

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
Высшего образования

«Иркутский государственный университет путей сообщения»

Факультет «Транспортные системы»

Кафедра «Физика, механика и приборостроение»

Расчетно-графическая работа № 4

по дисциплине «Механика»

«Расчет ступенчатого вала на прочность и жесткость при кручении»

РГР420300.190901.62.36.ПЗ

Выполнил
студент группы СОД.2-15-2

И. И. Иванов

Принял
ассистент каф. «ФМиП»

М. А. Дудаев

Иркутск, 2016 г.

Цель работы и исходные данные

Расчетная схема вала показана на рисунке 1.

Требуется:

- 1) построить эпюру крутящего момента;
- 2) из расчета на прочность определить безопасные размеры поперечных сечений ступеней стержня;
- 3) построить эпюру абсолютных углов закручивания.

Заданные величины:

Материал – сталь; предел прочности на растяжение $\tau_T = 120$ МПа;
модуль упругости материала $E = 1,5 \cdot 10^5$ МПа.

Коэффициент запаса прочности $[n] = 2$;

Длины силовых участков

$$l_1 = 0,5 \text{ м}; l_2 = 0,75 \text{ м}; l_3 = 0,4 \text{ м}; l_4 = 1,0 \text{ м}.$$

Погонный момент $m = 2,0$ кНм/м.

Сосредоточенные моменты:

$$M_1 = 1,0 \text{ кНм}; M_2 = 4,0 \text{ кНм}; M_3 = 4,5 \text{ кНм}; M_4 = 3,0 \text{ кНм}.$$

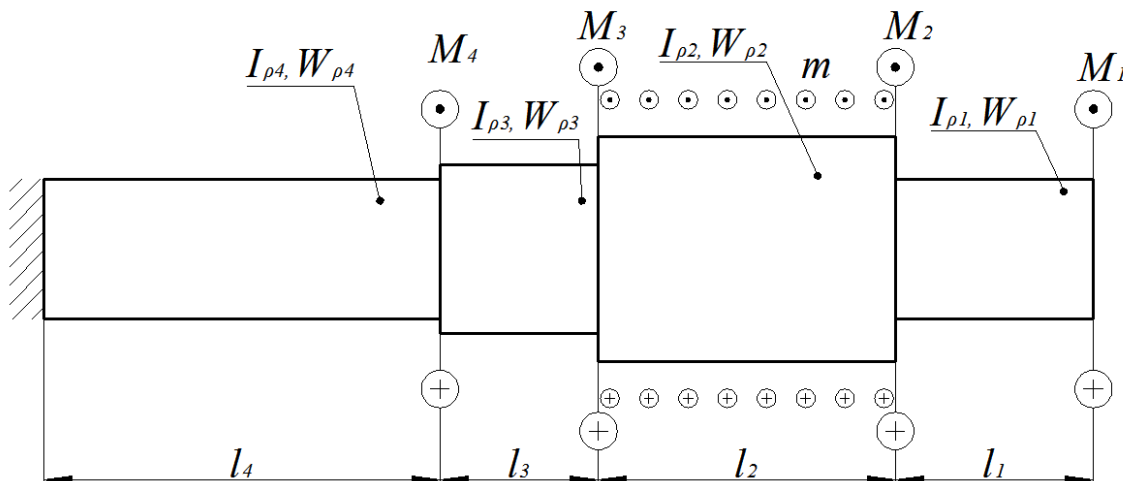


Рисунок 1

					РГР420300.190901.62.36.ПЗ		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата			
Разраб.		Иванов					
Пров.		Дудаев					
Н. Контр.							
Утв.							
Расчет ступенчатого вала на прочность и жесткость при кручении					Лит.	Лист	Листов
						2	9
					Кафедра СОД Группа СОД 2-14-1		

1 Построение эпюры крутящего момента

1-ый участок (рисунок 2); $0 \leq z_1 \leq l_1$.

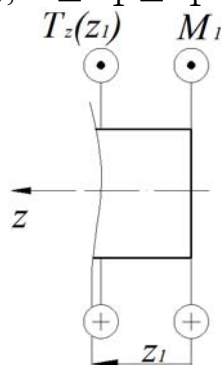


Рисунок 2

$$\sum M_z = -T_z(z_1) - M_1 = 0;$$

$$T_z(z_1) = -M_1 = -1,0 \text{ кНм} = \text{const.}$$

2-ой участок (рисунок 3); $0 \leq z_2 \leq l_2$.

