

Министерство Российской Федерации по делам гражданской обороны, чрезвычайным  
ситуациям и ликвидации последствий стихийных бедствий  
**ФГБОУ ВО Сибирская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России**  
**Кафедра физики, математики и информационных технологий**

**СБОРНИК КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ  
И УПРАЖНЕНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«СОВРЕМЕННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ  
МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОСФЕРНЫХ  
ОБЪЕКТОВ»**

для слушателей, обучающихся по направлению подготовки  
20.04.01 Техносферная безопасность (уровень магистратуры)

Железногорск  
2016

## Содержание

Порядок и правила выполнения контрольных работ .....	3
Варианты заданий и контрольных работ .....	4
Контрольная работа № 1 .....	5
Рекомендуемая литература.....	9

## **Порядок и правила выполнения контрольных работ**

Контрольная работа, предлагаемая для самостоятельного решения слушателями, составлена по 10 вариантной системе. Это позволило отразить в ней более широкий круг вопросов программы и избежать повторения вариантов заданий на потоке. Варианты контрольных работ приведены в таблице 1.

На первом курсе обучения слушатели выполняют контрольную работу № 1.

К выполнению контрольной работы следует приступать только после изучения соответствующей литературы и разбора решения типовых задач. При этом следует руководствоваться следующими указаниями:

1. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради (12-18 стр.), на внешней обложке которой должны быть указаны фамилия и инициалы слушателя, полный шифр, номер контрольной работы и дата ее отправки в академию. Решения всех задач и пояснения к ним должны быть достаточно подробными. При необходимости следует делать соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении данной задачи. Все вычисления (в том числе и вспомогательные) необходимо делать полностью. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и четко с указанием единиц масштаба, координатных осей и других элементов чертежа. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на чертеже.

2. После получения работы (как зачтенной, так и незачтенной) слушатель должен исправить в ней все отмеченные рецензентом недостатки. В случае незачета слушатель обязан в кратчайший срок выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом первоначально выполненную работу.

3. Контрольная работа должна выполняться самостоятельно. Если будет установлено, что контрольная работа выполнена не самостоятельно, то она не будет зачтена, даже если в этой работе все задачи решены верно.

4. В период экзаменационной сессии слушатель обязан представить зачтенную контрольную работу. При необходимости (по требованию преподавателя) слушатель должен давать на зачете устные пояснения ко всем или некоторым задачам, содержащимся в контрольной работе.

5. Для определения варианта контрольной работы используется таблица 2.

Если в процессе изучения материала или при решении той или иной задачи у слушателя возникают вопросы, на которые он не может ответить сам, то можно обратиться к преподавателю для получения письменной консультации. В запросе следует возможно более точно указать характер затруднения.

## Варианты заданий и контрольных работ

Таблица 1

№ варианта	Задачи для выполнения контрольной работы № 1			
1	1	11	21	31
2	2	12	22	32
3	3	13	23	33
4	4	14	24	34
5	5	15	25	35
6	6	16	26	36
7	7	17	27	37
8	8	18	28	38
9	9	19	29	39
0	10	20	30	40

Таблица 2

№ варианта	Две последних цифры номера зачетной книжки									
1	01	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	02	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	03	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	04	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	05	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	06	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	07	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	08	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	09	19	29	39	49	59	69	79	89	99
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

## Контрольная работа № 1 «Применение математических моделей»

### I. Распределение Пуассона

Задача 1–10: В результате эксперимента, состоящего из  $n$  испытаний, в каждом из которых рассматривалось число появлений  $x_i$  некоторого события, получено некоторое эмпирическое распределение, заданное таблицей следующего вида:

$x_i$	0	1	2	3	...
$n_i$	...	...	...	...	...

где  $x_i$  – наблюдаемые значения;  $n_i$  – эмпирические частоты.

Требуется найти выравнивающие (теоретические) частоты  $n'_i$  в предположении, что случайная величина  $X$  (генеральная совокупность) распределена по закону Пуассона.

1.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	115	171	129	64	22	6	2	1

2.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	112	165	125	65	21	5	4	3

3.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	117	170	131	63	24	4	0	1

4.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	114	166	128	60	22	6	2	2

5.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	111	172	132	66	25	6	2	1

6.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	112	167	130	64	22	4	3	3

7.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	108	169	118	65	21	5	3	1

8.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	109	172	134	63	24	7	2	1

9.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	105	168	119	60	22	6	3	2

10.

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	116	167	136	66	25	5	3	2

## II. Вычисление показателей эффективности СМО

Задачи **11–20**. Имеется  $n$ -канальная СМО с  $m$ -ограниченной очередью, где значение показателей  $n, m, \lambda, \mu$  заданы в таблице вида

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
...	...	...	...

1. Построить размеченный граф состояний.
2. Составить и решить систему, состоящую из уравнений баланса для состояний.
3. Построить масштабированный граф состояний.
4. Вычислить показатели эффективности:

$$L_{\text{сист}}, L_{\text{очер}}, L_{\text{обсл}}, T_{\text{сист}}, T_{\text{очер}}, T_{\text{обсл}},$$

используя матожидания.

