

# **ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**

Ордена Трудового Красного Знамени Федеральное государственное образовательное  
бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**Московский технический университет связи и информатики**

Кафедра технической электродинамики и антенн

Седов В.М.

Учебно-методическое пособие

и задания к курсовой работе

по курсу

## **Электромагнитные**

## **ПОЛЯ И ВОЛНЫ**

для студентов-заочников 3-го курса

(направление 11.03.02)

Москва 2016

План УМД на 2016/2017 уч.г.

Учебно-методическое пособие и задания к курсовой работе

по курсу

# **ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ**

Составитель В.М.Седов, канд. техн. наук, доцент

Издание утверждено на заседании кафедры ТЭДиА.

Рецензент В.Г.Кочержевский, доцент

## ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Курс «Электромагнитные поля и волны» состоит из двух частей. В первой части курса изучается теория электромагнитных волн, которая базируется на решениях уравнений Максвелла. С волнами такой природы приходится сталкиваться при работе многих технических устройств связи, как-то: антенно-фидерных устройств, электрических и оптических кабелей, оптических квантовых генераторов, трактов радиолинейных, спутниковых и оптических систем передачи и т.д. Во второй части курса изучаются основные параметры и структура электромагнитных волн в различных типах линий передачи, как-то: коаксиальной линии, прямоугольном и круглом волноводах, диэлектрическом волноводе, полосковой линии и т.д.

Для успешного усвоения курса необходимо знание студентом элементов векторного анализа, методов решения однородных уравнений второго порядка в частных производных для прямоугольной и цилиндрической систем координат, а так же основных представлений о гармонических колебаниях и волнах.

Курс изучается в 5-ом семестре, в нём предусмотрены курсовая работа, лабораторный практикум и экзамен. Курсовая работа состоит из четырёх задач. Студенты, обучающиеся по профилям 3 и 4, решают задачи 1 и 2. Студенты, обучающиеся по профилям 5 и 7, решают задачи 3 и 4.

**Профиль №3**-многоканальные телекоммуникационные системы.

**Профиль №4**-Сети связи и системы коммутации.

**Профиль №5**-системы мобильной связи.

**Профиль №7**-системы радиосвязи и радиодоступа.

Защита курсовой работы производится перед экзаменом по курсу.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### Основная

1. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика. – М.: Радио и связь, 2000. – 536 с.
2. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. – М.: Связь, 1971. – 487 с.

### Дополнительная

3. Седов В.М., Гайнутдинов Т.А. Электромагнитные поля и волны (конспект лекций) / МТУСИ. - М., 2000. – 49 с.
4. Ерохин Г.А., Седов В.М. Задания на курсовую работу и методические указания по её выполнению для дистанционной формы обучения / МТУСИ. - М., 2000. – 14 с.



## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ РАЗДЕЛОВ КУРСА

### 1. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

[1, гл. 1, разд. 2,3], [3, § 1-7]

#### Изучаемые вопросы

1. Векторы электромагнитного поля и параметры среды. Ток проводимости.
2. Закон Ома в дифференциальной форме.
3. Уравнение Максвелла в интегральной форме. Ток смещения.
4. Уравнение Максвелла в дифференциальной форме.
5. Закон сохранения заряда. Уравнение непрерывности полного тока.
6. Граничные условия для векторов поля на границе раздела двух сред.
7. Энергия электромагнитного поля. Теорема Пойнтинга.
8. Волновые уравнения электромагнитного поля.

### 2. СТАТИЧЕСКИЕ ПОЛЯ

[1, гл. 3, разд. 4,2]

#### Изучаемые вопросы

1. Уравнение электростатического поля.
2. Электростатический потенциал.
3. Энергия электростатического поля.
4. Определение поля по заданному распределению зарядов.
5. Ёмкость конденсатора. Конденсаторы простейших типов.
6. Метод зеркальных изображений.
7. Уравнение магнитостатического поля.
8. Магнитостатический потенциал.
9. Особенности решения магнитостатических задач.
10. Экранирование от статических полей.

### 3. СТАЦИОНАРНОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

[1, гл. 4]

#### Изучаемые вопросы

1. Уравнение стационарного электромагнитного поля.
2. Закон Био-Савара.
3. Энергия поля. Индуктивность.
4. Примеры расчёта магнитных полей.
5. Электрическое поле постоянного тока.

### 4. МОНОХРОМАТИЧЕСКОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

[1, разд. 2.3.2, 2.4.2], [4, стр. 5]

#### Изучаемые вопросы

1. Система уравнений поля.
2. Комплексная диэлектрическая проницаемость среды.
3. Однородные уравнения Гельмгольца.
4. Электродинамический потенциал поля.

### 5. ИЗЛУЧАТЕЛИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

[1, гл. 5], [3, § 9]

#### Изучаемые вопросы

1. Элементарный электрический излучатель:
  - а) физическая модель;
  - б) определение векторов поля в окружающем пространстве;
  - в) анализ структуры поля в ближней и дальней зоне;
  - г) мощность и сопротивление излучения;
  - д) диаграммы направленности.
2. Элементарный магнитный излучатель:
  - а) физическая модель;
  - б) определение поля в окружающем пространстве.
3. Элемент Гюйгенса. Определение направленных свойств.

## 6. ПЛОСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

[1, гл. 6], [3, § 8]

### Изучаемые вопросы

1. Плоская волна как решение однородных уравнений Гельмгольца для векторного поля.
2. Основные свойства плоской волны: коэффициент фазы, коэффициент ослабления, фазовая скорость, плотность потока энергии, характеристическое сопротивление.
3. Зависимость свойств волны от частоты.
4. Плоская волна в диэлектрике.
5. Плоская волна в полупроводнике.
6. Поляризация волн.

