта масса распределена относительно оси вращения. Поэтому во вращательном движении в качестве меры инертности вводится физическая величина, называемая моментом инерции.

Моментом инерции тела относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадрат их расстояний до рассматриваемой оси:

$$J = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2 , \qquad (72)$$

где r_i – расстояние от оси вращения до рассматриваемой точки.

Из определения видно, что момент инерции есть величина аддитивная. Это означает, что момент инерции тела равен сумме моментов инерции его частей.

Понятие момента инерции часто связывают с вращением тел. Однако следует отметить, что эта величина существует независимо от вращения. Каждое тело, независимо вращается оно или нет, обладает определенным моментом инерции относительно любой оси, подобно тому, как любое тело обладает массой независимо от того, движется оно или нет.

В случае непрерывного распределения масс соотношение (72) сводится к интегралу:

$$J = \int \rho \cdot r^2 dV , \qquad (73)$$

где ρ – плотность вещества.

Интеграл берется по всему объему тела; величины ρ и R являются функциями положения точки в теле.

Нахождение момента инерции значительно упрощается, если тело однородно и симметрично, а момент инерции находится относительно оси симметрии. Если бы было необходимо найти момент инерции тела относительно любой другой оси, вычисления оказались бы гораздо более сложными. Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штейнера, которая формулируется следующим образом:

момент инерции J относительно произвольной оси ровен сумме момента инерции $\boldsymbol{J_c}$ относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр инерции тела, и произведения массы тела $\boldsymbol{m}$ на квадрат расстояния $\boldsymbol{a}$ между осями, то есть:

$$J = J_c + ma^2 . \qquad (73)$$

Применяя теорему Штейнера и понятие момента инерции, можно подсчитать момент инерции для любой оси вращения твердого тела.

Момент инерции можно не только вычислить, но и измерить косвенным путем. Одним из таких способов является измерение момента инерции на физическом маятнике.

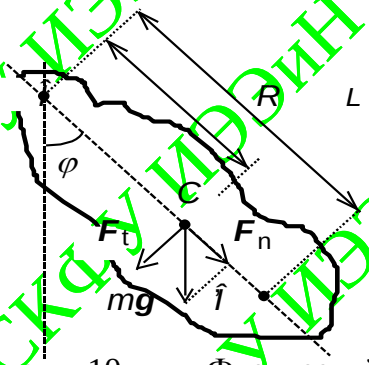

Рисунок 10 – Физический маятник

Физическим маятником называют твердое тело, совершающее колебания относительно горизонтальной оси, не проходящей через его центр масс, под действием силы тяжести (рис. 10).

На этом рисунке буквой O обозначена точка подвеса (эта ось перпендикулярна плоскости рисунка). Расстояние от оси O до центра масс обозначим R. Прямая OC в плоскости чертежа совершает колебания относительно точки O. α - угол отклонения прямой OC от ее положения равновесия. Если маятник отклонен из положения равновесия на некоторый угол φ, то составляющая F_n силы тяжести mg уравновешивается силой реакции оси O, а составляющая F_τ стремится возвратить маятник в положение равновесия. При этом $F_\tau = - mg \sin\varphi$. Знак минус означает, что угловое смещение φ и возвращающая сила F_τ имеют противоположные направления. Момент силы F_τ равен:

$$M = -mgR\sin\varphi. \qquad (74)$$

Поскольку маятник в процессе колебаний совершает вращательное движение относительно оси O , то оно может быть описано основным законом динамики вращательного движения:

$$M = J\,\varepsilon\,. \qquad (75)$$

Момент силы F_τ создает угловое ускорение ε, величина которого в соответствии с основным законом динамики вращательного движения равна:

$$\varepsilon = \frac{-mgR\sin\varphi}{J}, \qquad (76)$$

где J – момент инерции маятника относительно оси О.

