Министерство образования Рощ ссийской Федерации

# НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ГЛАВЫ

ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

# Методические указания и варианты заданий

для студентов II курса факультета

летательных аппаратов

(специальности 071100, 071300, 070200)

НОВОСИБИРСК

2003

Составили: проф. *К.А. Матвеев*,

ст. преп. *Е.Н. Белоусова*,

преп. *Ю.Б. Нигирич*

## Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. инженерной математики НГТУ В.Н. Максименко

Работа подготовлена кафедрой прочности

летательных аппаратов

Новосибирский государственный

технический университет, 2003

**ВВЕДЕНИЕ**

В соответствии с графиком самостоятельной работы по курсам «Уравнения математической физики» и «Высшая математика» (спецразделы) студенты обязаны выполнить индивидуальное практическое задание. Настоящая работа состоит из задач по различным разделам курса, предназначенных для самостоятельного решения.

# Указания по оформлению заданий

1. Текстовая часть заданий выполняется на листах писчей (белой или клетчатой) бумаги форматом 210 × 297 мм. Листы нумеруются вместе с бланком задания и сшиваются в тетрадь с обложкой из плотной белой бумаги.

2. Текст пишется четко и аккуратно. Слева оставляются поля 2,5 см для сшивания, справа – 1 см, размер верхнего и нижнего полей – 1,5 см.

3. Текстовая часть должна представлять последовательное изложение теоретических положений и решений предложенных задач. Все используемые обозначения должны совпадать с лекционными обозначениями или быть объяснены. Не допускается приведение формул и вычислений без текстового комментария. Формулы, на которые имеются ссылки в тексте, должны нумероваться в пределах каждого раздела арабскими цифрами: первая цифра указывает номер раздела, вторая – порядковый номер формулы, например: (1.2.). Номер формулы помещается на правом поле.

**1. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

1.1. Решить следующие задачи на условный экстремум. Воспользоваться методом неопределенных множителей Лагранжа.

Метод множителей Лагранжа – эффективный способ решения задач на условный экстремум для функций многих переменных. Значительное число примеров решения задач на условный экстремум рассмотрено в работе [1, п. 2].

1.1.1. Найти прямоугольник наибольшей площади, вписанный в окружность единичного радиуса.

1.1.2. Найти наименьшее расстояние от начала координат до прямой .

1.1.3. Найти три числа *x*, *y*, *z* таких, что их произведение максимально, сумма равна 5, а сумма попарных произведений – 8.

1.1.4. Найти два числа, произведение которых максимально, а сумма равна *а*.

1.1.5. Найти точки экстремума на кривой, получающейся в результате пересечения  цилиндра плоскостью .

1.1.6. На сфере с радиусом *r* = 3 найти точки, в которых функция  принимает экстремальные значения.

1.1.7. Найти четыре числа, произведение которых максимально, а сумма равна заданному значению.

1.1.8. Найти кратчайшее расстояние от точки плоскости с координатами (1;0) до эллипса .

1.1.9. В окружность радиуса *r* вписать прямоугольник наибольшей площади.

1.1.10. Найти точки на прямой , для которых сумма квадратов косинусов координат экстремальна.

1.1.11. Найти кратчайшее расстояние от заданной точки   
*N*(*а*, *b*, *с*) до плоскости .

1.1.12. Установить, какой из прямоугольников с заданной площадью имеет наименьший периметр.

1.1.13. На эллипсоиде  найти точку, наиболее удаленную от начала координат.

1.1.14. В заданный круг вписать наибольший по площади треугольник с данным углом .

1.1.15. Определить размеры прямоугольного открытого сверху ящика так, чтобы при заданном объеме *V* и толщине стенок *h* на него пошло наименьшее количество материала.

1.1.16. Определить размеры цилиндрического сосуда с данной поверхностью и наибольшим объемом.

1.1.17. Какой из конусов с данной боковой поверхностью имеет наибольший объем?

1.1.18. Какая точка шаровой поверхности  наиболее удалена от точки *A*(1, 2, 3)?

1.1.19. Найти наибольшее и наименьшее расстояния от точек эллипса  до прямой 

1.1.20. Среди прямоугольников, вписанных в эллипс , найти такой, который имеет наибольший пе-риметр.

1.1.21. Среди прямоугольных параллелепипедов, вписанных в эллипсоид , найти тот, который имеет наибольший объем.