## 7. ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ СРЕД

[1, гл. 7], [3, § 10]

### Изучаемые вопросы

1. Падение нормально поляризованной плоской волны на границу раздела сред.
2. Падение параллельно поляризованной плоской волны на границу раздела сред.
3. Законы Снеллиуса. Формулы Френеля.
4. Явление полного прохождения волны во вторую среду.
5. Явление полного отражения волны от границы раздела сред.
6. Падение плоской волны на границу с поглощающей средой.
7. Поверхностный эффект. Глубина проникновения поля в проводник.
8. Сопротивление провода в случае слабого и сильного поверхностного эффекта.
9. Потери энергии в проводнике.
10. Прохождение плоской волны через экран. Многослойные экраны.

## 8. ОБЩИЕ СВОЙСТВА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

[1, гл. 9], [3, § 11]

### Изучаемые вопросы

1. Понятие линии передачи. Типы регулярных линий передачи.
2. Связь между продольными и поперечными составляющими векторов полей.
3. Волновые уравнения для продольных составляющих векторов полей.
4. Основные свойства волн: критическая частота, ослабление, фазовая скорость, скорость распространения энергии, групповая скорость.
5. Классификация направляемых волн.
6. Режимы работы линий передачи с нагрузкой. Коэффициент стоячей (бегущей) волны. Эквивалентное сопротивление линии передачи.
7. Круговая диаграмма полных сопротивлений.
8. Методы согласования линий передачи с нагрузкой.

## 9. Т-ВОЛНЫ В ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ

[1, разд. 10.4-10.6], [3, § 14]

### Изучаемые вопросы

1. Структура поля в двухпроводной линии передачи.
2. Структура поля в коаксиальной линии передачи.
3. Структура поля в плоской линии передач.
4. Одномодовый режим работы.
5. Основные параметры волн: коэффициент ослабления, фазовая скорость, пропускаемая мощность.

## 10.Е- И Н-ВОЛНЫ В ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ

[1, разд. 10.1, 10.2], [3, § 12]

### Изучаемые вопросы

1. Структура поля в прямоугольном волноводе.
2. Структура поля в круглом волноводе.
3. Типы волн. Основная волна.

4. Выбор поперечных размеров волновода.
5. Токи на стенках волновода.
6. Ослабление волн в волноводах.

## 11. ВОЛНЫ В КРУГЛОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

[1, разд. 10.7.5, 10.7.6], [3, § 13]

### Изучаемые вопросы

1. Методика решения задачи о нахождении поля в волноводе.
2. Анализ дисперсионного уравнения. Типы волн в волноводе. Нормализованная частота.
3. Параметры основной волны.
4. Одномодовый и многомодовый режимы работы волновода.
5. Использование волноводов для построения оптических кабелей связи.

## 12. ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

[1, разд. 12.1.2 – 12.1.4 и 12.2.1 – 12.2.4]

### Изучаемые вопросы

1. Распределения напряжения и тока вдоль линии при различных нагрузках.
2. Коэффициенты бегущей и стоячей волны.
3. Эквивалентное сопротивление линии.
4. Круговая диаграмма сопротивлений.
5. Узкополосное согласование.
6. Широкополосное согласование.

## 13. ОБЪЁМНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

[1, гл. 11]

### Изучаемые вопросы

1. Основные параметры: резонансная частота, добротность.
2. Потери энергии в резонаторе. Собственная, внешняя и нагруженная добротности.
3. Резонаторы в виде отрезков регулярных линий передачи.
4. Квазистационарные резонаторы.
5. Резонаторы оптического диапазона.

## ЗАДАНИЯ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЮ

### ЗАДАЧА №1

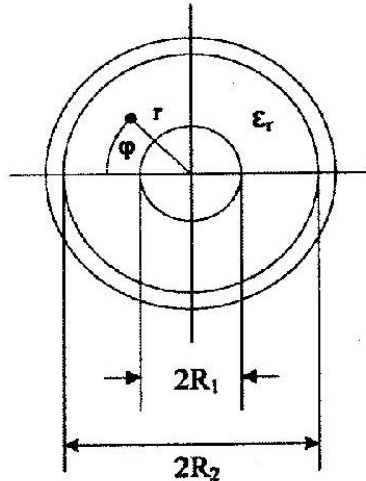


Рис. 1.1

По коаксиальной линии в направлении оси  $z$  (ось  $z$  перпендикулярна плоскости рисунка) распространяется гармоническая электромагнитная волна  $T$  (рис. 1.1). Относительная диэлектрическая проницаемость изоляции  $\epsilon_r$ . Проводники линии имеют бесконечную проводимость, а в изоляции отсутствуют потери мощности волны. Комплексная амплитуда тока, протекающего по центральному проводнику, равна  $\dot{I}_m = I_0 e^{-lkz}$ , где  $k$  – волновое число.

Требуется:

- 1) определить напряжённости магнитного и электрического полей на поверхности центрального проводника;
- 2) определить напряжённости магнитного и электрического полей на внутренней поверхности внешнего проводника;
- 3) определить величину тока, протекающего по внутренней поверхности внешнего проводника;
- 4) определить разность потенциалов между проводниками линии;
- 5) вычислить волновое сопротивление линии;
- 6) вычислить скорость распространения волны;

- 7) Определить мощность, переносимую волной вдоль линии.
- 8) Определить, какое минимальное значение коэффициента затухания волны может быть достигнуто в линии, если её проводники будут изготовлены из материала с удельной проводимостью  $\sigma$ .
- 9) Определить частотные границы одноволнового режима работы линии.
- 10) Изобразить структуру линий векторов  $\vec{H}$  и  $\vec{E}$  для волны Т в момент времени  $t = 0$  для двух сечений линии:  $z = 0$  и  $z = \frac{\lambda}{2}$ .

