

## ЛЕКЦИЯ 4

**3. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ПРОВЕДЕНИЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**План лекции**3.7. Моделирование.**

## 3.7.1. Моделирование и его виды

## 3.7.2. Математическое моделирование и вычислительный экспери-

мент

**3.7. Моделирование.****3.7.1. Моделирование и его виды**

Моделирование является одним из основных методов современных научных исследований.

*Моделирование* – это исследование объектов познания на их моделях, построение и изучение моделей реально существующих предметов, явлений и конструируемых объектов. Это воспроизведение изучаемых свойств объекта или явления с помощью модели при ее функционировании в определенных условиях. *Модель* – это образ, структура или материальное тело, которые воспроизводят с той или иной мерой сходства явление или объект. Модель изоморфна (сходственна, аналогична) с натурой (оригиналом), обобщением которой она является. Она воспроизводит наиболее характерные признаки изучаемого объекта, выбор которых определяется целью исследования. Модель всегда приближенно отображает объект или явление. В противном случае модель превращается в объект и теряет свое самостоятельное значение.

Для получения решения модель должна быть достаточно простой и в то же время она должна отражать существо задачи, чтобы найденные с ее помощью результаты имели смысл.

В процессе познания человек всегда, более или менее явно и сознательно, строит модели ситуаций окружающего мира и управляет своим поведением в соответствии с выводами, полученными им при изучении модели. Модель всегда отвечает конкретной цели и ограничена рамками поставленной задачи. Модель

системы управления для специалиста по автоматике коренным образом отличается от модели этой же системы для специалиста по надежности. Моделирование в конкретных науках связывают с выяснением (или воспроизведением) свойств какого-либо объекта, процесса или явления с помощью другого объекта, процесса или явления, причем обычно предполагается соблюдение определенных количественных соотношений между моделью и оригиналом. Различают три вида моделирования.

1. Математическое (абстрактное) моделирование основывается на возможности описания изучаемого процесса или явления на языке некоторой научной теории (чаще всего на математическом).

2. Аналоговое моделирование основывается на изоморфизме (сходственности) явлений, имеющих различную физическую природу, но описываемых одинаковыми математическими уравнениями. Примером может служить изучение гидродинамического процесса с помощью исследования электрического поля. Оба эти явления описываются дифференциальным уравнением Лапласа в частных производных, решение которого обычными методами возможно только для частных случаев. В то же время экспериментальные исследования электрического поля намного проще соответствующих исследований в гидродинамике.

3. Физическое моделирование состоит в замене изучения некоторого объекта или явления экспериментальным исследованием его модели, имеющей ту же физическую природу. В науке любой эксперимент, проводимый в целях выявления тех или иных закономерностей изучаемого явления или для проверки правильности и границ применимости теоретических результатов, фактически представляет собой моделирование, так как объект исследования – конкретная модель (образец), обладающая определенными физическими свойствами. В технике физическое моделирование используют тогда, когда трудно провести натурный эксперимент. В основу физического моделирования положены теории подобия и анализ размерностей. Необходимым условием реализации этого вида моделирования является геометрическое подобие (подобие формы) и физическое

подобие модели и оригинала: в сходственные моменты времени и в сходственных точках пространства значения переменных величин, характеризующих явления, для оригинала должны быть пропорциональны тем же значениям для модели. Это позволяет производить соответствующий пересчет полученных данных.

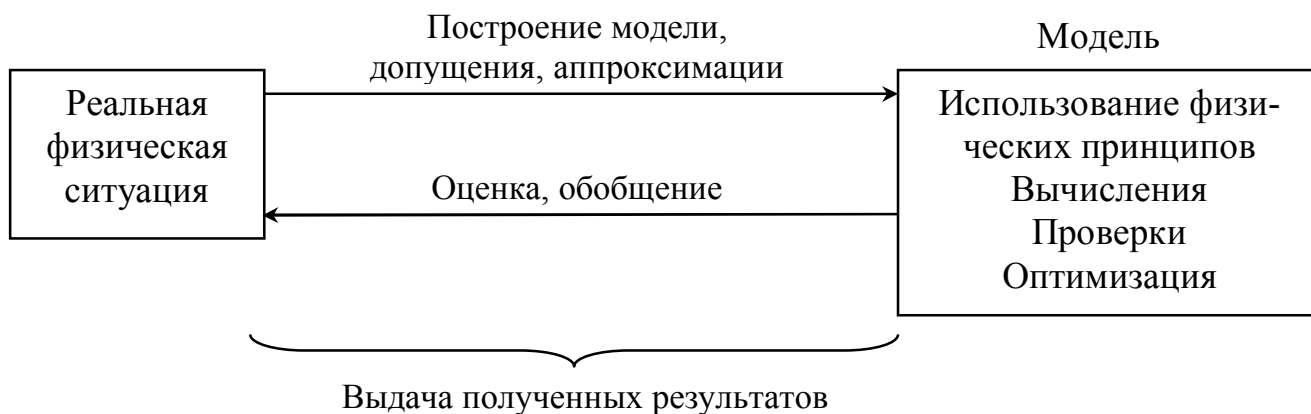
### 3.7.2. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент.

