

**МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ  
ЗАОЧНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**Факультет механизации и технического сервиса**

**Кафедра высшей математики**

**ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ И ЗАДАНИЯ  
ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ**

**Студентам 1, 2 курсов по направлениям подготовки бакалавров:**

**35.03.06 – «Агроинженерия»**

**09.03.02 – «Информационные системы и технологии»**

**20.03.02 – «Природообустройство и водопользование»**

**23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и  
комплексов»**

**Москва 2016**

Составители: доцент Лычкин В.Н., старший преподаватель  
Капитонова В.А.

УДК 517. (076)

Высшая математика: Методические указания по изучению дисциплины/  
Рос. гос. аграр. заоч. ун-т; Сост. Лычкин В.Н., Капитонова В.А. М., 2015. стр. 25

Предназначены для студентов 1 и 2 курсов

Утверждены методической комиссией факультета механизации и техни-  
ческого сервиса

Рецензенты: д.т.н., профессор Славкин В.И.; к.т.н., доцент Липа О.А.  
(ФГБОУ ВО РГАЗУ)

## Раздел 1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания по дисциплине «Высшая математика» составлены в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО 3+) по направлениям подготовки бакалавров 35.03.06 – «Агроинженерия» (утверждено приказом Минобрнауки РФ от 20.10.2015 № 1172) ; 09.03.02 – «Информационные системы и технологии» (утверждено приказом Минобрнауки РФ от 12.03.2015 № 219), 20.03.02 – «Природообустройство и водопользование» (утверждено приказом Минобрнауки РФ от 06.03.2015 № 160); 23.03.03 – «Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов» (утверждено приказом Минобрнауки РФ от 06.03.2015 № 161) и рабочими учебными планами, утвержденными Ученым советом РГАЗУ.

### 1. 1. Цели и задачи дисциплины

Целью математического образования является развитие навыков математического мышления; навыков использования математических методов и основ математического моделирования; математической культуры у обучающегося.

Ему необходимо в достаточной степени владеть как классическими, так и современными математическими методами анализа задач, возникающих в его практической деятельности, использовать возможности вычислительной техники, уметь выбирать наиболее подходящие комбинации известных методов, знать их сравнительные характеристики.

Для выработки у современных специалистов с высшим образованием необходимой *математической культуры* необходимо *решение следующих задач*:

1. Обеспечение высокого уровня фундаментальной математической подготовки студентов.

2. Выработки у студентов умения проводить логический и качественный анализ социально-экономических задач управления на основе построения математических моделей на базе различных средств информационного обеспечения.

3. Умение использовать методы современной математики, необходимые для работы по выбранной специальности.

4. Умение специалиста самостоятельно продолжить свое математическое. В результате изучения дисциплины выпускник должен:

- 1) обладать следующими **общекультурными компетенциями (ОК)**:  
способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1);  
способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7).
- 2) обладать следующими **общепрофессиональными компетенциями (ОПК)**:  
способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОПК-2).

3) обладать следующими **профессиональными компетенциями (ПК)**:  
готовностью к обработке результатов экспериментальных исследований (ПК-3);

способностью разрабатывать средства реализации информационных технологий (методические, информационные, математические, алгоритмические, технические и программные) (ПК-12);

способностью использовать математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований (ПК-25);

В результате изучения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные понятия и методы математического анализа, теории дифференциальных уравнений, элементов теории функций комплексной переменной.

**Уметь:** использовать математический аппарат для обработки технической и экономической информации и анализа данных.

**Владеть:** методами построения математических моделей типовых профессиональных задач.

## **1. 2. Библиографический список**

### *Основной*

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. пособие для бакалавров /В.Е. Гмурман.– 12 – е изд. – М: Юрайт: Высш. шк., 2012. – 479 с.

2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистики: Учеб.пособие для вузов /В.Е. Гмурман. – 11 – е изд., перераб. и доп. – М: Высш. шк.: Юрайт, 2013. – 404 с.

3. Лычкин В.Н. Высшая математика: Учебное пособие.– М.: ФГБОУ ВПО РГАЗУ, 2011.

4. Лычкин В.Н. Математический анализ в задачах и упражнениях: Учеб. пособие. /В.Н. Лычкин, В.А. Капитонова.–М.: ФГБОУ ВПО РГАЗУ, 2013.

### *Дополнительный*

5. Демидович Б.П.,Краткий курс высшей математики: Учеб. пособие для вузов. /Б.П. Демидович, В.А. Кудрявцев.– М.: Астрель; «АСТ», 2007.

6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т. 1 и 2. /Н.С. Пискунов. –М.: Наука (любое издание).

### 1. 3. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины

Таблица 1

| № п.п. | Наименование модулей и тем дисциплины                                    | Всего, ч     | В том числе, ч |                      |                        | Рекомендуемая литература |
|--------|--|--------------|----------------|----------------------|------------------------|--------------------------|
|        |  |              | Лекции         | Практические занятия | Самостоятельная работа |                          |
| 1      | 2  | 3            | 4              | 5                    | 6                      | 7                        |
| 1      | Модуль 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии            | 32 (32)      | - (-)          | 2 (-)                | 30 (32)                | 3,4                      |
| 2      | Модуль 2. Введение в математический анализ                               | 34 (32)      | 2 (-)          | 2 (2)                | 30 (30)                | 3,4,5                    |
| 3      | Модуль 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной           | 66 (66)      | 2 (2)          | 4 (4)                | 60 (60)                | 3,4,5                    |
| 4      | Модуль 4. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций | 56 (56)      | 2 (2)          | 4 (2)                | 50 (52)                | 3,4,5                    |
| 5      | Модуль 5. Элементы высшей алгебры  | 20 (20)      | - (-)          | - (-)                | 20 (20)                | 3,4                      |
| 6      | Модуль 6. Неопределенный интеграл  | 56 (56)      | 2 (2)          | 4 (2)                | 50 (52)                | 3,4,5                    |
| 7      | Модуль 7. Определенный интеграл  | 34 (34)      | 2 (-)          | 2 (2)                | 30 (32)                | 3,4,5                    |
| 8      | Модуль 8. Функции многих независимых переменных                          | 22 (22)      | - (-)          | 2 (2)                | 20 (20)                | 3,4,5                    |
| 9      | Модуль 9. Кратные и криволинейные интегралы                              | 34 (34)      | 2 (-)          | 2 (-)                | 30 (34)                | 3,4,5                    |
| 10     | Модуль 10. Дифференциальные уравнения первого порядка                    | 24 (24)      | 2 (2)          | 2 (2)                | 20 (20)                | 3,4,5                    |
| 11     | Модуль 11. Дифференциальные уравнения высших порядков                    | 24 (24)      | 2 (2)          | 2 (2)                | 20 (20)                | 3,4,5                    |
| 12     | Модуль 12. Числовые и функциональные ряды                                | 34 (34)      | 2 (-)          | 2 (-)                | 30 (34)                | 3,4,5                    |
| 13     | Модуль 13. Теория вероятностей   | 38 (38)      | 2 (2)          | 2 (-)                | 34 (36)                | 1,2,4                    |
| 14     | Модуль 14. Основные понятия математической статистики                    | 30 (30)      | - (-)          | - (-)                | 30 (30)                | 1,2,4                    |
| Итого  |  | 504<br>(504) | 20<br>(12)     | 30<br>(18)           | 454<br>(474)           |                          |