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №1

Для выполнения всех пунктов задания следует проработать раздел 10.4 в [1]. Далее рекомендуется приступить к выводу расчётных соотношений, по которым в дальнейшем будут вычисляться все требуемые значения параметров волны и линии. В качестве примера рассмотрим решения для пунктов 1 и 2 задания.

Чтобы вычислить напряжённость магнитного поля в любой точке линии надо, использовать закон полного тока:

$$i_m = \oint_L \vec{H}_m \vec{dl},$$

где  $L$  – замкнутый контур в поперечном сечении линии.

Чтобы вычислить напряжённость электрического поля, надо использовать первое уравнение Максвелла для гармонического поля и следующее представление для вектора  $\text{rot } \vec{H}_m$ :

$$\text{rot } \vec{H}_m = \begin{vmatrix} \frac{\vec{r}_0}{r} & \vec{\varphi}_0 & \frac{\vec{z}_0}{r} \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{H}_{rm} & r\dot{H}_{\varphi m} & \dot{H}_{zm} \end{vmatrix}.$$

Исключением из рекомендуемого порядка расчётов может быть только решение пункта 8 задания, поскольку вывод расчётного соотношения здесь представляет собой сложную задачу. Предлагаем использовать следующую расчётную формулу:

$$\alpha = \frac{R_s}{2Z_c R_2} \cdot \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{\ln \frac{R_2}{R_1}}, \frac{\text{Нп}}{\text{м}},$$

где  $\frac{\dot{E}_{\text{ртм}}}{\dot{H}_{\text{фм}}} = Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon}}$  – характеристическое сопротивление волны,

$R_s = 1,987 \cdot \sqrt{\frac{f}{\sigma}} \cdot 10^{-3}$ , Ом – поверхностное сопротивление проводников  
( $f$  – Гц,  $\sigma$  –  $\frac{\text{См}}{\text{м}}$ ).

В окончательном виде минимальный коэффициент затухания волны следует выразить в  $\frac{\text{дБ}}{\text{км}}$ .

Числовые данные для проведения расчётов помещены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

| Параметр                                 | Предпоследняя цифра номера студенческого билета |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|  | 0   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| $2R_1$ , мм                              | 2,6   | 0,7  | 5    | 1,2  | 7    | 2,6  | 1,2  | 5    | 2,6  | 11   |
| $2R_2$ , мм                              | 9,4   | 2,9  | 18   | 4,6  | 27   | 9,4  | 4,6  | 18   | 9,4  | 40   |
| $\epsilon_r$                             | 1,06  | 1,29 | 1,05 | 1,16 | 1,17 | 1,06 | 1,16 | 1,05 | 1,06 | 1,07 |
| $f$ , МГц                                | 8,5   | 1,3  | 6    | 1,3  | 200  | 17   | 4,7  | 3    | 17   | 300  |
| Параметр                                 | Последняя цифра номера студенческого билета     |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|  | 0   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| $I_0$ , мА                               | 1   | 6    | 3    | 8    | 5    | 10   | 7    | 4    | 9    | 2    |
| $\sigma$ , $\frac{\text{МСм}}{\text{м}}$ | 34  | 57   | 66   | 57   | 34   | 66   | 57   | 34   | 66   | 57   |



## ЗАДАЧА №2

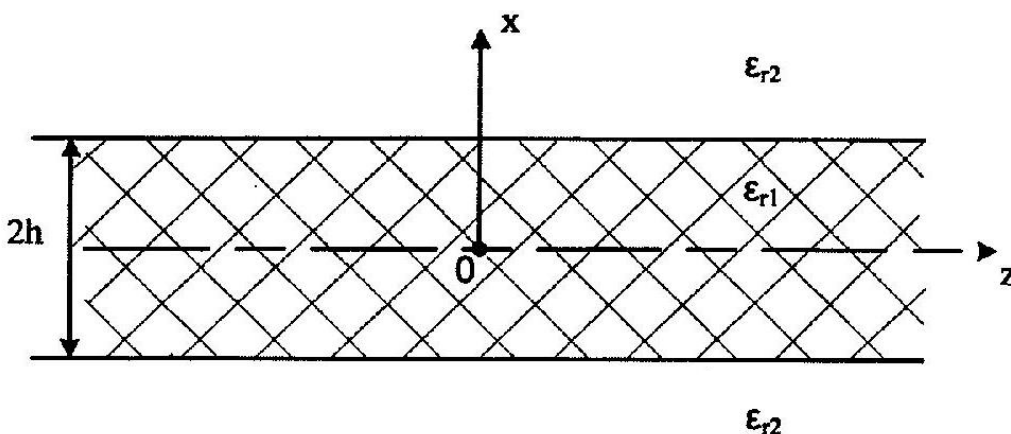


Рис. 2.1

Определить структуру гармонического электромагнитного поля в плоском диэлектрическом волноводе (световоде), изображённом на рис. 2.1. Известны комплексные амплитуды двух проекций векторов поля в средах 1 и 2 при  $x \geq 0$  (таблица 2.1). Параметры световода приведены в таблице 2.2. Потери в диэлектриках сред отсутствуют.

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №2

Для решения задачи следует проработать раздел 10.7 в [1]. Алгоритм решения задачи рекомендуется следующим.