1.1.22. Найти полуоси *a* и *b* эллипса  наи-меньшей площади, содержащего внутри себя окружность .

1.1.23. Среди всех кубических уравнений  с действительными корнями, найти такое, для которого коэф-фициент *C* экстремален.

У к а з а н и е: воспользуйтесь теоремой Виета.

1.1.24. Даны местоположения (координаты) трех точек *P*1, *P*2, *P*3 на плоскости. Необходимо найти такую точку на плоскости, сумма расстояний от которой до заданных точек была бы наи-меньшей.

1.1.25. Установить, какой из треугольников с заданной пло-щадью имеет наименьший периметр.

1.2. Записать первую и вторую вариации функционалов. Найти экстремали и исследовать характер экстремумов по полному приращению функционала. Большое число примеров решения подобных задач рассмотрено в книге [1, гл. 2].

1.2.1. , .

1.2.2. ,.

1.2.3. ,.

1.2.4. ,.

1.2.5. ,.

1.2.6. ,.

1.2.7. ,.

1.2.8. ,.

1.2.9. ,.

1.2.10. ,.

1.2.11. ,.

1.2.12. ,.

1.2.13. ,.

1.2.14. ,.

1.2.15. , .

1.2.16. ,.

1.2.17. ,.

1.2.18. ,.

1.2.19. ,.

1.2.20. ,.

1.2.21. .

1.2.22. ,

.

1.2.23. , .

1.2.24. ,.

1.2.25. ,.

1.3. Решить следующие изопериметрические задачи. Решение различных изопериметрических задач подробно рассмотрено в работе [1, гл. 2, п. 9].

1.3.1. Найти однородное тело вращения около оси *OX* с заданным объемом *V* и наименьшим моментом инерции относительно оси *OZ*.

1.3.2. Из кривых длиной L, соединяющих точки *М*1(-*а*,0) и *М*2(*а*,0), определить ту, которая вместе с осью *OX* ограничивает наибольшую площадь. При этом *L*2*а*.

1.3.3. Стоимость земли зависит от ее положения и может быть характеризована заданием положительной функции . Среди кривых длиной *L*, соединяющих точки *М*1 и *М*2, найти ту, которая вместе с хордой *М*1*М*2 ограничивала бы площадь наибольшей стоимости.

У к а з а н и е: ищется максимум ; найти только кривизну экстремали.

1.3.4. Соединить две неизвестные точки *М*1 и *М*2 на оси *OX* кривой наименьшей длины, заключающей вместе с *OX* площадь заданной величины *S*.

1.3.5. Данную точку (0,*b*) оси *OY* соединить с *OX* кривой, заключающей вместе с осями *OX* и *OY* данную площадь *S* и образующей при вращении около *OX* наименьшую поверхность.

1.3.6. Из начала координат плоскости *XOY* провести кривую *OA* длиной *L*, кончающуюся на прямой *Y* = *h* и образующую вместе с ординатой точки *А* и осью *OX* наибольшую площадь.

1.3.7. Дан угол с вершиной в начале координат. Соединить данную точку *М*1 на одной стороне угла с неизвестной точкой *М*2 другой стороны угла кривой длиной *L* так, чтобы площадь между кривой и сторонами угла была наибольшая.

1.3.8. Среди кривых длиной *L*, соединяющих точки *М*1(*x*1,*y*1) и *М*2(*x*2,*y*2), найти ту, у которой центр тяжести лежит наиболее низко.

1.3.9. Найти замкнутую кривую длиной *L*, ограничивающую площадь наибольшей величины.

1.3.10. Найти минимум интеграла  если .

1.3.11. Найти максимум интеграла  .

1.3.12. Найти максимум интеграла  .

1.3.13. Среди линий, идущих из *А*(0,0) в *В*(1,1/4), найти ту, которая дает экстремум интегралу  при условии .

1.3.14. Среди линий, идущих из *А*(0,0,0) в *В*(1,1,1), найти ту, для которой интеграл  – минимум при условии .

1.3.15. Найти наименьшую поверхность вращения с заданной площадью осевого сечения.

1.3.16. Найти экстремаль интеграла  .

1.3.17. Найти минимум интеграла  .

1.3.18. Найти экстремаль функционала  .

1.3.19. Вывести дифференциальное уравнение для определения формы тела вращения заданного объема, обладающего наименьшим сопротивлением потоку. Тело движется через газ свободных молекул.

1.3.20. Найти экстремаль функционала  .