Примечание: в скобках указаны часы для студентов с сокращенным сроком обучения.

## Раздел 2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНЫХ МОДУЛЕЙ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ИЗУЧЕНИЮ

### 2. 1. Модуль 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.

#### 2. 1. 1. Содержание модуля.

Тема 1. 1. Аналитическая геометрия на плоскости.

Уравнения линий на плоскости. Различные формы уравнения прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.

Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола, Их геометрические свойства и уравнения.

### *Т е м а 1. 2. Элементы линейной алгебры.*

Определители второго и третьего порядков, их свойства. Алгебраические дополнения и миноры. Определители  $n$ -го порядка. Вычисление определителя его разложением по строке (столбцу).

Системы двух и трех линейных уравнений. Матричная запись системы линейных уравнений. Правило Крамера. Система линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод Гаусса. Матрицы, действия над ними. Обратная матрица.

*Т е м а 1. 3. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии в пространстве.*

Системы координат на прямой, плоскости и в пространстве. Пространства  $R^2$  и  $R^3$ . Векторы. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Длина вектора и угол между двумя векторами в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения.

Векторное произведение двух векторов, его свойства. Условие коллинеарности двух векторов. Геометрический смысл определителя 2-го порядка. Простейшие приложения векторного произведения в науке и технике.

Смешанное произведение трех векторов. Его геометрический смысл.

Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между плоскостями. Угол между прямой и плоскостью.

Уравнение поверхности в пространстве. Цилиндрические поверхности. Сфера. Конус. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Полярные координаты на плоскости. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве.

### **2. 1. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебнику [3] теоретического материала (главы 1,2), разберите решение примеров 1, 2.

### **2. 2. Модуль 2. Введение в математический анализ.**

#### **2. 2. 1. Содержание модуля.**

Множество вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Сложные и обратные функции. Числовая последовательность и ее предел. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

Предел функции в точке и в бесконечности. Первый и второй замечательные пределы. Свойства пределов функции. Бесконечно малые величины. Их свойства. Сравнение бесконечно малых.

Непрерывность функции в точке и на интервале. Точки разрыва функции. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функции непрерывных на отрезке.

#### **2. 2. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите реше-

ние задач 43, 46, 48, 67, 78, 108 из [4].

### **2. 3. Модуль 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной**

#### **2. 3. 1. Содержание модуля.**

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Ее геометрический и механический смысл. Правила дифференцирования функций. Производные основных элементарных функций. Производная сложной и обратной функции. Производные высших порядков.

Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы дифференциала. Дифференцирование функций, заданных параметрически. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

Правило Лопиталю. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши

#### **2. 3. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение задач 120, 124, 133, 138 из [4].

### **2. 4. Модуль 4. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций.**

#### **2. 4. 1. Содержание модуля.**

Условия монотонности функций. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, дифференцируемой на отрезке.

Исследование выпуклости графика функции. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Уравнение касательной к кривой в данной точке.

#### **2. 4. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение задач 194, 209, 213, 229, 244 из [4].

### **2. 6. Модуль 6. Неопределенный интеграл.**

#### **2. 6. 1. Содержание модуля.**

Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной и по частям.

Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.

#### **2. 6. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение задач 304, 307, 330, 345, 357 из [4].

### **2. 7. Модуль 7. Определенный интеграл.**

#### **2. 7. 1. Содержание модуля.**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Методы вычисления определенного интеграла по формулам прямоугольников,

трапеций, Симпсона. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства.

Приложение определенного интеграла.

### **2. 7. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решенные задачи 436, 448, 468, 480, 491, 503 из [4].

## **2. 8. Модуль 8. Функции многих независимых переменных.**

### **2. 8. 1. Содержание модуля.**

Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.

Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия. Метод наименьших квадратов. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Примеры применений при поиске оптимальных решений.

### **2. 8. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решенные задачи 561, 566, 571, 613, 614 из [4].

## **2. 9. Модуль 9. Кратные и криволинейные интегралы.**

### **2. 9. 1. Содержание модуля.**

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла (в частности, задача о вычислении объема цилиндрического тела). Двойной интеграл; его определение. Формулировка теоремы о существовании двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Теорема о среднем значении.

Вычисление двойного интеграла по прямоугольной и произвольной областям сведением к повторному интегралу. Перемена порядка интегрирования в повторном интеграле. Переход в двойном интеграле к полярным координатам.

Геометрические и физические приложения двойного интеграла: вычисление объемов тел и площадей, массы плоских фигур, моментов инерции и статистических моментов, координат центра тяжести плоских фигур.

Понятие о тройном интеграле. Задача о вычислении работы переменной силы. Определение криволинейного интеграла по координатам. Его простейшие свойства. Вычисление криволинейного интеграла путем сведения его к определенному интегралу. Криволинейный интеграл по дуге. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования (плоский случай). Нахождение функции двух переменных по ее полному дифференциалу. Интеграл по поверхности. Понятие о потоке векторного поля. Дивергенция. Формула Остроградского-Гаусса.