В настоящее время наибольшее распространение получили математические модели, реализуемые на ЭВМ. При построении данных моделей можно выделить следующие этапы:

1. Создание или выбор модели, соответствующей поставленной задаче.
2. Создание условий функционирования модели.
3. Эксперимент на модели.
4. Обработка результатов.

Рассмотрим более подробно перечисленные выше этапы.

На математическое описание исследуемого объекта (процесса) на первом этапе накладывается ряд требований: разрешимость используемых уравнений, соответствие математического описания изучаемому процессу с допустимой точностью, адекватность принятых допущений, практическая целесообразность использования модели. Степень удовлетворения этих требований определяет характер математического описания и является наиболее сложной и трудоемкой частью при создании модели.



*Рис. 3.1. Схема процесса построения математической модели*

Реальные физические явления, как правило, очень сложны, и их никогда нельзя проанализировать точно и в полном объеме. Построение модели всегда связано с компромиссом, т.е. с принятием допущений при которых справедливы уравнения модели (рис. 3.1). Таким образом, чтобы с помощью модели можно было получить имеющие смысл результаты, она должна быть достаточно детальной. В то же время она должна быть достаточно простой, чтобы можно было получить решение при ограничениях налагаемых на результат такими факторами как сроки, быстродействие ЭВМ, квалификация исполнителей и т. д.

Математическая модель, отвечающая требованиям первого этапа моделирования, обязательно содержит в себе систему уравнений основного определяющего процесса или процессов. Только такая модель пригодна для моделирования. Это свойство лежит в основе отличия моделирования от расчета и определяет возможность использования модели для моделирования. Расчет, как правило, базируется на основе зависимостей, полученных ранее, при исследовании процесса, и поэтому отображает определенные свойства объекта (процесса). Следовательно, методику расчета можно назвать моделью. Но функционирование такой модели воспроизводит не изучаемый процесс, а изученный. Очевидно, понятия моделирования и расчета четко не разграничиваются, потому что и при математическом моделировании на ЭВМ алгоритм модели сводится к расчету. Но в этом случае расчет носит вспомогательный характер, так как результаты расчета позволяют получить изменение количественных характеристик модели. Самостоятельного значения, какое имеет моделирование, в данном случае расчет иметь не может.

Рассмотрим второй этап моделирования. Модель в ходе эксперимента так же как и объект, функционирует в определенных условиях, которые задаются программой эксперимента. Условия моделирования не входят в понятие модели, поэтому с одной и той же моделью можно проводить различные эксперименты при задании различных условий моделирования. Математическому

описанию условий функционирования модели, несмотря на кажущуюся однозначность толкования, необходимо уделять серьезное внимание. При описании математической модели некоторые несущественные процессы следует заменять экспериментальными данными и зависимостями или трактовать их упрощенно. Если эти данные не будут полностью соответствовать предполагаемым условиям функционирования модели, то результаты моделирования могут быть неверными.

После получения математического описания модели и условий функционирования составляют алгоритмы расчетов, блок-схемы программ для ЭВМ, а затем и программы.

В процессе отладки программ их составные части и отдельные программы в целом подвергаются всесторонней проверке для выявления ошибки или недостаточности математического описания. Проверку производят путем сопоставления полученных данных с известными фактическими данными. Окончательной проверкой является контрольный эксперимент, который осуществляют при одинаковых условиях с проведенным ранее экспериментом непосредственно на объекте. Совпадение с достаточной точностью результатов эксперимента на модели и эксперимента на объекте служит подтверждением соответствия модели и объекта (адекватности модели реальному объекту) и достоверности результатов последующих исследований.

Отлаженная и отвечающая принятым положениям программа моделирования на ЭВМ имеет все необходимые элементы для проведения самостоятельного эксперимента на модели (третий этап), который называют также *вычислительным экспериментом*.

Четвертый этап математического моделирования – обработка результатов принципиально не отличается от обработки результатов обычного эксперимента.

Более подробно рассмотрим широко распространенное в настоящее время понятие вычислительного эксперимента. *Вычислительным экспериментом* называется методология и технология исследований, основанные на при-

менении прикладной математики и ЭВМ как технической базы при использовании математических моделей. В таблице приведена сравнительная характеристика натурального и вычислительного экспериментов. (Натурный эксперимент проводится в естественных условиях и на реальных объектах).