В случае физического маятника период колебаний будет находиться по формуле:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgR}} \qquad (77)$$

Из (77) видно, что квадрат периода колебаний прямо пропорционален моменту инерции маятника J и обратно пропорционален его массе m, ускорению свободного падения g и расстоянию R. Это расстояние определяет положение центра масс маятника, которое вычисляется по теореме о центре масс, т.е.:

$$R = \frac{\sum_i m_i \cdot r_i}{\sum_i m_i} \qquad (78)$$

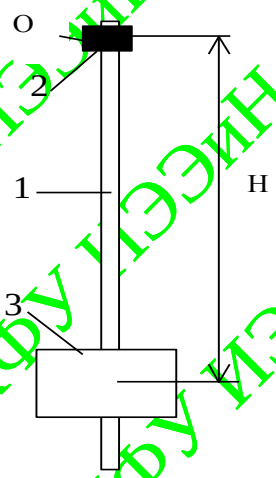

Рисунок 11 – Схема маятника

В данной работе для определения момента инерции и проверки теоремы Штейнера используется физический маятник, представляющий собой стержень – 1, на котором закреплены опорная призма – 2 и цилиндр – 3 (рис. 11). В этом случае положение центра масс определяется из выражения :

$$R = \frac{m_{ñò} \cdot l + 4 \cdot m_{ö} \cdot Í}{4 \cdot (m_{ñò} + m_{ö})}, \qquad (79)$$

где $m_{ст}$ – масса стержня; $m_ц$ – масса цилиндра; l – длина стержня; H – расстояние от оси вращения (т. О) до центра масс цилиндра.

Момент инерции физического маятника (рис. 11), используемого в данной работе, можно вычислить исходя из аддитивности момента инерции, то есть его можно представить в виде суммы моментов инерции трех составляющих частей:

$$J = J_{ст} + J_ц + J_{пр}. \qquad (80)$$

Слагаемые $J_{ст}$ и $J_{пр}$ остаются всегда постоянными, поэтому момент инерции всего маятника зависит от величины $J_ц$. Момент инерции цилиндра $J_ц$ можно расписать по теореме Штейнера, т.е.:

$$J_ц = J_{сц} + m_ц H^2, \qquad (81)$$

где $J_{сц}$ – момент инерции цилиндра относительно оси, проходящей через его центр масс.

Тогда момент инерции всего маятника запишется в виде:

$$J = J_0 + m_ц H^2, \qquad (82)$$

где $J_0 = J_{ст} + J_{сц} + J_{пр}$ – постоянная составляющая, которая при перемещении цилиндра не меняется.

Из данного выражения видно, что момент инерции маятника J должен линейно зависеть от расстояния H^2. Если график экспериментальной зависимости $J=f(H^2)$ окажется прямой линией в пределах погрешности измерений, то это будет означать, что зависимость (81) подтверждена экспериментально, а следовательно, справедлива теорема Штейнера.

Величину момента инерции маятника определяем из формулы (77):

$$J = T^2 mgR / 4\pi^2, \qquad (83)$$

а величину R – из выражения (79).

Построив график зависимости $J=f(H^2)$, можно определить постоянную составляющую момента инерции маятника, а также по углу наклона масеу цилиндра $m_ц$.

АППАРАТУРА И МАТЕРИАЛЫ

В данной лабораторной работе для экспериментальных исследований используется физический маятник (рис. 12), включающий: штатив 5, к которому крепятся верхний и нижний кронштейн; стальной стержень 1, на котором закреплена опорная призмы 2 и цилиндр 3. Цилиндр может перемещаться по всей длине стержня и фиксироваться в требуемом положении. Стержень 1 имеет кольцевые проточки, нанесенные через 10 мм, которые служат для надежной фиксации цилиндра, а также для отсчета расстояния *H*.

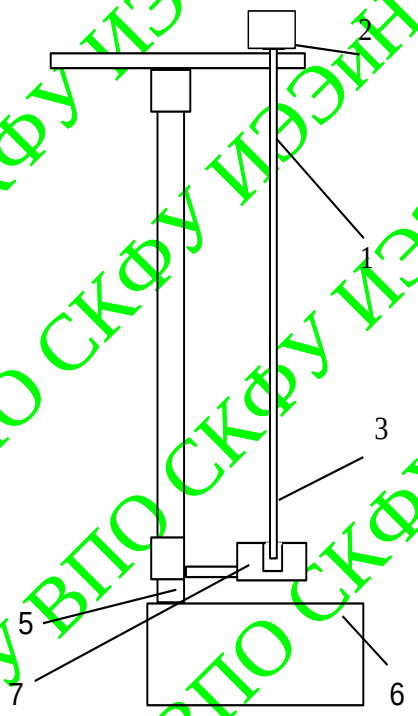

Рисунок 12 – Схема установки

На нижнем кронштейне закреплен фотоэлектрический датчик 7, соединенный кабелем с комбинированным миллисекундомером 6. Нижний кронштейн с датчиком может быть перемещен как вдоль, так и вокруг вертикальной стойки и зафиксирован в любом положении. Миллисекундомер предназначен для измерения времени и подсчета количества колебаний физического или математического маятника. Во время колебаний маятник пересекает световой поток фотоэлектрического датчика, и сигнал с датчика поступает на миллисекундомер. При первом пересечении маятником светового потока начинается отсчет количества колебаний и их времени, результаты измерений высвечиваются на табло “ПЕРИОДЫ” и “ВРЕМЯ”. Отсчет указанных параметров заканчивается после нажатия кнопки “СТОП” и завершения начатого колебания.