### **2. 9. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решенные задачи 777, 781, 790, 801, 816, 836 из [4].



## **2. 10. Модуль 10. Дифференциальные уравнения первого порядка.**

### **2. 10. 1. Содержание модуля.**

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятие об общем и частном решении. Интегральные кривые. Начальные условия

Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения; линейные дифференциальные уравнения.

Формулировка теоремы о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Понятие об особом решении.

Дифференциальное уравнение семейства плоских кривых, зависящих от одного параметра. Задача об ортогональных траекториях. Поле направлений дифференциального уравнения. Изоклины. Приближенное решение дифференциальных уравнений первого порядка (способ Эйлера).

### **2. 10. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение задач 636, 658, 667, 673 из [4].

## **2. 11. Модуль 11. Дифференциальные уравнения высших порядков.**

### **2. 11. 1. Содержание модуля.**

Понятие о дифференциальных уравнениях высших порядков, Общее и частное решения. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка. Свойства их решений. Линейно-независимые решения. Структура общего решения.

Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Запись общего решения в зависимости от корней характеристического уравнения.

Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Теорема наложения. Метод вариации произвольных постоянных. Отыскание частных решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае специальных правых частей уравнения (многочлен,  $Ae^{kx}$ ,  $A\cos nx + B\sin nx$ ).

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами высших порядков. Системы линейных дифференциальных уравнений постоянными коэффициентами, простейшие приемы решения.

### **2. 11. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решение задач 702, 703, 714, 716 из [4].

## **2. 12. Модуль 12. Числовые и функциональные ряды.**

### **2. 12. 1. Содержание модуля.**

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости. Знакочере-

дующиеся ряды. Признак Лейбница. Ряды с комплексными членами, методы исследования на сходимость.

Теорема Абеля. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.

Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов к приближенным вычислениям.

Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье. Разложение функции в ряд Фурье. Формулировка условий разложимости в случае равномерной сходимости. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье, его свойства и применение.

## **2. 12. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения задач 869, 872, 874, 899, 911, 943, 950 из [4].

## **2. 13. Модуль 13. Теория вероятностей.**

### **2. 13. 1. Содержание модуля.**

Предмет теории вероятностей. Классификация событий. Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события. Относительные частоты. Закон устойчивости относительных частот. Классическое и геометрическое определение вероятности. Определение условной вероятности. Независимость событий. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса. Последовательность независимых испытаний, схема Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.

Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотности распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

Нормальное распределение, его свойства. Понятие о различных формах закона больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.

## **2. 13. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения задач 110, 119, 176, 210 из [2].

## **2. 14. Модуль 14. Основные понятия математической статистики.**

### **2. 14. 1. Содержание модуля.**

Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия.

Статистические оценки генеральной средней и доли. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение дополнительного объема выборки. Понятие о критериях согласия. Проверка гипотез о равенстве долей и средних.

Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки. Определение параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

Определение параметров нелинейных уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен пе-

ременных.

Оценка параметров многомерных линейных функций регрессии. Совокупный и частный коэффициенты множественной корреляции, свойства и оценки.

## **2. 14. 2. Методические указания по его изучению.**

После изучения по учебникам теоретического материала разберите решения задач 439, 443, 460, 535 из [2].

## **Раздел 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ ВЫПОЛНЕНИЮ**

### **3. 1. Методические указания по выполнению контрольных работ**

Основной формой обучения студента-заочника является самостоятельная работа, состоящая из изучения материала, чтения учебника, решения задач, выполнения контрольной работы. В период лабораторно-экзаменационной сессии для студентов проводятся лекции и практические занятия, носящие обзорный характер.

При изучении учебника следует воспроизводить на бумаге в форме конспекта основные моменты рассматриваемого вопроса программы, обращая особое внимание на определение основных понятий курса высшей математики, формулировки теорем, формулы.

Работа над учебником должна сопровождаться решением задач.

В соответствии с действующим учебным планом студенты изучают курс математики в течение *первых двух лет при сроке обучения 5 лет* и на *первом курсе при сокращенном сроке обучения* и выполняют на каждом курсе по одной контрольной работе.

При выполнении контрольной работы следует руководствоваться следующими указаниями:

1. Контрольная работа должна выполняться в отдельной тетради (в клетку), на внешней обложке которой должны быть написаны фамилия и инициалы студента, его шифр, дата отсылки работы в институт, домашний адрес.

2. Задачи контрольной работы следует располагать в порядке возрастания их номеров. Перед решением каждой задачи нужно полностью переписать ее условие. На каждой странице тетради нужно оставлять поля шириной 3-4 см для замечаний преподавателя.

3. Решение задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием необходимых теорем и формул. Решение задач геометрического содержания должно сопровождаться чертежами (желательно на миллиметровой бумаге). Объяснения к решению задачи должны соответствовать обозначениям, приведенным на чертежах.

4. Контрольная работа должна выполняться *самостоятельно*, в противном случае студент лишается возможности проверить степень своей подготовленности по изучаемой дисциплине.

5. Получив из университета прорецензированную работу, студент должен

исправить отмеченные преподавателем ошибки и недочеты. Если работа не зачтена, то в кратчайший срок следует выполнить все требования рецензента и представить работу на повторное рецензирование, приложив при этом и первоначально выполненную работу.

6. В межсессионный период или во время лабораторно-экзаменационной сессии студент должен пройти на кафедре высшей математики собеседование по зачтенной контрольной работе.

7. Студент выполняет **вариант контрольной работы, совпадающий с последней цифрой его учебного шифра.**

При **сроке обучения 5 лет** математика изучается на первом и втором курсах, на каждом курсе выполняется одна контрольная работа. При этом, если предпоследняя цифра учебного шифра есть число нечетное (1, 3, 5, 7, 9), то номера задач для соответствующего варианта даны в таблице 2. Если же предпоследняя цифра учебного шифра есть число четное (2, 4, 6, 8) или ноль, то номера задач даны в таблице 3.

При **сокращенном сроке обучения** математика изучается на первом курсе и выполняется одна контрольная работа. При этом, если предпоследняя цифра учебного шифра есть число нечетное (1, 3, 5, 7, 9), то номера задач для соответствующего варианта даны в таблице 4. Если же предпоследняя цифра учебного шифра есть число четное (2, 4, 6, 8) или ноль, то номера задач даны в таблице 5.

