


Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

## Расчет параметров течения в сопле Лавалья

Задано:

1. Закон изменения площади поперечного сечения сопла Лавалья по длине (координата  $x$ ) определяется уравнениями:

Профиль №1: 
$$\bar{F}(x) = \frac{\sqrt[N+1]{N} \cdot x^2 + 1}{1000} \quad \text{для } -2 \leq x < 0$$

$$\bar{F}(x) = \frac{1 + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[N+1]{N+1}}}{1000} \quad \text{для } 0 \leq x < 3$$

Профиль №2: 
$$\bar{F}(x) = \frac{\sqrt[N+1]{N+1} \cdot x^2 + 1}{1000} \quad \text{для } -2 \leq x < 0$$


$$\bar{F}(x) = \frac{1 + \frac{x^{\sqrt{2}}}{\sqrt{N+9}}}{1000} \quad \text{для } 0 \leq x < 3$$

Профиль №3: 
$$\bar{F}(x) = \frac{2 - e^{-\frac{x^2}{\sqrt{N}}}}{1000} \quad \text{для } -2 \leq x < 0$$

$$\bar{F}(x) = \frac{1 + \frac{x^{\sqrt{2}}}{\sqrt{N+9}}}{1000} \quad \text{для } 0 \leq x < 3$$

где  $N$  – номер студента по журналу.

№ студента по журналу	№ профиля сопла Лавалья	$p_0 \cdot 10^6$ , Па	$T_0$ , К
1	1	0,1	300
2	2	0,2	325
3	3	0,3	350
4	1	0,4	375
5	2	0,5	400
6	3	0,6	425
7	1	0,7	450
8	2	0,8	475
9	3	0,9	500
10	1	1,1	525
11	2	1,2	550
12	3	1,3	575
13	1	1,4	600
14	2	1,5	625
15	3	1,6	650

Гидрогазодинамика	
<i>Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»</i>	<i>Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ</i>

Выполнить:

1. Рассчитать геометрию сопла Лавалья, построить его по точкам, соединив точки плавными линиями.


2. Рассчитать и построить графики изменения параметров  $\varepsilon = \frac{p}{p_0}$ ,  $\tau = \frac{T}{T_0}$ ,  $\lambda = \frac{c}{a_*}$ ,  $q = \frac{F_*}{F}$  вдоль сопла на расчетном режиме и в режиме трубки Вентури.

3. Рассчитать и построить графики изменения параметров  $\varepsilon = \frac{p}{p_0}$ ,  $\tau = \frac{T}{T_0}$ ,  $\lambda = \frac{c}{a_*}$  вдоль сопла при условии, что в сечении  $x = 2$  находится прямой скачок уплотнения.

4. Найти давление, скорость и температуру рабочей среды на расчетном режиме и в режиме со скачком уплотнения: за скачком и на выходном срезе сопла.

5. Найти расход рабочей среды на расчетном режиме.

Результаты привести в форме таблиц, графиков, расчетных формул с результатами расчета и кратких пояснений хода расчета. При расчете принять, что рабочая среда – воздух ( $\kappa = 1,4$ ).

Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

Порядок расчета:

Проведем расчет для номера  $N = 45$ , профиля сопла №1,  $p_0 = 1 \cdot 10^6$  Па,  $T_0 = 600$  К.

1. Для упрощения дальнейшего расчета уточним для данного случая ( $N = 45$ ) расчетные формулы:

$$\bar{F}(x) = \frac{45 + \sqrt[45]{45} \cdot x^2 + 1}{1000} = \frac{1,0863 \cdot x^2 + 1}{1000} \quad \text{для } -2 \leq x < 0$$

$$\bar{F}(x) = \frac{1 + \frac{\sqrt{x}}{45 + \sqrt[45]{45} + 1}}{1000} = \frac{1 + \frac{\sqrt{x}}{1,0868}}{1000} \quad \text{для } 0 \leq x < 3$$

2. По этим расчетным формулам рассчитаем площади  $\bar{F}(x)$  для всего сопла. Будем рассчитывать по следующим координатам  $x$ :

$$x = -2,0; -1,5; -1,0; -0,5; -0,25; -0,15 \quad - \text{ по формуле } \bar{F}(x) = \frac{1,0863 \cdot x^2 + 1}{1000}$$

$$x = 0; 0,05; 0,15; 0,25; 0,5; 1,0; 1,5; 2; 2,5; 3 \quad - \text{ по формуле } \bar{F}(x) = \frac{1 + \frac{\sqrt{x}}{1,0868}}{1000}$$

Результаты всех расчетов будем сводить в таблицу.