У к а з а н и е: уравнение Эйлера подстановкой  сводится к линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами.

1.3.21. Найти экстремаль функционала  .

1.3.22. Найти экстремаль функционала

.

У к а з а н и е: при решении дифференциального уравнения Эйлера применить подстановку .

1.3.23. Найти экстремаль функционала  .

1.3.24. Найти экстремаль функционала  .

1.3.25. Один конец тяжелой цепи длиной *L* закреплен, а второй скользит по вертикальному стержню, отстоящему от вертикали, проходящей через закрепленный конец цепи, на расстоянии *а* *L*. Найти форму цепи.

**2.** **ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

(Основные понятия интегральных уравнений и примеры решения задач можно найти в работе [2].)

2.1. Составить интегральные уравнения, соответствующие дифференциальным уравнениям с заданными начальными условиями. Решить интегральные уравнения методом последовательных приближений.

2.1.1. .

2.1.2. .

2.1.3. .

2.1.4. .

2.1.5. .

2.1.6. .

2.1.7. .

2.1.8. .

2.1.9. .

2.1.10. .

2.1.11. .

2.1.12. .

2.1.13. .

2.1.14. .

2.1.15. .

2.1.16. .

2.1.17. .

2.1.18. .

2.1.19. .

2.1.20. .

2.1.21. .

2.1.22. .

2.1.23. .

2.1.24. .

2.1.25. .

2.2. Решить интегральные уравнения с вырожденным ядром.

2.2.1. .

2.2.2. .

2.2.3. .



2.2.4. .

2.2.5. .

2.2.6. .

2.2.7. .

2.2.8. .

2.2.9. .

2.2.10. .

2.2.11. .

2.2.12. .

2.2.13. .

2.2.14. 

2.2.15. .

2.2.16. .

2.2.17. .

2.2.18. .

2.2.19. .

2.2.20. .

2.2.21. .

2.2.22. .

2.2.23. .

2.2.24. .

2.2.25. .

2.3. Найти характеристические числа и собственные функции однородных интегральных уравнений, если их ядра имеют сле-дующий вид:

2.3.1. .

2.3.2. .

2.3.3. .

2.3.4. .

2.3.5. .

2.3.6. .

2.3.7. .

2.3.8. .

2.3.9. .

2.3.10. .

2.3.11. .

2.3.12. .

2.3.13. .

2.3.14. .

2.3.15. .

2.3.16. .

2.3.17. .

2.3.18. .

2.3.19. .

2.3.20. .

2.3.21. .

2.3.22. .

2.3.23. .

2.3.24. .

2.3.25. 

**3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Постановка различных задач математической физики приведена в учебниках [4, 5]. Особо следует рекомендовать сборник задач [3], в котором подробно разобраны многие примеры на постановку и решение задач математической физики.

3.1. Струна  с жестко закрепленными концами до момента  находилась в состоянии равновесия под действием поперечной силы , приложенной в точке  струны перпендикулярно к невозмущенному положению струны. В начальный момент времени  действие силы  мгновенно прекращается. Поставить задачу о малых колебаниях струны.

3.2. Поставить краевую задачу об остывании равномерно нагретого стержня, имеющего форму усеченного конуса, пренебрегая искривлением изотермических поверхностей, если концы стержня теплоизолированы и на боковой поверхности происходит конвективный теплообмен со средой нулевой температуры.

3.3. Однородный шар радиусом *R* в течение длительного времени нагревался источниками тепла, распределенными по его объему с постоянной плотностью. Поставить задачу об остывании шара после выключения источников, считая, что теплоотдача с поверхности шара в окружающую среду как во время нагрева, так и при охлаждении происходила по закону Ньютона конвективного теплообмена.

3.4. Две пластинки толщиной  и , изготовленные из разных материалов и нагретые до температур *Т*1 и *Т*2, в момент  приводятся в соприкосновение одна с другой. Поставить задачу, определяющую процесс выравнивания температур, считая, что свободные грани теплоизолированы от окружающего пространства.

3.5. На струну действует внешняя распределенная нагрузка . В момент времени  ее действие мгновенно прекращается. Поставить задачу о малых поперечных колебаниях струны.

3.6. Тяжелая однородная нить длиной  закреплена верхним концом  на вертикальной оси, вращается вокруг этой оси с постоянной угловой скоростью . Доказать, что уравнение малых колебаний нити около своего вертикального положения равновесия имеет вид

, где .