#### Сравнительная характеристика натурального и вычислительного экспериментов

Таблица 2.1

	Натурный эксперимент	Вычислительный эксперимент
Основные этапы	1. Анализ и выбор схемы эксперимента, уточнение элементов установки, ее конструкции.	1. На основе анализа объекта (процесса) выбирается или создается математическая модель.
	2. Разработка конструкторской документации, изготовление экспериментальной установки и ее отладка.	2. Для выбранной математической модели составляется алгоритм расчета, создается программа для машинного счета.
	3. Пробный замер параметров на установке в соответствии с программой эксперимента.	3. Пробный машинный счет в соответствии с программой вычислительного эксперимента.
	4. Детальный анализ результатов эксперимента, уточнение конструкции установки, ее доводка, оценка степени достоверности и точности проведенных измерений.	4. Детальный анализ результатов расчетов для уточнения и корректировки алгоритма и программ счета, доводка программы.
	5. Проведение чистовых экспериментов в соответствии с программой.	5. Окончательный машинный счет в соответствии с программой.
	6. Обработка и анализ экспериментальных данных.	6. Анализ результатов машинного счета.
Преимущества	Как правило, более достоверные данные об изучаемом объекте (процессе)	Широкие возможности, большая информативность и доступность. Позволяет получить значения всех интересующих параметров. Возможность качественно и количественно проследить функционирование объекта (эволюцию процессов). Сравнительная простота уточнения и расширения математической модели.

На основе математического моделирования и методов вычислительной математики создались теория и практика вычислительного эксперимента. Рассмотрим подробнее этапы технологического цикла вычислительного эксперимента.

1. Для исследуемого объекта строится модель, формулируются допущения и условия применимости модели, границы, в которых будут справедливы полученные результаты; модель записывается в математических терминах, как

правило, в виде дифференциальных или интегродифференциальных уравнений; создание математической модели проводится специалистами, хорошо знающими данную область естествознания или техники, а также математиками, представляющими себе возможности решения математической задачи.

2. Разрабатывается метод расчета сформулированной математической задачи. Эта задача представляется в виде совокупности алгебраических формул, по которым должны вестись вычисления и условия, показывающие последовательность применения этих формул; набор этих формул и условий носит название вычислительного алгоритма. Вычислительный эксперимент имеет многовариантный характер, так как решения поставленных задач часто зависят от многочисленных входных параметров. Тем не менее каждый конкретный расчет в вычислительном эксперименте проводится при фиксированных значениях всех параметров. Между тем в результате такого эксперимента часто ставится задача определения оптимального набора параметров. Поэтому при создании оптимальной установки приходится проводить большое число расчетов однотипных вариантов задачи, отличающихся значением некоторых параметров. При организации вычислительного эксперимента обычно используются эффективные численные методы.

3. Разрабатываются алгоритм и программа решения задачи на ЭВМ. Программирование решений определяется теперь не только искусством и опытом исполнителя, а перерастает в самостоятельную науку со своими принципиальными подходами.

4. Проведение расчетов на ЭВМ. Результат получается в виде некоторой цифровой информации, которую далее необходимо будет расшифровать. Точность информации определяется при вычислительном эксперименте достоверностью модели, положенной в основу эксперимента, правильностью алгоритмов и программ (проводятся предварительные «тестовые» испытания).

5. Обработка результатов расчетов, их анализ и выводы. На этом этапе могут возникнуть необходимость уточнения математической модели (усложнения или, наоборот, упрощения), предложения по созданию упрощенных инже-

нерных способов решения и формул, дающих возможности получить необходимую информацию более простым способом.

Возможности вычислительного эксперимента шире, чем эксперимента с физической моделью, так как получаемая информация более подробная. Математическая модель может быть сравнительно просто уточнена или расширена. Для этого достаточно изменить описание некоторых ее элементов. Кроме того, несложно выполнить математическое моделирование при различных условиях моделирования, что позволяет получить оптимальное сочетание конструктивных параметров, показателей работы объекта (характеристик процесса). Для оптимизации указанных параметров целесообразно использовать методику планирования эксперимента, подразумевая под последним вычислительный эксперимент.

Вычислительный эксперимент приобретает исключительное значение в тех случаях, когда натурные эксперименты и построение физической модели оказываются невозможными. Особенно ярко можно проиллюстрировать значение вычислительного эксперимента при исследовании масштабов современного воздействия человека на природу. То, что принято называть климатом – устойчивое среднее распределение температуры, осадков, облачности и т. д., – представляет собой результат сложного взаимодействия грандиозных физических процессов, протекающих в атмосфере, на поверхности земли и в океане. Характер и интенсивность этих процессов в настоящее время изменяются значительно быстрее, чем в сравнительно, близком геологическом прошлом в связи с воздействием загрязнения воздуха промышленными выбросами углекислого газа, пыли и т. д. Климатическую систему можно исследовать, строя соответствующую математическую модель, которая должна описывать эволюцию климатической системы, учитывающей взаимодействующие между собой атмосферы океана и суши. Масштабы климатической системы настолько грандиозны, что эксперимент даже в одном каком-то регионе чрезвычайно дорог, не говоря уже о том, что вывести такую систему из равновесия было бы опасно. Таким образом, глобальный климатический эксперимент возможен, но не натурный, а вы-



числительный, проводящий исследования не реальной климатической системы, а ее математической модели.

В науке и технике известно немало областей, в которых вычислительный эксперимент оказывается единственно возможным при исследовании сложных систем.