Таблица 2

| Номер варианта | Номера задач для контрольной работы № 1 (первый курс) |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                | 1   | 1   | 11  | 21  | 31  | 41  | 51  | 61  | 71  |
| 2              | 2   | 12  | 22  | 32  | 42  | 52  | 62  | 72  | 82  |
| 3              | 3   | 13  | 23  | 33  | 43  | 53  | 63  | 73  | 83  |
| 4              | 4   | 14  | 24  | 34  | 44  | 54  | 64  | 74  | 84  |
| 5              | 5   | 15  | 25  | 35  | 45  | 55  | 65  | 75  | 85  |
| 6              | 6   | 16  | 26  | 36  | 46  | 56  | 66  | 76  | 86  |
| 7              | 7   | 17  | 27  | 37  | 47  | 57  | 67  | 77  | 87  |
| 8              | 8   | 18  | 28  | 38  | 48  | 58  | 68  | 78  | 88  |
| 9              | 9   | 19  | 29  | 39  | 49  | 59  | 69  | 79  | 89  |
| 0              | 10  | 20  | 30  | 40  | 50  | 60  | 70  | 80  | 90  |
|                | Номера задач для контрольной работы № 2 (второй курс) |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 1              | 91  | 101 | 111 | 121 | 131 | 141 | 151 | 161 | 171 |
| 2              | 92  | 102 | 112 | 122 | 132 | 142 | 152 | 162 | 172 |
| 3              | 93  | 103 | 113 | 123 | 133 | 143 | 153 | 163 | 173 |
| 4              | 94  | 104 | 114 | 124 | 134 | 144 | 154 | 164 | 174 |
| 5              | 95  | 105 | 115 | 125 | 135 | 145 | 155 | 165 | 175 |
| 6              | 96  | 106 | 116 | 126 | 136 | 146 | 156 | 166 | 176 |
| 7              | 97  | 107 | 117 | 127 | 137 | 147 | 157 | 167 | 177 |
| 8              | 98  | 108 | 118 | 128 | 138 | 148 | 158 | 168 | 178 |
| 9              | 99  | 109 | 119 | 129 | 139 | 149 | 159 | 169 | 179 |
| 0              | 100   | 110 | 120 | 130 | 140 | 150 | 160 | 170 | 180 |

Таблица 3

| Номер<br>варианта | Номера задач для контрольной работы № 1<br>(первый курс) |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                   | 1  | 2   | 13  | 24  | 35  | 46  | 57  | 68  | 79  |
| 2                 | 3  | 14  | 25  | 36  | 47  | 58  | 69  | 80  | 81  |
| 3                 | 4  | 15  | 26  | 37  | 48  | 59  | 70  | 71  | 82  |
| 4                 | 5  | 16  | 27  | 38  | 49  | 60  | 61  | 72  | 83  |
| 5                 | 6  | 17  | 28  | 39  | 50  | 51  | 62  | 73  | 84  |
| 6                 | 7  | 18  | 29  | 40  | 41  | 52  | 63  | 74  | 85  |
| 7                 | 8  | 19  | 30  | 31  | 42  | 53  | 64  | 75  | 86  |
| 8                 | 9  | 20  | 21  | 32  | 43  | 54  | 65  | 76  | 87  |
| 9                 | 10   | 11  | 22  | 33  | 44  | 55  | 66  | 77  | 88  |
| 0                 | 1  | 12  | 23  | 34  | 45  | 56  | 67  | 78  | 89  |
|                   | Номера задач для контрольной работы № 2<br>(второй курс) |     |     |     |     |     |     |     |     |
| 1                 | 92   | 103 | 114 | 125 | 136 | 147 | 158 | 169 | 180 |
| 2                 | 93   | 104 | 115 | 126 | 137 | 148 | 159 | 170 | 171 |
| 3                 | 94   | 105 | 116 | 127 | 138 | 149 | 160 | 161 | 172 |
| 4                 | 95   | 106 | 117 | 128 | 139 | 150 | 151 | 162 | 173 |
| 5                 | 96   | 107 | 118 | 129 | 140 | 141 | 152 | 163 | 174 |
| 6                 | 97   | 108 | 119 | 130 | 131 | 142 | 153 | 164 | 175 |
| 7                 | 98   | 109 | 120 | 121 | 132 | 143 | 154 | 165 | 176 |
| 8                 | 99   | 110 | 111 | 122 | 133 | 144 | 155 | 166 | 177 |
| 9                 | 100  | 101 | 112 | 123 | 134 | 145 | 156 | 167 | 178 |
| 0                 | 91   | 102 | 113 | 124 | 135 | 146 | 157 | 168 | 179 |

Таблица 4

| Номер<br>варианта | Номера задач для контрольной работы |    |    |    |    |     |     |     |     |
|-------------------|-------------------------------------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
|                   | 1                                   | 1  | 21 | 41 | 51 | 71  | 101 | 111 | 121 |
| 2                 | 2                                   | 22 | 42 | 52 | 72 | 102 | 112 | 122 | 152 |
| 3                 | 3                                   | 23 | 43 | 53 | 73 | 103 | 113 | 123 | 153 |
| 4                 | 4                                   | 24 | 44 | 54 | 74 | 104 | 114 | 124 | 154 |
| 5                 | 5                                   | 25 | 45 | 55 | 75 | 105 | 115 | 125 | 155 |
| 6                 | 6                                   | 26 | 46 | 56 | 76 | 106 | 116 | 126 | 156 |
| 7                 | 7                                   | 27 | 47 | 57 | 77 | 107 | 117 | 127 | 157 |
| 8                 | 8                                   | 28 | 48 | 58 | 78 | 108 | 118 | 128 | 158 |
| 9                 | 9                                   | 29 | 49 | 59 | 79 | 109 | 119 | 129 | 159 |
| 0                 | 10                                  | 30 | 50 | 60 | 80 | 110 | 120 | 130 | 160 |