МЕТОДИКА И ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Убедиться, что нижний кронштейн установлен таким образом, что стержень физического маятника пересекает оптическую ось фотодатчика.
2. Включить в сеть шнур питания миллисекундомера.
3. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.
4. Дать миллисекундомеру 1-2 мин. прогреться.
5. Установить цилиндр 3 физического маятника на максимальное расстояние *H* от призмы 2.
6. Отклонить маятник на угол 4 - 5°. Нажать кнопку “СБРОС” на миллисекундомере и убедиться, что на индикаторах установились нули. Маятник отпустить без толчка.
7. По миллисекундомеру определить время десяти колебаний, для чего при высвечивании на панели “ПЕРИОДЫ” числа “9” (полностью закончились девять колебаний и началось десятое) нажать кнопку “СТОП”. После завершения

десятого колебания отсчет времени прекратится, на панели “ПЕРИОДЫ” высветится число “10”, а на панели “ВРЕМЯ” - время десяти колебаний. Используя эти данные, вычислить период колебаний по формуле $T = t/n$, где t - время колебаний, n - число колебаний.

8. Уменьшая величину H, измерить периоды колебаний для пяти положений.

9. На каждом положении H провести по пять измерений периода T.

10. Результаты измерения H и T занести в табл.11.

11. По шкале определить длину l стержня.

12. Рассчитать значение величин H^2 и T^2.

13. Определить R для каждого H по формуле (79), а также значение момента инерции маятника J по формуле (83). Результаты занести в таблицу 12.

14. Рассчитать погрешность для величины T^2 для первой и последней точки.

15. Построить график зависимости $J = f(H^2)$.

16. По графику зависимости $J = f(H^2)$ определить значение J_o.

17. Сделать выводы по результатам работы.

Таблица 11 – Результаты измерений на физическом маятнике

Прямые измерения						Косвенные измерения						Средние значения	Прим.
Измеряемые параметры		№ измерения				Вычисляемые параметры		№ измерения					
		1	2	3	…			1	2	3	…		
H_1=…	T_1,с					H_1^2=	T_1^2,с^2						l= $m_ц$=500г $m_{ст}$=300г
H_2=…	T_2,с					H_2^2=	T_2^2,с^2						
H_3=…	T_3,с					H_3^2=	T_3^2,с^2						
…	…					…							

Таблица 12 – Вычисляемые параметры физического маятника

№	H^2, м^2	$T^2_{ср}$, с^2	R, м	J, кг м^2	$m_ц$, кг
1					
2					
…					

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какое свойство твердого тела характеризует его момент инерции?
2. Когда можно применять теорему Штейнера?
3. Что такое физический маятник?
4. Как можно изменить момент инерции маятника – уменьшить, увеличить?
5. Как выглядит график зависимости $T^2 = f(J)$?

ЛИТЕРАТУРА

1. Трофимова Т.И. Курс физики. М.: Высшая школа, 2001.
2. Савельев И. В. Курс общей физики. Т.1, М.: Наука, 2002.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1.25 (1.7)
ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: изучение закономерностей затухающих механических колебаний.

КРАТКАЯ ТЕОРИЯ

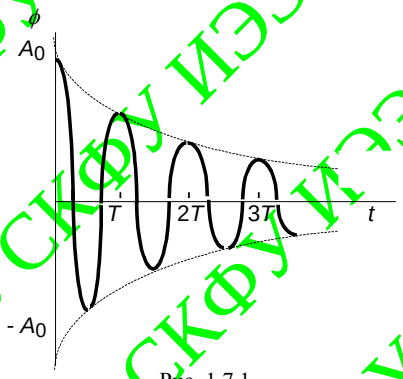

Рис. 1.7.1

Амплитуда колебаний реальных колебательных систем, предоставленных самим себе после выведения их из положения равновесия, с течением времени уменьшается, то есть наблюдается затухание колебаний. Это обусловлено превращением механической энергии колебаний в теплоту вследствие трения в механических колебательных системах.