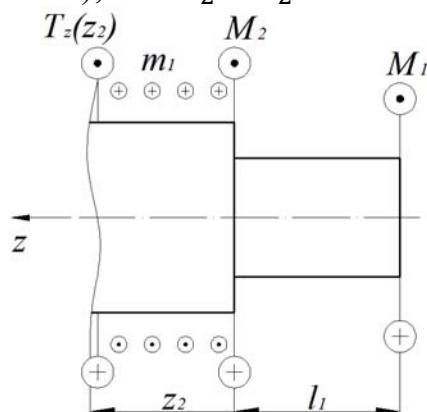


Рисунок 3

$$\sum M_z = -T_z(z_2) + mz_2 - M_2 - M_1 = 0;$$

$$T_z(z_2) = mz_2 - M_2 - M_1.$$

– линейная зависимость; значения определяются в двух точках:

$$T_z(z_2 = 0) = -M_2 - M_1 = -4 - 1 = -5,0 \text{ кНм};$$

$$T_z(z_2 = l_2) = ml_2 - M_2 - M_1 = 2 \cdot 0,75 - 4 - 1 = -3,5 \text{ кНм}.$$

3-ий силовой участок (рисунок 4). Пределы участка $0 \leq z_3 \leq l_3$.

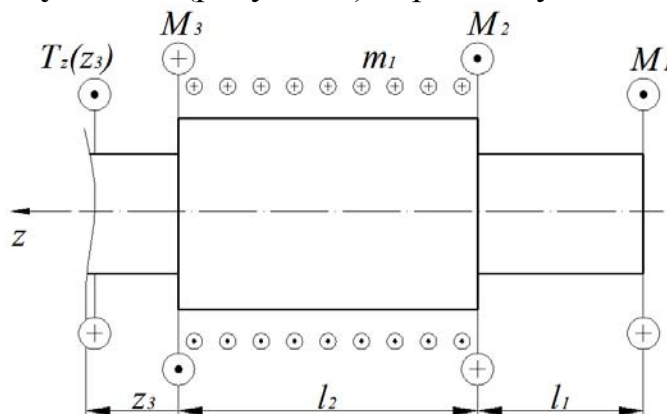


Рисунок 4

$$\sum M_z = -T_z(z_3) + M_3 + ml_2 - M_2 - M_1 = 0;$$

$$T_z(z_3) = M_3 + ml_2 - M_2 - M_1 = 4,5 + 2 \cdot 0,75 - 4 - 1 = 1,0 \text{ кНм} = \text{const.}$$

4-ый силовой участок (рисунок 5). Пределы участка $0 \leq z_4 \leq l_4$.

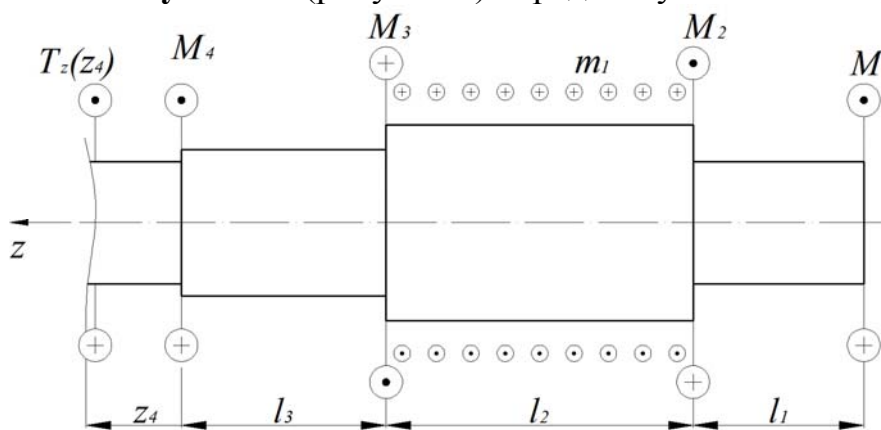


Рисунок 5

$$\sum M_z = -T_z(z_4) - M_4 + M_3 + ml_2 - M_2 - M_1 = 0;$$

$$T_z(z_4) = -M_4 + M_3 + ml_2 - M_2 - M_1 = -3 + 4,5 + 2 \cdot 0,75 - 4 - 1 = -2,0 \text{ кНм} = \text{const.}$$

На основании рассчитанных значений строится эпюра крутящего момента (рисунок 6).