Таблица 5

| Номер варианта | Номера задач для контрольной работы |    |    |    |    |     |     |     |     |
|----------------|-------------------------------------|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 1              | 2                                   | 23 | 44 | 55 | 76 | 107 | 118 | 129 | 160 |
| 2              | 3                                   | 24 | 45 | 56 | 77 | 108 | 119 | 130 | 151 |
| 3              | 4                                   | 25 | 46 | 57 | 78 | 109 | 120 | 121 | 152 |
| 4              | 5                                   | 26 | 47 | 58 | 79 | 110 | 111 | 122 | 153 |
| 5              | 6                                   | 27 | 48 | 59 | 80 | 101 | 112 | 123 | 154 |
| 6              | 7                                   | 28 | 49 | 60 | 71 | 102 | 113 | 124 | 155 |
| 7              | 8                                   | 29 | 50 | 51 | 72 | 103 | 114 | 125 | 156 |
| 8              | 9                                   | 30 | 41 | 52 | 73 | 104 | 115 | 126 | 157 |
| 9              | 10                                  | 21 | 42 | 53 | 74 | 105 | 116 | 127 | 158 |
| 0              | 1                                   | 22 | 43 | 54 | 75 | 106 | 117 | 128 | 159 |

### 3. 2. Задания для контрольных работ

В задачах **1 – 10** даны вершины треугольника  $ABC$ .

Найти: 1) длину стороны  $AB$ ; 2) уравнения сторон  $AB$  и  $AC$  и их угловые коэффициенты; 3) внутренний угол  $A$  в радианах; 4) уравнение высоты  $CD$  и ее длину; 5) систему линейных неравенств, определяющих треугольник  $ABC$ .

1.  $A(0; 3)$ ,  $B(12; -6)$ ,  $C(10; 8)$ .

2.  $A(-8; 4)$ ,  $B(4; -5)$ ,  $C(2; 9)$ .

3.  $A(-2; 2)$ ,  $B(10; -7)$ ,  $C(8; 7)$ .

4.  $A(-5; 0)$ ,  $B(7; 9)$ ,  $C(5; -5)$ .

5.  $A(-7; 0)$ ,  $B(5; 11)$ ,  $C(3; -3)$ .

6.  $A(-5; -3)$ ,  $B(7; 6)$ ,  $C(5; -8)$ .

7.  $A(-6; -2)$ ,  $B(6; 7)$ ,  $C(4; -7)$ .

8.  $A(-8; -4)$ ,  $B(4; 5)$ ,  $C(2; -9)$ .

9.  $A(0; -1)$ ,  $B(12; 8)$ ,  $C(10; -6)$ .

10.  $A(-6; 1)$ ,  $B(6; 10)$ ,  $C(4; -4)$ .

В задачах **11 – 20** решить систему уравнений двумя способами:

1) при помощи определителей (по формулам Крамера);

2) с помощью обратной матрицы.

11. 
$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -5 \end{cases} .$$

12. 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -7 \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases} .$$

13. 
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 4x_3 = 2 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases} .$$

14. 
$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 1 \end{cases} .$$

15. 
$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 8 \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases} .$$

16. 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - 5x_3 = -9 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases} .$$

$$\begin{array}{ll}
 17. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 3 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 3 \end{cases} & 18. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -2 \\ x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -5 \end{cases} \\
 19. \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases} & 20. \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 3 \\ 4x_1 - x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases}
 \end{array}$$

В задачах **21 – 30** даны координаты точек  $A, B, C, D$ .

Требуется: 1) записать векторы  $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  в системе орт и найти модули этих векторов; 2) найти величину угла между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{AC}$ ;

3) найти площадь треугольника  $ABC$ ; 4) найти объем пирамиды  $ABCD$ .

**21.**  $A(1; 1; 3), B(-4; 0; 3), C(-1; 5; 7), D(-2; -2; 9)$ .

**22.**  $A(2; 2; 1), B(-3; 1; 1), C(0; 6; 5), D(-1; -1; 7)$ .

**23.**  $A(-2; -1; 4), B(-7; -2; 4), C(-4; 3; 8), D(-5; -4; 10)$ .

**24.**  $A(5; -1; 5), B(0; -2; 5), C(3; 3; 9), D(2; -4; 11)$ .

**25.**  $A(6; 2; -2), B(1; 1; -2), C(4; 6; 2), D(3; -1; 4)$ .

**26.**  $A(-1; 3; 6), B(-6; 2; 6), C(-3; 7; 10), D(-4; 0; 12)$ .

**27.**  $A(1; 3; 3), B(2; 1; 5), C(12; 5; 13), D(-1; 3; 7)$ .

**28.**  $A(4; 1; 1), B(5; -1; 3), C(15; 3; 11), D(2; 1; 5)$ .

**29.**  $A(-3; 2; -2), B(-2; 0; 0), C(8; 4; 8), D(-5; 2; 2)$ .

**30.**  $A(5; 1; 2), B(6; -1; 4), C(16; 3; 12), D(3; 1; 6)$ .

В задачах **31 – 40** вычислить указанные пределы.

**31.** а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x + 1}{2x^2 + 3x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - 2x^2}{x^3 - 4x + 3}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\operatorname{tg} 4x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-2}{x+3} \right)^{4-x}$ .

**32.** а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{4x^2 - 7x - 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 - 5x + 2}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \operatorname{ctg} 2x)$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x+1} \right)^{x-2}$ .

**33.** а)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{8 + 2x - x^2}{x^2 - 16}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 3}{x^3 + 2x^2 - 1}$ ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 4} (x-3)^{\frac{2}{x-4}}$ .

**34.** а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{4x^2 + x - 2}$ ;

- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 2x}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-2} \right)^{2x+3}$ .
- 35.** а)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 8x + 7}{(x-7)^2}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x-2} - 2}{x-2}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{3x}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-2} \right)^{2x}$ .
- 36.** а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{5x^2 + 4x - 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 2x - x^2}{4x^2 - 5x + 2}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\arcsin 3x}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x-1} \right)^{4x}$ .
- 37.** а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3}{4x^3 + 5x}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 5x)$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x+1} \right)^{2x+1}$ .
- 38.** а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^3 + 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+4}{x+1} \right)^{2x+2}$ .
- 39.** а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 10x + 8}{x^2 - 4}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - 2x}{3x+1}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{arctg} 2x}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x-2} \right)^{3x}$ .
- 40.** а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}$ ;      б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$ ;      з)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+2}{3x+1} \right)^{6x-4}$ .