5. Сравнить с показателями эффективности вычисленными по формулам для соответствующей СМО.

**11.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
1	3	1	4

**12.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
2	2	1	4

**13.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
3	1	1	4

**14.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
4	0	1	4

**15.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
1	3	3	4

**16.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
2	2	3	4

**17.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
3	1	3	4

**18.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
4	0	3	4

**19.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
1	3	1	2

**20.**

$n$	$m$	$\lambda$	$\mu$
2	2	1	2

### III. Проверка распределения на нормальность

Задачи **21-30**. Построить нормальную кривую по данному распределению, заданному таблицей следующего вида:

$x_i$	0	1	2	3	...
$n_i$	...	...	...	...	...

где  $x_i$  – наблюдаемые значения;  $n_i$  – эмпирические частоты.

21.	варианты	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182
	частоты	10	14	26	28	12	8	2

22.	варианты	150-154	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178
	частоты	2	8	24	26	15	15	10

23.	варианты	152-156	156-160	160-164	164-168	168-172	172-176	176-180
	частоты	3	12	12	25	23	15	10

24.	варианты	156-160	160-164	164-168	168-172	172-176	176-180	180-184
	частоты	12	16	26	23	22	6	5

25.	варианты	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182	182-186
	частоты	12	14	24	20	19	8	3

26.	варианты	160-164	164-168	168-172	172-176	176-180	180-184	184-188
	частоты	9	12	14	17	24	12	12

27.	варианты	164-168	168-172	172-176	176-180	180-184	184-188	188-192
	частоты	16	12	18	15	32	2	5

28.	варианты	148-152	152-156	156-160	160-164	164-168	168-172	172-176
	частоты	1	24	16	18	24	11	6

29.	варианты	152-156	156-160	160-164	164-168	168-172	172-176	176-180
	частоты	9	12	15	18	26	8	12

30.	варианты	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	178-182	182-186
	частоты	10	9	14	25	26	8	8

#### IV. Построение регрессионных моделей

В задачах **31–40** по данным таблицы

- 1) построить поле корреляции;
- 2) найти выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$  ;
- 3) оценить значимость модели по критерию Фишера с  $\alpha = 0,05$  .

31.	$x_i$	6,0	6,5	6,8	7,0	7,4	8,0	8,2	8,7	9,0	10,0
	$y_i$	10	11	12	13	15	17	18	20	20	25

32.	$x_i$	30	41	52	60	73	80	92	100	112	125
	$y_i$	19	25	30	32	37	40	45	47	51	53

33.	$x_i$	97	73	79	99	86	91	85	77	89	95
	$y_i$	161	131	135	147	139	151	135	132	161	159

34.	$x_i$	25	28	29	27	29	28	29	24	25	23
	$y_i$	55	48	40	42	27	35	28	58	54	52

35.	$x_i$	28	25	33	49	32	24	32	24	36	32
	$y_i$	34	28	38	47	36	27	38	29	43	37

36.	$x_i$	20,0	12,8	9,2	5,3	18,6	10,8	28,7	13,8	28,6	22,9
	$y_i$	15,5	8,4	6,6	3,5	10,1	3,3	24,2	10,2	20,8	19,2

37.	$x_i$	78	84	87	79	106	106	67	98	77	87
	$y_i$	137	148	135	154	157	195	139	162	152	162

38.	$x_i$	81	77	85	79	93	100	72	90	71	89
	$y_i$	124	131	146	139	143	159	135	152	127	154

39.	$x_i$	60,6	59,6	60,8	59,4	60,4	60,8	60,6	59,3	60,3	62,3
	$y_i$	3,4	3,1	3,7	3,4	3,6	3,3	3,1	3,3	3,6	4,7

40.	$x_i$	8	11	9	8	6	12	15	7	6	13
	$y_i$	77	81	83	81	73	85	87	70	67	95



## Рекомендуемая литература

### а) Основная литература:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для вузов / В.Е. Гмурман. 12-е изд., стер. – М.: Юрайт, 2014. – 479 с. (Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов вуза.)
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебное пособие для втузов. Т. 1 / Н.С. Пискунов. – изд., стер. – М.: «Интеграл Пресс», 2008. – 416 с. (Допущено Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов вуза.)
3. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: Учебное пособие для втузов. Т. 2 / Н.С. Пискунов. – изд., стер. – М.: «Интеграл Пресс», 2008. – 544 с. (Допущено Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов вуза.)
4. Шипачёв В.С. Высшая математика: Учебник для вузов. – 10 изд., стер. – М.: Высшая школа, 2010. – 480 с. (Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений.)

### б) Дополнительная литература:

5. Баврин И.И. Высшая математика: Учебник для вузов. – М.: «Академия», 2010. (Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации в качестве учебника для студентов классических университетов и высших педагогических учебных заведений.)
6. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятности и математической статистике: Учебное пособие. – 9-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2004. – 404 с.