- 1) Определяются комплексные амплитуды всех остальных проекций у векторов  $\vec{E}_m$  и  $\vec{H}_m$  в средах 1 и 2 при  $x \geq 0$ .
- 2) Составляются и совместно решаются уравнения, которые связывают между собой неизвестные поперечные волновые числа в средах 1 и 2, т.е.  $\gamma_1$  и  $\alpha_1$ .
- 3) Определяются минимальная и максимальная толщины световода, при которых по нему будет распространяться только волна низшего типа.
- 4) Для средней толщины световода вычисляются параметры для волны низшего типа, т.е.  $\gamma_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $\beta$  и  $\nu_\phi$ .

- 5) Используя заданную величину единичной мощности волны либо в среде 1, либо в среде 2, т.е.  $P_{\text{ср}}^{(1)}$  или  $P_{\text{ср}}^{(2)}$ , определяются амплитуды  $A$  и  $B$ , входящие в выражения для всех проекций векторов  $\dot{\vec{E}}_m$  и  $\dot{\vec{H}}_m$ .
- 6) Строятся зависимости амплитуд всех проекций векторов  $\dot{\vec{E}}_m$  и  $\dot{\vec{H}}_m$  от координаты  $x$  в области  $x \geq 0$ .
- 7) Учитывая симметрию световода относительно оси  $z$ , характер построенных зависимостей следует распространить на область  $x \leq 0$ .
- 8) Изображается структура линий векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  для волны низшего типа в сечении  $xOz$ .

Таблица 2.1

| Последняя цифра номера студ. билета | Известные проекции векторов $\vec{H}$ и $\vec{E}$ в среде 1   | Известные проекции векторов $\vec{H}$ и $\vec{E}$ в среде 2  | Дополнительные сведения                       |
|-------------------------------------|---|--|---|
| 0                                   | $\dot{E}_{ym}^{(1)} = A \sin(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{ym}^{(2)} = B e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{zm}^{(1)} = \dot{E}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 1                                   | $\dot{H}_{zm}^{(1)} = A \cos(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{zm}^{(2)} = B e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{zm}^{(1)} = \dot{E}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 2                                   | $\dot{E}_{zm}^{(1)} = A \sin(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{zm}^{(2)} = B e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{zm}^{(1)} = \dot{H}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 3                                   | $\dot{E}_{zm}^{(1)} = A \cos(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{zm}^{(2)} = B e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{zm}^{(1)} = \dot{H}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 4                                   | $\dot{H}_{xm}^{(1)} = A \sin(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{xm}^{(2)} = B e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{zm}^{(1)} = \dot{E}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 5                                   | $\dot{H}_{ym}^{(1)} = A \sin(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{ym}^{(2)} = B e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{zm}^{(1)} = \dot{H}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 6                                   | $\dot{E}_{xm}^{(1)} = B \cos(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{xm}^{(2)} = A e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{zm}^{(1)} = \dot{H}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 7                                   | $\dot{E}_{ym}^{(1)} = B \cos(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{ym}^{(2)} = A e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{zm}^{(1)} = \dot{E}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 8                                   | $\dot{H}_{zm}^{(1)} = B \sin(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{zm}^{(2)} = A e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{E}_{zm}^{(1)} = \dot{E}_{zm}^{(2)} = 0$ |
| 9                                   | $\dot{H}_{ym}^{(1)} = A \cos(\gamma_{\perp} x) e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{ym}^{(2)} = B e^{-\alpha_{\perp} x} e^{-i\beta z}$ | $\dot{H}_{zm}^{(1)} = \dot{H}_{zm}^{(2)} = 0$ |

Таблица 2.2

| Параметр             | Предпоследняя цифра номера студенческого билета |      |     |     |     |      |     |      |      |     |
|----------------------|---|------|-----|-----|-----|------|-----|------|------|-----|
|                      | 9   | 8    | 7   | 6   | 5   | 4    | 3   | 2    | 1    | 0   |
| $\epsilon_{r1}$      | 2,3   | 2,25 | 2,6 | 2,5 | 2,9 | 2,5  | 2,4 | 2,8  | 2,4  | 3   |
| $\epsilon_{r2}$      | 1,1   | 1    | 1,3 | 1,2 | 1,4 | 1,2  | 1,1 | 1,4  | 1,2  | 1,5 |
| $\lambda$ , мкм      | 1,3   | 1,6  | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 1,55 | 1,5 | 1,55 | 1,55 | 1,6 |
| $P_{cp}^{(1)}$ , мВт | ---   | ---  | 1   | 2   | --- | ---  | 1,5 | ---  | 3,5  | 1,2 |
| $P_{cp}^{(2)}$ , мВт | 1,5   | 1    | --- | --- | 0,5 | 2    | --- | 3    | ---  | --- |

Поясним решение основных пунктов задания.

Для выполнения пункта 1 надо записать уравнения Максвелла для гармонического поля и использовать далее следующее представление:

$$\operatorname{rot} \dot{\vec{A}}_m = \begin{vmatrix} \dot{x}_0 & \dot{y}_0 & \dot{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{A}_{xm} & \dot{A}_{ym} & \dot{A}_{zm} \end{vmatrix}.$$

В результате два векторных уравнения преобразуются в шесть скалярных уравнений. Упростив их после подстановки вида

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} = -i\beta,$$

следует их решить.