В задачах **41** – **50** найти производные данных функций.

- 41.** а)  $y = x \arccos \frac{x}{2} - \sqrt{4 - x^2}$ ;      б)  $y = e^{x \ln^2 x}$ ;
- в)  $y = 1 + x e^y$ .
- 42.** а)  $y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a}$ ;      б)  $y = e^{\sqrt{x+1}}$ ;



- в)  $y^3 + e^{xy} = 0$ .
43. а)  $y = \ln\left(3x^2 + \sqrt{9x^4 + 1}\right)$ ; б)  $y = x10^{\sqrt{x}}$ ;  
в)  $xy + e^y = 0$ .
44. а)  $y = x \operatorname{tg} x + \ln \cos x + e^{5x}$ ; б)  $y = e^{x - \arcsin x}$ ;  
в)  $x^3 y^3 - 2xy + 3 = 0$ .
45. а)  $y = \ln \frac{x^2}{x+1} + 3x\sqrt[3]{x}$ ; б)  $y = 2^{\arctg x - x^2}$ ;  
в)  $x^2 y^2 - \cos x = 0$ .
46. а)  $y = x^2 + x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$ ; б)  $y = 2^{\frac{\arcsin \frac{1}{x}}{x}}$ ;  
в)  $\cos(xy) - 2x = 0$ .
47. а)  $y = \ln \frac{(x-1)^2}{x+2} + 3\sqrt[3]{x^2}$ ; б)  $y = 2^{\frac{4}{\sin x}}$ ;  
в)  $\frac{x}{y} + xy - 2 = 0$ .
48. а)  $y = \ln \frac{x^2}{x-1} + 4x\sqrt[4]{x}$ ; б)  $y = (e^{\sin x} + 3x)^3$ ;  
в)  $5x^2 y^2 - 7y + 4 = 0$ .
49. а)  $y = x^3(3 \ln x - 1) - \frac{x+1}{e^x}$ ; б)  $y = (5^{\operatorname{tg} 2x} + 3)^4$ ;  
в)  $x^3 y^3 - 2xy + 1 = 0$ .
50. а)  $y = \ln \frac{(x+1)^2}{x+3} + 3x\sqrt[3]{x}$ ; б)  $y = 5^{\arcsin x^2}$ ;  
в)  $x^2 + xy + y^2 = 3$ .

В задачах **51 – 60** исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики. Исследование функции рекомендуется проводить по следующей схеме: 1) найти область определения функции; 2) исследовать функцию на непрерывность; 3) определить, является ли данная функция четной, нечетной; 4) найти интервалы возрастания и убывания функции и точки ее экстремума; 5) найти интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции; 6) найти асимптоты графика функции.

51.  $y = \frac{4x}{(x-1)^2}$ .      52.  $y = \frac{4x}{e^x}$ .      53.  $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ .

$$54. y = \frac{1}{x^2 - 9} . \quad 55. y = \ln(x^2 - 6x + 10). \quad 56. y = \frac{2x}{x^2 + 1} .$$

$$57. y = 2x \ln x . \quad 58. y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} . \quad 59. y = \frac{e^x}{x} .$$

$$60. y = \frac{4 \ln x}{x} .$$

**61.** Каковы радиус основания  $R$  и высота  $H$  открытого цилиндрического бака данного объема  $V$ , чтобы на его изготовление пошло наименьшее количество листового металла?

**62.** Найти наибольший объем цилиндра, полная поверхность которого равна  $S$ .

**63.** Найти наибольший объем конуса, образующая которого равна  $l$ .

**64.** Определить размеры открытого бассейна с квадратным дном объемом  $32 \text{ м}^3$  так, чтобы на облицовку его стен и дна пошло наименьшее количество материала.

**65.** Сумма двух положительных чисел равна  $a$ . Каковы эти числа, если сумма их кубов будет наименьшей?

**66.** Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса  $R$ .

**67.** На параболе  $y = x^2$  найти точку, наименее удаленную от прямой  $y = 2x - 4$ .

**68.** Из всех прямоугольников, вписанных в круг радиуса  $R$ , найти тот, который имеет наибольшую площадь.

**69.** Сечение тоннеля имеет форму прямоугольника, завершеного сверху полукругом. Периметр сечения  $18 \text{ м}$ . При каком радиусе полукруга площадь сечения будет наибольшей?

**70.** Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, который можно вписать в эллипс  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .

В задачах **71** – **80** вычислить неопределенные интегралы.

$$71. \text{ а) } \int e^{x^2+3} x dx; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3}{x^2-4} dx ;$$

$$\text{ в) } \int \frac{x+3}{\sqrt{4x^2+4x+3}} dx ; \quad \text{ г) } \int x \sin 2x dx .$$

$$72. \text{ а) } \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^3}} ; \quad \text{ б) } \int \frac{x^3-1}{x^2-2x-3} dx ;$$

$$\text{ в) } \int \frac{dx}{x^2+2x+10} ; \quad \text{ г) } \int \ln x dx .$$

73. a)  $\int \frac{\sec^2 x dx}{\operatorname{tg}^2 x - 9}$  ;      б)  $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 - 7x + 10} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}} dx$  ;      з)  $\int x e^{-4x} dx$ .
74. a)  $\int \frac{e^{2x} dx}{4 + e^{2x}}$  ;      б)  $\int \frac{x^3 - 4}{x^2 + 5x + 6} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{x - 1}{x^2 + 6x + 25} dx$  ;      з)  $\int \arcsin 2x dx$ .
75. a)  $\int \sin x \cos^2 x dx$  ;      б)  $\int \frac{x^3 + 2}{x^2 + 2x + 4} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{3x - 1}{2x^2 - 4x + 3} dx$  ;      з)  $\int x^3 \ln x dx$ .
76. a)  $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^{10} - 3}}$  ;      б)  $\int \frac{x^3 - 2}{x^2 - 4x + 3} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 6x + 10}}$  ;      з)  $\int \arccos 5x dx$ .
77. a)  $\int \frac{e^{\sqrt{2x-1}} dx}{\sqrt{2x-1}}$  ;      б)  $\int \frac{x^3}{x^2 + 4x - 5} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{5 - 4x - x^2}}$  ;      з)  $\int \frac{\ln x dx}{x^2}$ .
78. a)  $\int x(x^2 + 4)^9 dx$  ;      б)  $\int \frac{x^3 - 5}{x^2 + 4x + 8} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{2x + 5}{x^2 + 2x + 5} dx$  ;      з)  $\int x e^{-4x} dx$ .
79. a)  $\int \frac{dx}{x(\ln^2 x + 1)}$  ;      б)  $\int \frac{x^3 + 7}{x^2 - 5x + 6} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 10x + 29}} dx$  ;      з)  $\int \operatorname{arctg} 5x dx$ .
80. a)  $\int \frac{\sin x dx}{2 + \cos x}$  ;      б)  $\int \frac{x^3 + 2}{x^2 - 7x + 6} dx$  ;  
 в)  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - x + 5}}$  ;      з)  $\int x^4 \ln x dx$ .