Для изучения затухающих механических колебаний в данной работе используется физический маятник (рис. 1.6.1 в руководстве к лабораторной работе N 1.6). Рассмотрим колебания физического маятника с учетом того, что помимо момента силы тяжести M на маятник в реальных условиях действует еще и момент силы сопротивления M_c. В руководстве к лабораторной работе N 1.6 показано, что при малых углах отклонения φ

$$M = - mgl\varphi ,$$

где m - масса маятника, g - ускорение свободного падения, l - расстояние между осью вращения и центром масс маятника. При малых углах отклонения φ и, соответственно, малых угловых скоростях $d\varphi/dt$

$$M_c = - r \frac{d\varphi}{dt} , \qquad (1)$$

где r - коэффициент сопротивления. Знак “минус” указывает на то, что момент силы сопротивления M_c и угловая скорость $d\varphi/dt$ направлены в противоположные стороны. В этом случае основной закон динамики вращательного движения, описывающий движение маятника, принимает вид

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = - mgl\varphi - r \frac{d\varphi}{dt} , \qquad (2)$$

где J - момент инерции маятника относительно оси вращения.

Уравнение (2) удобно переписать таким образом:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2 \varphi = 0 , \qquad (3)$$

где $\beta = r/2J$ и $\omega_0^2 = mgl/J$. Решение дифференциального уравнения (3) дает зависимость угла отклонения φ от времени t

$$\varphi = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) , \qquad (4)$$

где амплитуда затухающих колебаний

$$A = A_0 e^{-\beta t} , \qquad (5)$$

A_0 - начальная амплитуда; e - основание натурального логарифма; $\beta = r/2J$

- коэффициент затухания; ω - циклическая частота затухающих колебаний, определяемая выражением

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}; \qquad (6)$$

ω_0 - циклическая собственная частота колебаний, т.е. частота колебаний в отсутствие силы сопротивления (r=0); α - начальная фаза.

График затухающих колебаний для случая $\alpha = 0$ представлен на рис. 1.7.1. Следует отметить, что затухание нарушает периодичность колебаний (через время $t = T$ маятник отклонится на угол $A < A_0$), поэтому колебания уже не являются периодическим процессом и, строго говоря, к ним неприменимы понятия периода и частоты. Однако, если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием периода T как промежутка времени между двумя последующими максимумами колеблющейся величины. В таком случае

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \qquad (7)$$

Положив в формуле (5)

$$t = \tau = 1/\beta, \qquad (8)$$

получим $A_\tau = A_0 e^{-\beta\tau} = A_0 e^{-1}$,

откуда $A_0 / A_\tau = e$;

где τ - постоянная времени затухания - промежуток времени, в течение которого амплитуда колебаний убывает в e = 2,718… раз. Во многих случаях, после убывания амплитуды колебаний в e раз можно считать, что колебания практически прекратились, поэтому τ иногда называют временем релаксации.

Из сказанного выше следует, что $\beta = 1/\tau$, т.е. коэффициент затухания - это величина, обратная тому промежутку времени, за которое амплитуда уменьшается в e раз.

Помимо коэффициента затухания вводятся величины, характеризующие убывание амплитуды за период. Отношение амплитуд, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, равно

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$$

и называется декрементом затухания, а его логарифм - логарифмическим декрементом затухания:

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \qquad (9)$$

Если в (9) подставить $\beta = 1 / \tau$, то

$$\theta = T/\tau = 1/N_e, \qquad (10)$$

т.е. логарифмический декремент затухания обратен по величине числу колебаний N_e, совершаемых за то время, за которое амплитуда уменьшается в e раз.

Характеристикой качества колебательной системы, ее способности сохранять запасенную энергию служит добротность Q, определяемая как отношение запасенной энергии к потерям за время $T/(2\pi) = 1/\omega$. С учетом этого можно показать, что

$$Q = \frac{\pi\tau}{T} = \pi N_e = \frac{\pi}{\theta}. \qquad (11)$$

Таким образом, добротность Q равна числу колебаний за время $\pi\tau$. За это время амплитуда уменьшается в $e^{\pi} \approx 23$ раза, а энергия в $e^{2\pi} \approx 535$ раз.