3.7. Поставить задачу об определении температуры тонкой круглой пластинки. Внутренние источники тепла отсутствуют, начальная температура равна нулю, на границе поддерживается температура *Т*0. Найти стационарное распределение температуры.

3.8. Доказать, что уравнение продольных колебаний кони-ческого стержня имеет вид

.

3.9. Поставить задачу о малых свободных колебаниях тяжелой нити. Один конец нити закреплен, к другому прикреплен груз *Р*.

3.10. Поставить задачу о малых свободных колебаниях круглой мембраны в среде без сопротивления, если в момент времени  действие приложенной к ней равномерно распределенной нагрузки мгновенно прекратилось.

3.11. Длинный составной цилиндр находится в условиях конвективного теплообмена со средой, имеющей температуру . Поставить задачу о распределении температуры по толщине цилиндра, если внутренние источники тепла отсутствуют, начальная температура цилиндра равна нулю. Найти стационарное распределение температуры.

3.12 Свободно опертая балка находилась в равновесии под действием приложенной к ней в точке  сосредоточенной силы *Р*. В момент времени  действие силы мгновенно прекратилось. Поставить задачу о малых свободных колебаниях балки в среде без сопротивления.

3.13. Поставить задачу теплопроводности для стержня с теплоизолированной боковой поверхностью, если плотность внутренних источников тепла . Левый конец теплоизолирован, правый находится в условиях конвективного теплообмена со средой нулевой температуры.

3.14. В момент времени  к свободному концу консольной балки была приложена сила *Р*. Поставить задачу о малых поперечных колебаниях балки.

3.15. Два упругих (разных) цилиндра двигались навстречу друг другу со скоростями *V*1 и *V*2 соответственно. В момент времени  они «состыковались». Поставить задачу о малых продольных колебаниях.

3.16. Поставить задачу о малых колебаниях струны. Начальные условия произвольны. Жесткость пружины *k* (рис. 1).

3.17. Поставить задачу о малых продольных колебаниях стержня. Начальные условия произвольны, размерами массы m пренебречь (рис. 2).



*Рис. 1 Рис. 2*

3.18. Поставить задачу об остывании неограниченной плоской пластины, если на ее поверхности происходит конвективный теплообмен с окружающей средой, температура которой равна нулю. Рассмотреть, в частности, случай, когда изменение температуры по толщине пластины пренебрежимо мало.

3.19. Поставить задачу о стационарном распределении температуры по толщине толстой неограниченной трубы, если в каждой точке на внешней поверхности поддерживается температура *Т*1, а на внутренней – *Т*2.

3.20. Поставить задачу об остывании тонкого круглого кольца, на поверхности которого происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой, имеющей температуру *Т*0. Неравномерностью распределения температуры по толщине пренебречь.

3.21. Поставить задачу об определении температуры бесконечного стержня, полученного соединением двух полубесконечных стержней, сделанных из разных материалов, если эти стержни соединены: а) непосредственно; б) с помощью массивной муфты с теплоемкостью *С*0 и очень большой теплопроводностью.

3.22. Поставить краевую задачу о поперечных колебаниях струны с закрепленными концами, имеющей в точке  сосредоточенную массу *m*.

3.23. Упругий однородный цилиндр выводится из состояния покоя тем, что в момент времени  его поперечные сечения получают малые повороты в своих плоскостях относительно оси цилиндра. Поставить краевую задачу о малых крутильных колебаниях этого цилиндра, если концы его жестко закреплены (или свободны).

3.24. Два полубесконечных однородных упругих стержня с одинаковыми поперечными сечениями соединены торцами и составляют один бесконечный стержень. Пусть 1, *Е*1 – плотность и модуль упругости одного из них, а 2, Е2 – другого. Поставить задачу о малых продольных колебаниях этого стержня под воздействием начального возмущения.

3.25. Поставить краевую задачу о поперечных колебаниях тяжелой струны относительно вертикального положения равновесия, если ее верхний конец  жестко закреплен, а нижний свободен.

**4. МЕТОД ФУРЬЕ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ**

4.1. Найти продольные смещения стержня с жестко закрепленными концами, если он находится в равновесии под действием продольной силы *Р* = const, приложенной в точке  (). В момент времени  действие силы *Р* мгновенно прекращается. Начальные скорости равны нулю.