Для выполнения пункта 2 следует записать граничные условия вида:

$$\begin{aligned} H_{\tau}^{(1)} &= H_{\tau}^{(2)}, \\ E_{\tau}^{(1)} &= E_{\tau}^{(2)}. \end{aligned}$$

В этих соотношениях надо положить  $x = h$ . В результате получаются два алгебраических уравнения, в которые входят неизвестные величины  $\gamma_{\perp}$ ,  $\alpha_{\perp}$  и  $A$ ,  $B$ . Исключив из этих уравнений величины  $A$  и  $B$ , получаем одно уравнение, в которое входят только неизвестные величины  $\gamma_{\perp}$  и  $\alpha_{\perp}$ . Это уравнение далее следует преобразовать, например, в такое:

$$\alpha_{\perp} h = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}} \cdot (\gamma_{\perp} h) \cdot \operatorname{tg}(\gamma_{\perp} h).$$

Решение этого уравнения, которое является трансцендентным, в графической форме представлено на рис. 2.2 в виде двух сплошных кривых. Пунктиром изображены четверти окружностей, которые представляют собой уравнения следующего вида:

$$(\gamma_{\perp} h)^2 + (\alpha_{\perp} h)^2 = (kh)^2 \cdot (\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}),$$

где  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$  – волновое число в вакууме.

Наличие двух точек пересечения для верхней четверти окружности с двумя сплошными кривыми говорит о том, что в световоде распространяются два типа волны. Если, например, по заданию  $\dot{E}_{zm} \neq 0$  и  $\dot{H}_{zm} = 0$ , то это будут волны  $E_0$  (точка 1) и  $E_2$  (точка 2). Нижним типом является волна  $E_0$ .

Точка 3 соответствует максимальной толщине световода, точка 0 – минимальной (нулевой) толщине световода. Точка 4 соответствует средней толщине световода.

Фазовая скорость волны определяется по формуле:

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{\beta},$$

где коэффициент фазы  $\beta$  вычисляется из любого соотношения, приведённого ниже:

$$\gamma_{\perp}^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_1 - \beta^2,$$

$$\alpha_{\perp}^2 = \beta^2 - \omega^2 \varepsilon_2 \mu_2.$$

Для вычисления амплитуд  $A$  и  $B$  следует использовать значения единичных мощностей в таблице 2.2 и выражения для проекций векторов:

$$P_{\text{ср}}^{(1)} = 2 \cdot \int_0^h \Pi_{\text{зср}} dx \cdot \int_{-0,5}^{0,5} dy,$$

$$P_{\text{ср}}^{(2)} = 2 \cdot \int_h^{\infty} \Pi_{\text{зср}} dx \cdot \int_{-0,5}^{0,5} dy,$$

где

$$\Pi_{zcp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\dot{E}_{xт}, \dot{H}_{yт}^*)$$

либо

$$\Pi_{zcp} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re}(\dot{E}_{yт}, \dot{H}_{xт}^*).$$

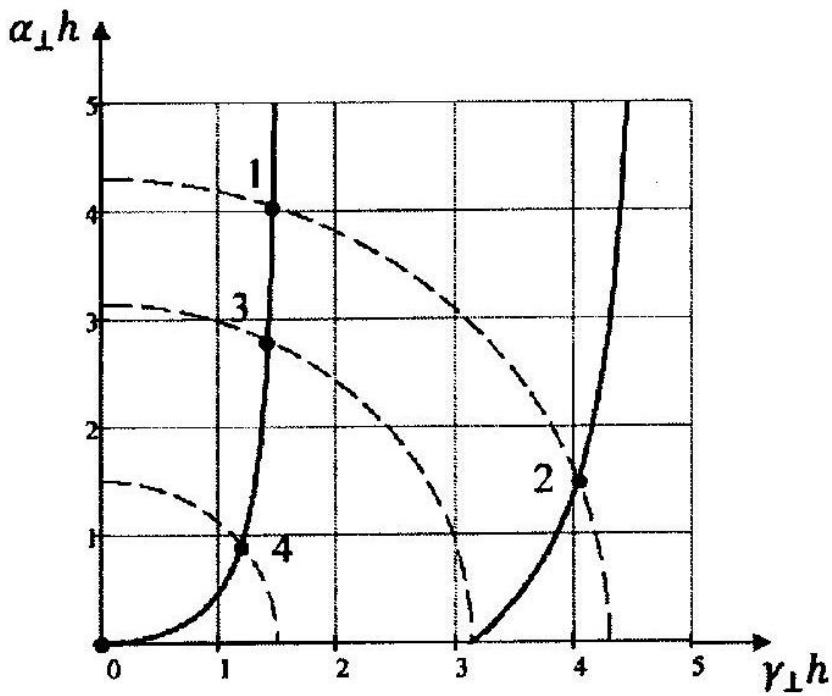


Рис. 2.2

## ЗАДАЧА №3

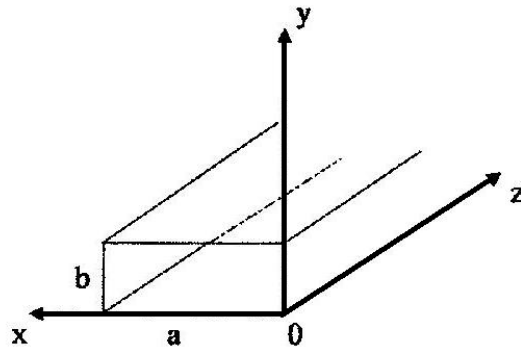


Рис. 3.1

По прямоугольному волноводу, изображённому на рис. 3.1, распространяется гармоническая электромагнитная волна. Стенки волновода являются идеально проводящими. Волновод заполнен однородным диэлектриком, имеющим относительную диэлектрическую проницаемость  $\epsilon_r$ . Потери в диэлектрике отсутствуют. Известны выражения для комплексных амплитуд некоторых проекций векторов поля (они указаны в таблице 3.1 для каждой последней цифры номера студенческого билета). Требуется:

- 1) определить комплексные амплитуды всех остальных, не заданных в таблице 3.1, проекций векторов поля;
- 2) определить диапазон частот, в котором рассматриваемое поле представляет собой волну, бегущую вдоль оси  $z$ ;
- 3) записать выражения для мгновенных значений всех проекций векторов поля и по ним построить графики зависимостей этих проекций от координаты  $z$  (при  $x = \frac{a}{2}$  и  $y = \frac{b}{2}$ ) в два момента времени  $t = 0$  и  $t = \frac{T}{4}$  в интервале  $0 \leq z \leq \Lambda$ , где  $\Lambda$  – длина волны в волноводе на частоте  $f$ ;
- 4) проверить выполнение граничных условий для векторов поля на всех стенках волновода;
- 5) определить максимальные значения амплитуды плотности поверхностного тока на всех стенках волновода (расчёт провести отдельно для продольного и поперечного токов);

- 6) вычислить мощность, переносимую волной заданного типа по волноводу;
- 7) рассчитать и построить частотные зависимости  $v_\phi(f)$  и  $v_g(f)$ ;
- 8) изобразить линии векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , а также токов на всех стенках волновода для заданного типа волны;
- 9) рассчитать коэффициент затухания волны заданного типа в волноводе, считая, что волновод изготовлен из проводника с удельной проводимостью  $\sigma$ .

Таблица 3.1

| Последняя цифра номера студ. билета | Известные проекции векторов либо сами векторы для заданного поля   |
|-------------------------------------|--|
| 0                                   | $\dot{H}_{zm} = H_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-i\beta z}, \dot{E}_{zm} = 0$  |
| 1                                   | $\dot{H}_{xm} = \frac{i\beta a}{2\pi} H_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}, \dot{H}_{zm} = H_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}, \dot{H}_{ym} = 0$ |
| 2                                   | $\dot{H}_{xm} = \frac{i\beta a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}, \dot{H}_{zm} = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}, \dot{H}_{ym} = 0$    |
| 3                                   | $\dot{H}_{ym} = \frac{i\beta b}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-i\beta z}, \dot{H}_{zm} = H_0 \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-i\beta z}, \dot{H}_{xm} = 0$    |
| 4                                   | $\dot{\vec{E}}_m = \vec{y}_0 \frac{i\omega\mu a}{2\pi} H_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}$  |
| 5                                   | $\dot{\vec{E}}_m = \vec{x}_0 \frac{i\omega\mu b}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-i\beta z}$  |
| 6                                   | $\dot{\vec{E}}_m = \vec{y}_0 \frac{i\omega\mu a}{\pi} H_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}$  |
| 7                                   | $\dot{E}_{zm} = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) e^{-i\beta z}, \dot{H}_{zm} = 0$   |
| 8                                   | $\dot{H}_{zm} = H_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}, \dot{E}_{zm} = 0$   |
| 9                                   | $\dot{H}_{zm} = H_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-i\beta z}, \dot{E}_{zm} = 0$  |

Таблица 3.2

| Параметр   | Предпоследняя цифра номера студенческого билета |      |     |      |      |      |     |     |     |      |
|--|---|------|-----|------|------|------|-----|-----|-----|------|
|  | 0   | 1    | 2   | 3    | 4    | 5    | 6   | 7   | 8   | 9    |
| Широкая стенка волновода $a$ , мм                        | 23  | 72   | 19  | 40   | 58   | 48   | 23  | 72  | 58  | 40   |
| Узкая стенка волновода $b$ , мм                          | 10  | 34   | 9,5 | 20   | 25   | 24   | 10  | 34  | 25  | 20   |
| Относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon_r$ | 1   | 2,25 | 1   | 1,44 | 1,96 | 1,44 | 2   | 1   | 1   | 1,69 |
| $f$ , ГГц  | 18  | 5,9  | 20  | 9    | 6,5  | 7,5  | 14  | 5,6 | 8   | 9,5  |
| $H_0$ , $\frac{\text{мА}}{\text{м}}$                     | 1,5   | 1,2  | 1   | 1,5  | 2    | 2,5  | 0,8 | 3   | 4   | 1,9  |
| $E_0$ , $\frac{\text{В}}{\text{м}}$                      | 4   | 2,5  | 3   | 8    | 6    | 3,2  | 5,8 | 7   | 1,4 | 6,2  |
| $\sigma$ , $\frac{\text{МСм}}{\text{м}}$                 | 57  | 66   | 34  | 66   | 57   | 66   | 34  | 66  | 57  | 34   |

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №3

Для выполнения всех пунктов задания следует проработать раздел 10.1 в [1].

Для выполнения пункта 1 надо использовать либо первое уравнение Максвелла для монохроматического поля, либо второе, а затем, применив следующее представление для вектора  $\text{rot} \dot{\vec{A}}_m$ ,

$$\text{rot} \dot{\vec{A}}_m = \begin{vmatrix} \dot{x}_0 & \dot{y}_0 & \dot{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{A}_{xm} & \dot{A}_{ym} & \dot{A}_{zm} \end{vmatrix}.$$

перейти от векторного уравнения к трём скалярным. Первое уравнение надо решать для вариантов 1, 2 и 3 в таблице 3.1, второе – для вариантов 4, 5 и 6.

Для остальных вариантов в этой таблице надо использовать соотношение (9.5) в [1], которое получается из совместного решения первого и второго уравнений Максвелла для монохроматического поля.



В результате решения пункта 1 становятся известными все проекции у векторов  $\vec{E}_m$  и  $\vec{H}_m$ , что позволяет сделать вывод о типе волны, распространяющейся по данному волноводу.

Требуемый для определения в пункте 2 диапазон частот находится из условия, что величина коэффициента фазы  $\beta$  представляет собой действительное положительное число.

Чтобы записать мгновенные значения для всех проекций векторов поля, что требуется в задании пункта 3, надо использовать соотношение:

$$A(t) = \text{Re}(\dot{A}_m \cdot e^{i\omega t}),$$

где  $\dot{A}_m$  – комплексная амплитуда какой-либо проекции вектора  $\vec{A}$ , например  $\dot{A}_{xm}$ .