В данной лабораторной работе предлагается экспериментально проверить методом линеаризации функции (см. Приложение) справедливость экспоненциального характера убывания амплитуды затухающих колебаний (5) при различных коэффициентах затухания β. Для линеаризации функции (5) необходимо ее прологарифмировать и представить в виде

$$\ln A_0/A = \beta t, \qquad (12)$$

т.е. зависимость между $\ln(A_0/A)$ и временем t должна быть линейной. Если графики экспериментальных зависимостей $\ln(A_0/A) = f(t)$ при различных β окажутся прямыми линиями в пределах погрешностей измерений, то это будет означать, что зависимость (5) подтверждена экспериментально. В этом случае коэффициенты затухания β равны угловым коэффициентам прямых и их можно определить по формуле

$$\beta = \frac{\Delta \ln(A_0/A)}{\Delta t}, \qquad (13)$$

где Δt - произвольный отрезок на оси t (приращение аргумента), $\Delta\ln(A_0/A)$ - соответствующий отрезок на оси $\ln(A_0/A)$ (соответствующее приращение функции).

Измерив период затухающих колебаний T, с помощью выражений (6) - (11) можно определить другие параметры затухающих колебаний: ω, ω_0, τ, θ, N_e, Q.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

В данной работе для экспериментальных исследований используется физический маятник (рис. 1.7.2), представляющий собой тонкий стержень 1, на котором закреплен дисковый груз 2, перемещающийся по стержню. Маятник подвешен в подшипниковых опорах к верхнему кронштейну стойки 3. На верхнем кронштейне также крепится фотодатчик 4, соединенный кабелем с комбинированным электронным миллисекундомером 5. Миллисекундомер предназначен для измерения времени и подсчета количества колебаний маятника. После того, как маятник будет выведен из положения равновесия и отпущен, одновременно с маятником совершает колебания и сектор 6, закрепленный на стержне 1. Во время колебаний он прерывает световой поток фотодатчика и соответствующие сигналы с фотодатчика поступают на миллисекундомер. При первом прерывании сектором 6 светового потока начинается отсчет количества колебаний и их времени, результаты измерений высвечиваются на табло “ПЕРИОДЫ” и “ВРЕМЯ”. Отсчет указанных параметров заканчивается после нажатия кнопки “СТОП” и завершения начатого колебания.

На нижнем кронштейне закреплена шкала 7, по которой производится отсчет амплитуды колебаний. Для изменения коэффициента сопротивления r и,

соответственно, коэффициента затухания β на груз 2 могут крепиться бумажные диски 8 различного диаметра таким образом, чтобы их плоскость была перпендикулярна направлению движения груза 2. При этом масса маятника, его момент инерции и положение центра масс не изменятся, т.к. массы и моменты инерции бумажных дисков пренебрежимо малы по сравнению с массой и моментом инерции маятника.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить в сеть шнур питания экспериментальной установки .

2. Нажать на кнопку “СЕТЬ”, расположенную на лицевой панели миллисекундомера, при этом должны загореться лампочка фотодатчика и цифровые индикаторы миллисекундомера.

3. Нажать кнопку “СБРОС” и убедиться, что на индикаторах установились нули.

4. Отклонить маятник без диска на угол 6°, который будет являться начальным значением амплитуды A_0 , и отпустить без толчка.

5. При уменьшении амплитуды колебаний до A = 5° нажать кнопку “СТОП”.

6. По миллисекундомеру определить время t затухания колебаний от A_0 = 6° до A = 5° и число колебаний N, которые при этом совершились. Результаты измерений A , t и N занести в таблицу 1.7.1.

7. Измерения по п.п. 3 - 6 повторить не менее пяти раз.

8. Произвести измерения по п.п. 3 - 7 для значений A = 4° , 3° , 2° при той же начальной амплитуде A_0 = 6°.

9. Измерение по п.п. 3 - 8 повторить для маятника с диском. Результаты измерений занести в таблицу 1.7.2, аналогичную таблице 1.7.1.

10. Рассчитать для маятника с диском и без него значения $\ln(A_0/A)$ и периода колебаний $T = t/N$, а также средние значения T и t , соответствующие каждому значению A. Результаты расчета занести в таблицы 1.7.1 и 1.7.2.

11. Для маятника без диска рассчитать погрешности измерения t для экспериментальных точек, соответствующих A = 5° и A = 2°. Погрешности остальных экспериментальных точек можно считать промежуточными между погрешностями этих точек. Такие же расчеты проделать для маятника с диском.