**81.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 + 1$  и  $y = 3x - 1$ .

**82.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 4$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$ ;  $y = 3$ .

**83.** Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной астроидой  $x = a \cos^3 t$ ;  $y = a \sin^3 t$ .

**84.** Найти длину дуги кривой  $y = \frac{x^2}{2} - 1$ , отсеченной осью  $Ox$ .

**85.** Найти координаты центра тяжести полуэллипса  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ , расположенного над осью  $Ox$ .

**86.** Найти координаты центра тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной дугой синусоиды  $y = \sin x$  и отрезком оси  $Ox$  от  $x = 0$  до  $x = \pi$ .

**87.** Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $Ox$  дуги кривой  $y^2 = x + 4$  от  $x = -4$  до  $x = 2$ .

**88.** Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $Ox$  одной полуволны синусоиды  $y = \sin x$ .

**89.** Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси  $Ox$  астроиды  $x = a \cos^3 t$ ;  $y = a \sin^3 t$ .

**90.** Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = -x^2 + 4x - 3$  и прямой  $y = x - 3$ .

В задачах **91 – 100** функцию  $z = f(x, y)$  исследовать на экстремум.

**91.**  $z = x^3 - 9xy - 3y^2 - 9y + 5$ .

**92.**  $z = 9x^2 + 3x + 9xy - y^3 + 2$ .

**93.**  $z = -2x^3 + 6xy + y^2 - 8y + 28$ .

**94.**  $z = -8x^2 + x + 2y^3 - 6xy + 2,25$ .

**95.**  $z = -2x^3 + 6xy + 5y^2 - 4y - 2$ .

**96.**  $z = 4x^2 - 6xy + 2y^3 - 2x - 5$ .

**97.**  $z = x^3 - 6xy - 2y^2 + 8y - 14$ .

**98.**  $z = 4x^2 - 6xy + x + 2y^3 + 5$ .

**99.**  $z = x^2 - 6xy + 2y^3 + 4x - 10$ .

**100.**  $z = 2x^2 + 3xy + 3y^3 + 9x + 5$ .

В задачах **101 – 110** с помощью двойного интеграла вычислить координаты центра тяжести плоской фигуры, ограниченной заданными линиями (поверхностную плотность считать равной единице).

101.  $y^2 = x + 7, \quad y^2 = -\frac{1}{2}x - 2.$

102.  $y^2 = -x - 2, \quad y^2 = -\frac{1}{3}x + 2.$

103.  $y^2 = x - 3, \quad y^2 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}.$

104.  $y = x^2 - 7, \quad y = -2x^2 - 4.$

105.  $y = -x^2 - 2, \quad y = -3x^2 + 6.$

106.  $y = x^2 + 3, \quad y = 2x^2 - 1.$

107.  $y = -x^2 + 5, \quad y = -2x^2 + 6.$

108.  $y = \frac{1}{9}x^2 - 3, \quad y = x^2 - 11.$

109.  $y^2 = 2x - 2, \quad y^2 = -x + 7.$

110.  $y^2 = -16x + 33, \quad y^2 = x - 1.$

В задачах **111 – 120** найти общее решение дифференциальных уравнений первого порядка.

111.  $xy' - y = -\ln x.$                       112.  $y'x \ln x - y = 3x^3 \ln^2 x.$

113.  $2xy' + y = 2x^3.$                       114.  $y' - y = e^x.$

115.  $xy' - y = x^3.$                       116.  $xy' - y = -2 \ln x.$

117.  $x^3 y' + 3x^2 y = 2.$                       118.  $y' - 2xy = 2xe^{x^2}.$

119.  $xy' + y = x + 1.$                       120.  $y' - y \cos x = -\sin 2x.$

В задачах **121 – 130** найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

121.  $y'' - 4y' + 3y = 2e^{3x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 5.$

122.  $y'' + 4y' = 4 \cos 2x - 12 \sin 2x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$

123.  $y'' - 5y' + 6y = e^{3x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$

124.  $y'' + 2y' + 5y = 5x^2 + 9x + 9, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

125.  $y'' - 2y' + y = 2e^x, \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = 5.$

126.  $y'' + 9y = 6 \cos 3x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$

127.  $y'' + 2y' = 8x^3 + 12x^2, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 0.$

128.  $y'' + y = -2 \sin x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$

129.  $y'' - 5y' + 4y = 4x^3 - 15x^2 + 6x, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = 4.$

130.  $y'' - 4y' - 5y = -9xe^{2x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$

В задачах **131 – 140** дан степенной ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n x^n}{b^n \sqrt[3]{n+1}}$ . При заданных значениях  $a$  и  $b$  написать первые три члена ряда, найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах интервала.

**131.**  $a=2, b=3.$       **132.**  $a=3, b=5.$       **133.**  $a=4, b=7.$

**134.**  $a=5, b=9.$       **135.**  $a=7, b=6.$       **136.**  $a=2, b=5.$

**137.**  $a=3, b=2.$       **138.**  $a=4, b=3.$       **139.**  $a=5, b=2.$

**140.**  $a=6, b=4.$

В задачах **141 – 145** данную функцию в указанном интервале разложить в ряд Фурье по косинусам.

**141.**  $f(x) = \pi - x$  в интервале  $(0, \pi)$ .

**142.**  $f(x) = x$  в интервале  $(0, 2)$ .

**143.**  $f(x) = x - \frac{\pi}{2}$  в интервале  $(0, \pi)$ .

**144.**  $f(x) = x - 1$  в интервале  $(0, 1)$ .

**145.**  $f(x) = 3x + 1$  в интервале  $(0, \pi)$ .

В задачах **146 – 150** данную функцию в указанном интервале разложить в ряд Фурье по синусам.