4.2. Стержень, движущийся с постоянной скоростью *V*, ударяется об абсолютно жесткую преграду так, что в дальнейшем левое сечение стержня остается жестко связанным с преградой. Определить максимальное значение перемещения правого торца и максимальное значение осевого усилия в левом сечении стержня.

4.3. Найти закон колебания струны длиной *L*, расположенной на отрезке (0,*L*), если в начальный момент времени струне придана форма , а затем струна отпущена без начальной скорости. Струна закреплена на концах. Внешние силы отсутствуют.

4.4. Стержень длиной *L*, конец которого  закреплен, находится в состоянии покоя. В момент  к свободному концу приложена сила *Q* (сжимающая). Найти смещения  стержня в любой момент времени .

4.5. Найти стационарное распределение температуры в тонкой пластинке, имеющей форму кругового сектора, радиусы которой поддерживаются при температуре *Т*1, а дуга окружности – при температуре *Т*2.

4.6. К струне  с жестко закрепленными концами в момент времени  приложена непрерывно распределенная сила с линейной плотностью . Исследовать возможность резонанса и найти решение в случае резонанса.

4.7. Найти закон колебания упругого стержня со свободными концами, получившего в начальный момент времени продольный импульс в один из концов.

4.8. Найти температуру стержня с теплоизолированной боковой поверхностью, если его начальная температура равна нулю, один конец теплоизолирован, а через другой происходит конвективный теплообмен со средой ненулевой температуры.

4.9. К струне  с жестко закрепленными концами с момента времени  приложена непрерывно распределенная сила с линейной плотностью . Найти колебания струны в среде без сопротивления. Исследовать возможность резонанса.

4.10. Найти закон колебания струны длиной *L*, если в начальный момент всем точкам струны сообщена скорость, равная . Начальные отклонения отсутствуют. Левый конец закреплен. Правый перемещается по закону . Внешние силы отсутствуют.

4.11. Найти закон колебания струны с закрепленными концами в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости. Начальные скорости точек равны нулю, .

4.12. Решить задачу о распространении тепла в тонком кольце, если начальное распределение температуры в кольце известно, внутренних источников тепла нет.

4.13. Найти закон распределения тепла внутри стержня, если на левом конце стержня (при *x* = 0) поддерживается постоянная температура *U* = 0, а на правом *U* = T0 = const. Начальная температура задана функцией



Стенки стержня теплоизолированы от окружающей среды.

4.14. Струна длиной *L* закреплена в точках  и . Найти форму вынужденных колебаний, вызванных силой , если она равномерно распределена по длине струны.

4.15. Найти форму вынужденных продольных колебаний стержня, конец которого  закреплен, а конец  находится под действием силы .

4.16. Найти собственные частоты поперечных колебаний стержня длиной *L* с закрепленными концами.

4.17. Найти стационарное распределение температуры  в бесконечно длинном брусе прямоугольного поперечного сечения, три грани которого находятся при температуре, равной нулю, а на четвертой поддерживается заданное распределение температуры . Применить полученные общие формулы к частному случаю .

4.18. Найти распределение температуры в шаре радиусом *R*, внутри которого, начиная с момента , происходит выделение тепла плотностью *Q*. Начальная температура шара равна нулю, а на границе поддерживается постоянная температура *Т*0.

4.19. Стрелка прибора укреплена на конце стержня длиной *L*, закрепленного в сечении . Решить задачу о крутильных колебаниях стержня, если в начальный момент  стрелка была закручена на угол и отпущена без начальной скорости. Момент инерции стрелки относительно оси вращения равен .

4.20. Поток тепла (за единицу времени) *Q* втекает через плоскую часть поверхности бруса полукруглого сечения и вытекает через остальную часть его поверхности. Найти стационарное распределение температуры по сечению бруса, считая, что втекающий и вытекающий потоки распределены с постоянными плотностями.

4.21. Найти температуру шара радиусом *R*, на поверхности которого происходит конвективный теплообмен по закону Ньютона со средой нулевой температуры. Начальная температура шара равна *F*(*r*).

4.22. Найти распределение температуры в шаре радиусом *R*, внутри которого, начиная с момента , происходит выделение тепла плотностью *Q*. Начальная температура шара равна нулю, а на границе происходит конвективный теплообмен со средой температуры *Т*0.

4.23. Найти продольные колебания стержня с упруго закрепленными концами при одинаковых коэффициентах жесткости заделки концов, если начальные условия произвольны.