2 Определение безопасных размеров поперечных сечений вала

Условие прочности при кручении

$$|\tau|_{max} = \frac{|T_z|_{max}}{W_\rho} < [\tau] = \frac{\tau_T}{[n]}, \quad (1)$$

где $|\tau|_{max}$ – максимальное действующее касательное напряжение, Па;
 $|T_z|_{max}$ – максимальный по модулю крутящий момент, Нм; W_ρ – полярный момент сопротивления, м³; $[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение, Па.

Из условия прочности

$$W_{\rho \text{ треб}} \geq \frac{|T_z|_{max}}{[\tau]}. \quad (2)$$

Диаметры участков:

– для круглого поперечного сечения

$$D = \sqrt[3]{\frac{16W_\rho}{\pi}}; \quad (3, a)$$

– для кольцевого поперечного сечения

$$D = \sqrt[3]{\frac{16W_\rho}{\pi \cdot (1 - \alpha^4)}}; d = \alpha D. \quad (3, б)$$

Допускаемое касательное напряжение (при $\tau_T = 120$ МПа):

$$[\tau] = \frac{120}{1,5} = 80 \cdot 10^6 \text{ Па} = 80 \text{ МПа}.$$

Для 1-го силового участка (кольцевого сечения) $|T_z|_{max} = 1$ кНм. Тогда

$$W_{\rho \text{ треб } 1} \geq \frac{1000}{80 \cdot 10^6} = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$
$$D_1 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 12,5 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot (1 - 0,8^4)}} = 0,0476 \text{ м} \cong 48 \text{ мм};$$

$$d_1 = 0,8 \cdot 0,048 = 0,0384 \text{ м} \cong 38 \text{ мм.}$$

Для 2-го силового участка (кругового сечения) $|T_z|_{max} = 5 \text{ кНм}$. Тогда

$$W_{\rho \text{ треб } 2} \geq \frac{5000}{80 \cdot 10^6} = 62,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3;$$

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 62,5 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 0,0683 \text{ м} \cong 68 \text{ мм.}$$

Для 3-го силового участка (кругового сечения) $|T_z|_{max} = 1 \text{ кНм}$. Тогда

$$W_{\rho \text{ треб } 3} \geq \frac{1000}{80 \cdot 10^6} = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

$$D_3 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 12,5 \cdot 10^{-6}}{3,14}} = 0,0399 \text{ м} \cong 40 \text{ мм.}$$

Для 4-го силового участка $|T_z|_{max} = 2 \text{ кНм}$. Тогда

$$W_{\rho \text{ треб } 4} \geq \frac{2000}{80 \cdot 10^6} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

$$D_4 = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 25 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot (1 - 0,8^4)}} = 0,060 \text{ м} = 60 \text{ мм};$$

$$d_4 = 0,8 \cdot 0,060 = 0,048 \text{ м} \cong 48 \text{ мм.}$$

Таким образом, необходимые размеры поперечных сечений определены.

3 Построение эпюры абсолютных углов закручивания

Полярные моменты инерции сечений вала

$$I_{\rho 1} = \frac{\pi \cdot D_1^4}{32} (1 - \alpha^4) = \frac{3,14 \cdot 0,048^4}{32} \cdot (1 - 0,8^4) = 3,075 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4;$$

$$I_{\rho 2} = \frac{\pi \cdot D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 0,068^4}{32} = 2,098 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4;$$

$$I_{\rho 3} = \frac{\pi \cdot D_3^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 0,04^4}{32} = 2,512 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4;$$

$$I_{\rho 4} = \frac{\pi \cdot D_4^4}{32} (1 - \alpha^4) = \frac{3,14 \cdot 0,06^4}{32} \cdot (1 - 0,8^4) = 7,508 \cdot 10^{-7} \text{ м}^4.$$