**146.**  $f(x) = \pi x$  в интервале  $(0, \pi)$ .

**147.**  $f(x) = 2x - 1$  в интервале  $(0, 1)$ .

**148.**  $f(x) = x + 1$  в интервале  $(0, 3)$ .

**149.**  $f(x) = x - \frac{\pi}{2}$  в интервале  $(0, \pi)$ .

**150.**  $f(x) = \pi - 2x$  в интервале  $(0, \pi)$ .

**151.** Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Производится 4 выстрела. Найти вероятность того, что цель будет поражена : а) три раза; б) не более двух раз.

**152.** Вероятность всхожести пшеницы равна 0,8. Какова вероятность того, что из пяти семян взойдет не менее трех?

**153.** Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,8. Написать закон распределения вероятностей попаданий в цель при пяти выстрелах и построить многоугольник распределения вероятностей.

**154.** Всхожесть семян пшеницы составляет 90%. Определить наиболее вероятное число всходов из 200 посеянных семян.

**155.** Семена пшеницы содержат 0,2% сорняков. Найти вероятность того, что в 1000 семян будет 6 семян сорняков.

В задачах **156 – 160** дана вероятность  $p$  того, что семя злака прорастет. Найти вероятность того, что из  $n$  посеянных семян прорастет  $k$  семян.

**156.**  $n=900, p=0,36, k=340$

**157.**  $n=225, p=0,64, k=158$ .

**158.**  $n=250, p=0,81, k=200$ .

**159.**  $n=100, p=0,9, k=95$ .

**160.**  $n=400, p=0,8, k=330$ .

В задачах **161 – 170** задан закон распределения случайной величины  $X$  ( в первой строке даны возможные значения величины  $X$ , во второй строке указаны вероятности  $p$  этих возможных значений). Найти:

1) математическое ожидание  $M(X)$ ; 2) дисперсию  $D(X)$ ;

3) среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ .

**161.**  $X$     8    10    12    22    24    30

$P$     0,3   0,1   0,1   0,2   0,2   0,1

**162.**  $X$     10    15    20    25    30    35

$P$     0,4   0,1   0,1   0,2   0,1   0,1

**163.**  $X$     16    21    25    32    40    50

$P$     0,1   0,1   0,2   0,2   0,2   0,2

**164.**  $X$     10    15    18    24    29    35

$P$     0,2   0,1   0,2   0,2   0,1   0,2

**165.**  $X$     12    14    20    23    28    30

$P$     0,1   0,1   0,3   0,3   0,1   0,1

**166.**  $X$     6    10    18    20    25    30

$P$     0,1   0,1   0,1   0,1   0,2   0,4

**167.**  $X$     10    14    16    18    20    25

$P$     0,2   0,2   0,2   0,2   0,1   0,1

**168.**  $X$     6    10    16    20    26    30

$P$     0,2   0,2   0,1   0,3   0,1   0,1

**169.**  $X$     8    12    16    21    25    30

$P$     0,2   0,1   0,2   0,2   0,2   0,1

**170.**  $X$     9    13    18    22    28    30

$P$     0,1   0,1   0,2   0,3   0,1   0,2

В задачах **171 – 180** случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Найти: 1) вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значения, принадлежащие заданному интервалу  $(\alpha; \beta)$ ; 2) дифференциальную функцию распределения  $f(x)$ ; 3) математическое ожидание  $M(X)$ ; 4) дисперсию  $D(X)$ .

$$171 \quad F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^4 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases} \quad \alpha = \frac{1}{4}; \quad \beta = \frac{3}{4} .$$

172.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{npu } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{npu. } x > 3 \end{cases} \quad \alpha = 1; \quad \beta = 2.$$

173.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{npu } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{npu. } x > 5 \end{cases} \quad \alpha = 1; \quad \beta = 4.$$

174.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0, \\ 4x^2 & \text{npu } 0 < x \leq 0,5, \\ 1 & \text{npu. } x > 0,5 \end{cases} \quad \alpha = \frac{1}{4}; \quad \beta = \frac{1}{2}.$$

175.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0, \\ x^2 & \text{npu } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{npu. } x > 1 \end{cases} \quad \alpha = \frac{1}{4}; \quad \beta = \frac{3}{4}.$$

176.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0, \\ x^3 & \text{npu } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{npu. } x > 1 \end{cases} \quad \alpha = \frac{1}{3}; \quad \beta = \frac{2}{3}.$$

177.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0, \\ 9x^2 & \text{npu } 0 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{npu. } x > \frac{1}{3} \end{cases} \quad \alpha = \frac{1}{9}; \quad \beta = \frac{2}{9}.$$

178.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{npu } x \leq 0, \\ 16x^2 & \text{npu } 0 < x \leq 0,25, \\ 1 & \text{npu. } x > 0,25 \end{cases} \quad \alpha = \frac{1}{8}; \quad \beta = \frac{1}{4}.$$

179.



$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{36} & \text{при } 0 < x \leq 6, \\ 1 & \text{при } x > 6 \end{cases} \quad \alpha = 2; \quad \beta = 5 .$$

**180.**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ 25x^2 & \text{при } 0 < x \leq 0,2, \\ 1 & \text{при } x > 0,2 \end{cases} \quad \alpha = 0,04; \quad \beta = 0,1 .$$

### Оглавление

|  |    |
|--|----|
| Раздел 1. Общих методические указания по изучению дисциплины..                                 | 3  |
| 1. 1. Цели и задачи дисциплины .....   | 3  |
| 1. 2. Библиографический список .....   | 4  |
| 1. 3. Распределение учебного времени по модулям (разделам)<br>и темам дисциплины .....         | 5  |
| Раздел 2. Содержание учебных модулей дисциплины и методические<br>указания по их изучению..... | 5  |
| Раздел 3. Задания для контрольных работ и методические указания<br>по их выполнению .....      | 11 |
| 3. 1. Методические указания по выполнению контрольных<br>работ .....                           | 11 |
| 3. 2. Задания для контрольных работ .....  | 14 |