При построении графиков следует обратить особое внимание на их оформление. В частности, масштабы по осям должны содержать только целые числа; по вертикальной оси можно использовать размерности  $\frac{\text{мА}}{\text{м}}$  и  $\frac{\text{мВ}}{\text{м}}$ , если основные размерности  $\frac{\text{А}}{\text{м}}$  и  $\frac{\text{В}}{\text{м}}$  не подходят, и т.д.

В пункте 4 надо проверить, что на всех стенках волновода равняются нулю касательные проекции вектора  $\vec{E}$  и нормальные проекции вектора  $\vec{H}$ .

Для выполнения пункта 5 сначала надо определить комплексные амплитуды плотности поверхностных токов на стенках волновода, причём отдельно для продольного и для поперечного токов. Они определяются, если использовать соотношение:

$$\dot{j}_m = \begin{vmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \\ n_x & n_y & n_z \\ \dot{H}_{xm} & \dot{H}_{ym} & \dot{H}_{zm} \end{vmatrix},$$

где  $n_x$ ,  $n_y$  и  $n_z$  – проекции орта внешней нормали к стенке волновода.

Например, внешняя нормаль для стенки  $x = 0$  имеет проекции:

$$n_x = 1, \quad n_y = 0, \quad n_z = 0.$$

Далее в пункте 5 анализируются выражения для  $j_{xm}$ ,  $j_{ym}$  и  $j_{zm}$  на предмет их максимумов, т.е. определяются максимальные значения этих плотностей токов и координаты тех точек, в которых это имеет место.

Для выполнения пункта 6 надо вычислить интеграл вида:

$$P_{cp} = \int_{S_1} \Pi_z dS,$$

$$\text{где } \Pi_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\dot{E}_{xm} \cdot \dot{H}_{ym}^*),$$

или

$$\Pi_z = -\frac{1}{2} \operatorname{Re}(\dot{E}_{ym} \cdot \dot{H}_{xm}^*).$$

Заметим, что поперечные проекции поля в этих формулах были определены ранее в пункте 1.

Для построения графиков в пункте 7 следует использовать формулы 10.19 в [1].

Чтобы построить линии векторов  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и токов на стенках волновода, следует изучить их для различных типов волн (они приведены в разделе 10.1 [1]). Заметим, что для удобства изображения линий токов на всех стенках волновода его следует развернуть, т.е. сделать плоским.

Для выполнения пункта 9 следует использовать формулы:

$$\alpha^{H_{mn}} = \frac{8,69 \cdot R_s}{b \cdot Z_c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2}} \cdot \left[ 1 + \frac{2b}{a} \cdot \left(\frac{m\lambda}{2a}\right)^2 \right], m \geq 1, n = 0$$

$$\alpha^{H_{mn}} = \frac{8,69 \cdot R_s}{b \cdot Z_c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{2b}\right)^2}} \cdot \left[ 1 + \frac{2a}{\lambda} \cdot \left(\frac{m\lambda}{2b}\right)^2 \right], m = 0, n \geq 1$$

$$\alpha^{E_{11}} = \frac{17,38 \cdot R_S}{Z_c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}^{E_{11}}}\right)^2}} \cdot \frac{a^3 + b^3}{ab(a^2 + b^2)}.$$

В этих формулах введены следующие обозначения:

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r}} - \text{характеристическое сопротивление волны в свободном пространстве,}$$

$$R_S = 1,987 \cdot \sqrt{\frac{f}{\sigma}} \cdot 10^{-3}, \text{ Ом} - \text{поверхностное сопротивление проводника,}$$

$$\text{причём } f - \text{Гц, } \sigma - \frac{\text{См}}{\text{м}},$$

$$\lambda_{кр}^{E_{11}} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Вычисленный по этим формулам коэффициент затухания имеет размерность  $\frac{\text{дБ}}{\text{м}}$ .