Построение эпюры углов закручивания начинается от заделки (сечение А-А), поскольку заведомо известно

$$\varphi_{\text{А-А}} = 0.$$

Абсолютный угол закручивания сечения Б-Б

$$\varphi_{\text{Б-Б}} = \varphi_{\text{А-А}} + \Delta\varphi_4,$$

$\Delta\varphi_4$ – приращение угла закручивания на 4-ом участке ($T_z(z_4) = \text{const}$):

$$\Delta\varphi_4 = \frac{T_z(z_4) \cdot l_4}{G \cdot I_{\rho 4}} = \frac{-2000 \cdot 1,0}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 7,508 \cdot 10^{-7}} = -3,33 \cdot 10^{-2} \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{Б-Б}} = 0 - 3,33 \cdot 10^{-2} = -3,33 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -1,91^\circ.$$

Абсолютный угол закручивания сечения В-В

$$\varphi_{\text{В-В}} = \varphi_{\text{Б-Б}} + \Delta\varphi_3,$$

$\Delta\varphi_3$ – приращение угла закручивания на 3-ем участке ($T_z(z_3) = \text{const}$):

$$\Delta\varphi_3 = \frac{T_z(z_3) \cdot l_3}{G \cdot I_{\rho 3}} = \frac{1000 \cdot 0,4}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 2,512 \cdot 10^{-7}} = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ рад};$$

$$\varphi_{\text{В-В}} = -3,33 \cdot 10^{-2} + 2,0 \cdot 10^{-2} = -1,33 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -0,76^\circ.$$

Абсолютный угол закручивания сечения Г-Г

$$\varphi_{\text{Г-Г}} = \varphi_{\text{В-В}} + \Delta\varphi_2,$$

$\Delta\varphi_2$ – приращение угла закручивания на 2-ом участке ($T_z(z_2) \neq const$):

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_2 &= \int_0^{l_2} \frac{T_z(z_2)}{G \cdot I_{\rho 2}} dz_2 = \int_0^{l_2} \frac{mz_2 - M_2 - M_1}{G \cdot I_{\rho 2}} dz_2 = \frac{0,5mz_2^2 - M_2z_2 - M_1z_2}{G \cdot I_{\rho 2}} \Big|_0^{l_2} = \\ &= \frac{0,5ml_2^2 - M_2l_2 - M_1l_2}{G \cdot I_{\rho 2}} = \frac{0,5 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,75^2 - 4 \cdot 10^3 \cdot 0,75 - 1 \cdot 10^3 \cdot 0,75}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 2,098 \cdot 10^{-6}} = \\ &= -1,90 \cdot 10^{-2} \text{ рад;} \\ \varphi_{\Gamma-\Gamma} &= -1,33 \cdot 10^{-2} - 1,90 \cdot 10^{-2} = -3,23 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -1,85^\circ.\end{aligned}$$

Для построения эпюры нелинейной функции вычисляется перемещение в промежуточном сечении Д-Д

$$\begin{aligned}\varphi_{\text{Д-Д}} &= \varphi_{\Gamma-\Gamma} - \int_0^{0,5l_2} \frac{T_z(z_2)}{G \cdot I_{\rho 2}} dz_2 = -1,33 \cdot 10^{-2} - \frac{0,5mz_2^2 - M_2z_2 - M_1z_2}{G \cdot I_{\rho 2}} \Big|_0^{0,5l_2} = \\ &= \varphi_{\text{В-В}} - \frac{0,125ml_2^2 - 0,5M_2l_2 - 0,5M_1l_2}{G \cdot I_{\rho 2}} = -3,23 \cdot 10^{-2} - \\ &- \frac{0,125 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 0,75^2 - 0,5 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 0,75 - 0,5 \cdot 1 \cdot 10^3 \cdot 0,75}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 2,098 \cdot 10^{-6}} = \\ &= -2,90 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -1,66^\circ.\end{aligned}$$

Абсолютный угол закручивания сечения Е-Е

$$\varphi_{\text{Е-Е}} = \varphi_{\Gamma-\Gamma} + \Delta\varphi_1,$$

$\Delta\varphi_1$ – приращение угла закручивания на 3-ем участке ($T_z(z_1) = const$):

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_1 &= \frac{T_z(z_1) \cdot l_1}{G \cdot I_{\rho 1}} = \frac{-1000 \cdot 0,5}{0,8 \cdot 10^{11} \cdot 3,075 \cdot 10^{-7}} = -2,03 \cdot 10^{-2} \text{ рад;} \\ \varphi_{\text{Е-Е}} &= -1,90 \cdot 10^{-2} - 2,03 \cdot 10^{-2} = -3,93 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = -2,25^\circ.\end{aligned}$$

На основании рассчитанных значений строится эпюра абсолютных углов закручивания сечений вала (рисунок 5).