12. По данным таблиц 1.7.1. и 1.7.2 нанести экспериментальные точки на систему координат $\ln(A_0/A)$, t . Здесь же отложить доверительные интервалы величины t , соответствующие рассчитанным погрешностям.

13. Провести графики зависимостей $\ln(A_0/A) = f(t)$ для маятника с диском и без него. Убедиться, что графики представляют собой прямые линии, проходящие через начало координат и через все доверительные интервалы.

14. Сравнить наклон графиков. Используя графики и соотношение (13) , определить значения коэффициентов затухания.

15. Используя данные таблиц 1.7.1 и 1.7.2 , определить средние значения периодов колебаний $T_{ср}$ маятника с диском и без него.

16. Используя полученные значения β , $T_{ср}$ и соотношения (6) - (11),

определить ω, ω_0 , τ, θ, N_e и Q. Для удобства сравнения параметров затухающих колебаний при различных коэффициентах сопротивления их рекомендуется свести в таблицу 1.7.3.

Таблица 1.7.1

Результаты измерений параметров затухающих колебаний физического маятника без диска

A, град	№ измер.	t, с	N	T, с	$\ln(A_0/A)$
5	1				
	2				
	…				
	средн. знач.				
…	…	…	…	…	…
2	1				
	2				
	…				
	средн. знач.				

Таблица 1.7.2.

Сравнение результатов затухающих колебаний при различных коэффициентах сопротивления

Параметры	$T_{СР}$, с	β, 1/с	ω, 1/с	ω_0, 1/с	t, с	θ	N_e	Q
Маятник без диска								
Маятник с диском Ø … мм								

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

О чем свидетельствует линейность экспериментальных зависимостей $\ln(A_0/A) = f(t)$?

Как определить долю механической энергии, теряемой колебательной системой за период колебания? Каковы причины этих потерь?

В каких пределах может меняться коэффициент затухания β ? Каков будет характер движения маятника при $\beta \geq \omega_0$?

Как изменится график экспериментальной зависимости $\ln(A_0/A) = f(t)$ и период колебаний, если маятник поместить в вакуум, в воду?

Почему измерения проводятся при малых амплитудах колебаний ($A \leq 6^\circ$)?

Чем обусловлены погрешности измерения времени t затухания колебаний? Какие рекомендации можно дать экспериментатору для уменьшения этих погрешностей при проведении измерений по предлагаемой методике?

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И.В. Курс общей физики. т.1 - М.: Наука, 1986. С.204-209.

2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1985. С.212-215.

3. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высшая школа, 1986. С. 291-296.

4. Голубин М.А., Хабибулин И.М., Шестопалова В.И. Введение в лабораторный практикум по физике. - Ставрополь, 1995, 32 с.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев И. В. Курс общей физики: учебное пособие: в 4 т. Т. 1. Механика. Молекулярная физика и термодинамика / под ред. В. И. Савельева. – М.: КНОРУС, 2009.

2. Фриш С. Э., Тиморева А. В. Курс общей физики: учебник: в 3 т. Т. 1. Физические основы механики. Молекулярная физика. Колебания и волны. Изд. 12-е, стер. – СПб.: Лань, 2007.

3. Бондарев Б. В. Калашников Н. П., Спирин Г. Г. Курс общей физики: учеб. пособие для вузов: в 3 кн. Кн.1. Механика. – М.: Высшая школа, 2003.

4. Физика. Введение в лабораторный практикум: методические указания / сост.: Хабибулин И. М., Хабибулина В. Н., Беляева Е. Н. – Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2014.

ФГАОУ ВПО Северо-Кавказский федеральный университет электроэнергетики, электроники и нанотехнологий кафедра физики, электротехники и электроники ИЭиН ФЭиС СКФУ

Учебное издание

ФИЗИКА

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Учебное пособие для студентов
технических и технологических
направлений подготовки (специальностей)

Авторы:
Хабибулин Ибрагим Мюгюршаевич
Пигулев Роман Витальевич
Жданова Наталья Владимировна
Хабибулина Валентина Николаевна

Редактор, технический редактор
Компьютерная верстка

Подписано в печать
Формат 60x84 1/16 Усл. печ. л. Уч.-изд. л.
Бумага офсетная Заказ Тираж экз.

Отпечатано в Издательско-полиграфическом комплексе
ФГАОУ ВПО «Северо-Кавказский федеральный университет»
355029, г. Ставрополь, пр-т Кулакова, 2