## ЗАДАЧА №4

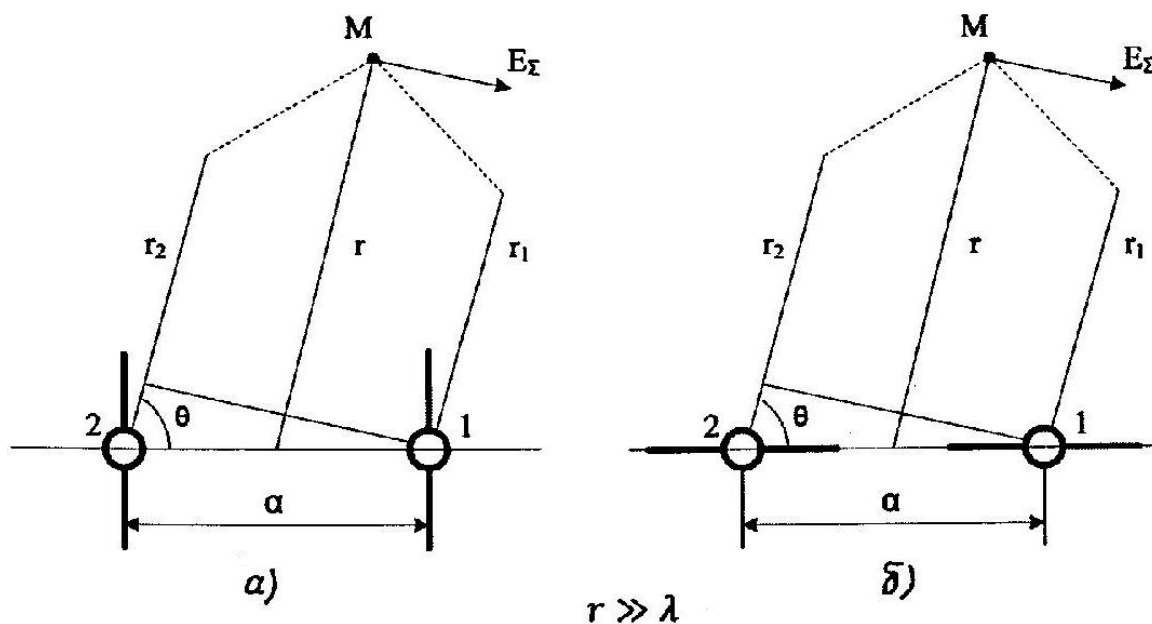


Рис. 4.1

Элементарный электрический излучатель (вibrator) создаёт в свободном пространстве монохроматическое электромагнитное поле с частотой  $f$ . Сопротивление излучения вибратора равняется  $R_{\Sigma}$ , а среднее за период значение излучённой мощности равняется  $P_{\Sigma \text{ср}}$ . Фаза комплексной амплитуды электрического тока, протекающего по вибратору, равна нулю. Требуется:

- 1) определить длину вибратора и амплитуду тока, протекающего по вибратору;
- 2) рассчитать и построить в полярной системе координат нормированную диаграмму направленности одиночного вибратора в плоскостях E и H;
- 3) рассчитать и построить нормированную диаграмму направленности в плоскости E для системы из двух элементарных электрических излучателей (вibratorов), параметры которых определены ранее в пунктах 1 и 2 задания. Заметим, что плоскость E совпадает с плоскостью рис. 4.1. Вибраторы расположены либо параллельно (рис. 4.1 а), либо соосно друг другу (рис. 4.1 б). Расстояние между

вибраторами равняется  $d$ . Вибратор 1 питается током  $I$ , а вибратор 2 питается током  $Ie^{i\psi}$ .

Числовые данные для всех расчётов приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1

| Параметр                                    | Предпоследняя цифра номера студенческого билета |      |     |     |      |                  |      |      |     |     |
|---|---|------|-----|-----|------|------------------|------|------|-----|-----|
|   | 1   | 2    | 3   | 4   | 5    | 0                | 7    | 6    | 9   | 8   |
| $f$ , МГц                                   | 75  | 130  | 60  | 100 | 70   | 50               | 60   | 120  | 80  | 150 |
| $R_{\Sigma}$ , Ом                           | 2   | 1,6  | 0,8 | 0,5 | 3    | 4                | 1,5  | 5    | 1,2 | 1   |
| $P_{\Sigma\text{ср}}$ , мВт                 | 12  | 15   | 8   | 4   | 2,5  | 10               | 6    | 3    | 1   | 9   |
| Последняя цифра номера студенческого билета | 1   | 4    | 2   | 3   | 8    | 7                | 9    | 5    | 0   | 6   |
| $\frac{d}{\lambda}$                         | 0,5   | 0,25 | 1   | 0,5 | 0,25 | 0,75             | 0,25 | 0,25 | 0,5 | 0,5 |
| Расположение вибраторов                     | соосное (б)                                     |      |     |     |      | параллельное (а) |      |      |     |     |
| $\Psi$ , град.                              | -180  | 90   | -90 | 0   | 180  | 0                | 0    | 180  | 90  | -90 |

#### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №4

Для выполнения пунктов 1 и 2 задания следует проработать раздел 5.2 в [1].

Что касается решения пункта 3 задания, то алгоритм расчёта результирующего поля  $E_{\Sigma}$  в точке М, расположенной в дальней зоне, рекомендуется следующим.

- 1) Вычисляются величины полей, создаваемых каждым вибратором в точке М при условии, что  $r_1 = r_2 = r$ . Это означает, что  $E_1 = E_2 = E$ . Для случая (а) на рис. 4.1 эта величина будет пропорциональна  $\cos \theta$ , а для случая (б) на этом же рисунке соответственно  $\sin \theta$ .

- 2) Вычисляется сдвиг фаз между векторами  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  в этой точке М по формуле:

$$\Delta\varphi = \psi - kd \cos \theta ,$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  — волновое число.

- 3) Величины векторов и фазовый угол между векторами представлены в графической форме на рис. 4.2. Результирующее поле в этом случае вычисляется по формуле:

$$E_{\Sigma} = 2E \cos\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right).$$

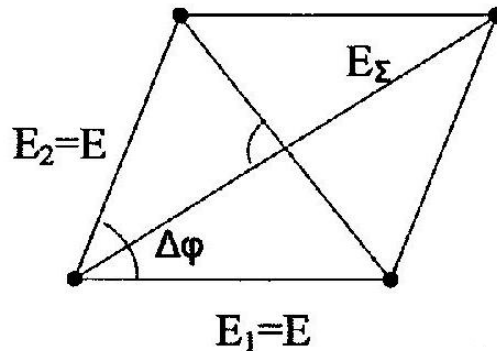


Рис. 4.2

- 4) Используя эту формулу, вычисляют функцию вида:

$$F(\theta) = \frac{E_{\Sigma}(\theta)}{(E_{\Sigma})_{max}}.$$

Она и представляет собой нормированную диаграмму направленности в плоскости  $E$  для системы из двух вибраторов.

Диаграмма направленности строится в полярной системе координат, при этом  $\theta$  изменяется в пределах от  $0^\circ \dots 360^\circ$ .

Учебно-методическое пособие и задания к курсовой работе

по курсу

# **Электромагнитные поля и волны**

для студентов-заочников 3-го курса

(направление 11.03.02)

Заказ 61-2016