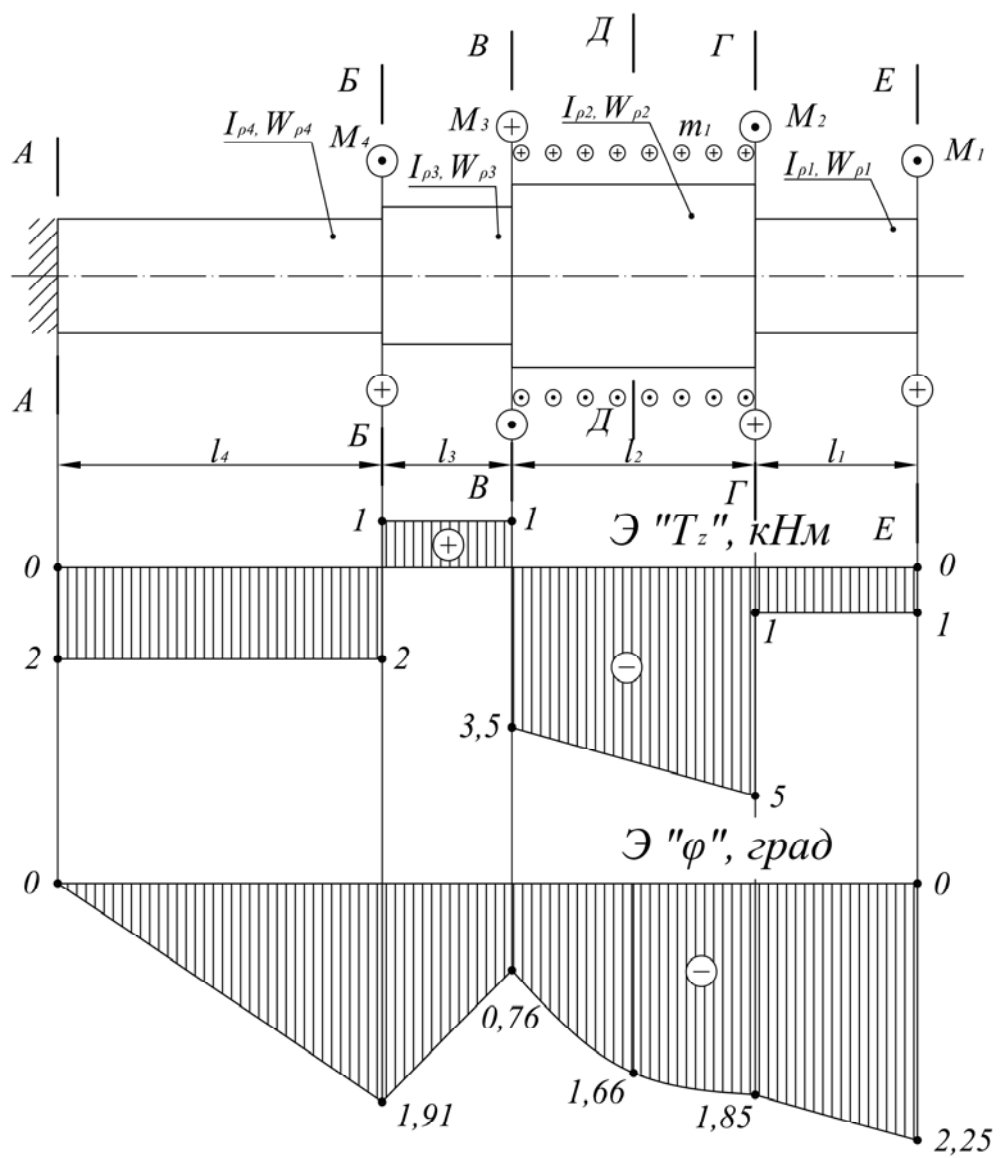


Рисунок 5