4.24. Упругий стержень длиной *L* расположен вертикально и верхним концом жестко прикреплен к свободно падающему лифту, который, достигнув скорости *V*, мгновенно останавливается. Найти продольные колебания стержня, если его нижний конец свободен.

Найти прогибы мембраны с закрепленными краями, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки (данные приведены в таблице).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Форма мембраны | Номер варианта | | *b/a* |  |
|  | 1 | 1.0 |  |
| 2 | | 1.5 |
| 3 | | 2.0 |
| 4 | | 2.5 |
| 5 | | 3.0 |
| 6 | | 4.0 |
| 7 | | 5.0 |
|  | 8 | |  | /4 |
| 9 | | /3 |
| 10 | |  |
| 11 | | 5/3 |
| 12 | | 2 |
|  | 13 | | 0.4 | /4 |
| 14 | | 0.6 | /4 |
| 15 | | 0.4 | /3 |
| 16 | | 0.7 | 2/3 |
| 17 | | 0.3 |  |
| 18 | | 0.8 |  |
| 19 | | 0.2 | 5/3 |
| *U*(*b*,) = *const* | 20 | | 0.2 |  |
| 21 | | 0.3 |
| 22 | | 0.4 |
| 23 | | 0.5 |
| 24 | | 0.6 |
| 25 | | 0.7 |

**5. ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО**

**ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ**

# Применяя интегральное преобразование Фурье, решить следующие краевые задачи. Примеры решения таких задач математической физики можно найти в работах [3, 4, 5].

5.1. 

5.2. 

5.3. 

5.4. 

5.5. 

5.6. 

5.7. 

5.8. 

5.9. 

5.10. 

5.11. 

5.12. 

5.13. 

5.14. 

5.15. 

5.16. 

5.17. 

5.18. 

5.19. 

5.20. 

5.21. 

5.22. 

**6. ХАРАКТЕРИСТИКИ, СООТНоШЕНИЯ**

**НА ХАРАКТЕРИСТИКАХ, ПРИВЕДЕНИЕ**

**К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ**

6.1. Определить тип дифференциального уравнения в частных производных второго порядка. Привести к каноническому виду   
в каждой из областей, где его тип сохраняется.

6.1.1. .

6.1.2. .

6.1.3. .

6.1.4. .

6.1.5. .

6.1.6. .

6.1.7. .

6.1.8. .

6.1.9. .

6.1.10. .

6.1.11. .

6.1.12. .

6.1.13. .

6.1.14. .

6.1.15. .

6.1.16. .

6.1.17. .

6.1.18. .

6.1.19. .

6.1.20. .

6.1.21. .

6.1.22. .

6.1.23. .

6.1.24. .

6.1.25. .

6.2. Найти характеристики, соотношения на характеристиках и выполнить приведение к каноническому виду для следующих систем уравнений. Целесообразно ознакомиться с решениями примеров, приведенных в учебниках [5, 7]и сборнике задач [6].

6.2.1. 

6.2.2. 

6.2.3. 

6.2.4. 

6.2.5. 

6.2.6. 

6.2.7. 

6.2.8. 

6.2.9. 

6.2.10. 

6.2.11. 

6.2.12. 

6.2.13. 

6.2.14. 

6.2.15. 

6.2.16. 

6.2.17. 

6.2.18. 

6.2.19. 

6.2.20. 

6.2.21. 

6.2.22. 

6.2.23. 

**ЛИТЕРАТУРА**

1. *Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Киселев А.И.* Вариационное исчисление. Задачи и упражнения. – М.: Наука, 1973. – 192 с.

2. *Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И.* Интегральные уравнения. Задачи и упражнения. – М.: Наука, 1968. – 195 с.

3. *Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н.* Сборник задач по математической физике. – М.: Наука, 1972. – 687 с.

4. *Самарский А.А., Тихонов А.Н.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 875 с.

5. *Арсенин В.Я.* Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1974. – 431 с.

6. *Годунов С.К., Золотарева Е.В.* Сборник задач по уравнениям математической физики. – Новосибирск: Наука, 1974. – 75 с.

7. *Годунов С.К.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1971. – 478 с.

**ОГЛАВЛЕНИЕ**

Стр.

Введение

1. Вариационное исчисление

2. Интегральные уравнения

3. Постановка задач математической физики

4. Метод Фурье решения краевых задач

5. Применение интегрального преобразования Фурье

6. Характеристики, соотношения на характеристиках,

приведение к каноническому виду

Литература