3. По полученным площадям  $\bar{F}(x)$  (в дальнейшем обозначаемым как  $F_i$ ) рассчитаем диаметры сопла по формуле:

$$d_i = \sqrt{\frac{4 \cdot F_i}{\pi}} \approx 1,128 \cdot \sqrt{F_i}$$

или радиусы сопла по формуле:

$$r_i \approx 0,564 \cdot \sqrt{F_i} \quad \text{или} \quad r_i = d_i / 2$$

По диаметрам (или радиусам – смотря что удобнее) построим профиль сопла Лаваля (на отдельном листе или под другими будущими графиками).


4. По площадям  $F_*$  и  $F_i$  рассчитаем все значения  $q_i$  по формуле:

$$q_i = \frac{F_*}{F_i}$$


Здесь площадь  $F_*$  – это 0,001, соответственно, например, для  $x = -0,5$  получается:

$$q_{-0,5} = \frac{F_*}{F_{-0,5}} = \frac{0,001}{0,001272} = 0,78616 \approx 0,7862$$

5. По таблицам газодинамических функций по  $q_i$  найдем  $\varepsilon_i$ ,  $\lambda_i$ ,  $\tau_i$  для расчетного режима и режима трубки Вентури, занесем всё в таблицу и построим соответствующие графики (на отдельном листе или над профилем сопла Лаваля).

Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

$x$	-2	-1.5	-1	-0.5	-0.25	-0.15	0	0.05	0.15	0.25	0.5	1	1.5	2	2.5	3	Примечания
$F_i, \text{м}^2$	0.005345	0.003444	0.002086	0.001272	0.001068	0.001024	0.001	0.001206	0.001356	0.001460	0.001651	0.001920	0.002127	0.002301	0.002455	0.002594	$\bar{F}(x) = \frac{1,0863 \cdot x^2 + 1}{1000}$ (для $x = -2,0; -1,5; -1,0; -0,5; -0,25; -0,15$ )  $\bar{F}(x) = \frac{1 + \frac{\sqrt{x}}{1,0868}}{1000}$ (для $x = 0; 0,05; 0,15; 0,25; 0,5; 1,0; 1,5; 2; 2,5; 3$ )
$d_i, \text{м}$	0.08248	0.06620	0.05152	0.04023	0.03686	0.03610	0.03567	0.03917	0.04154	0.04310	0.04583	0.04943	0.05202	0.05411	0.05589	0.05745	$d_i = \sqrt{\frac{4 \cdot F_i}{\pi}} \approx 1,128 \cdot \sqrt{F_i}$
$r_i, \text{м}$	0.04124	0.03310	0.02576	0.02012	0.01843	0.01805	0.01784	0.01959	0.02077	0.02155	0.02292	0.02471	0.02601	0.02706	0.02795	0.02873	$r_i = d_i/2$
$q_i$	0.1871	0.2904	0.4794	0.7862	0.9364	0.9766	1	0.8292	0.7375	0.6849	0.6057	0.5208	0.4702	0.4346	0.4073	0.3855	$q_i = \frac{F_*}{F_i}$ , где $F_* = F_0$ , т.е. в горле
$\varepsilon_i$	0.9917	0.9798	0.9426	0.8206	0.6948	0.6305	0.5283	0.7929	0.8476	0.8724	0.9040	0.9315	0.9451	0.9534	0.9593	0.9637	режим трубки Вентури
								0.2561	0.1968	0.1690	0.1331	0.1010	0.0844	0.0737	0.0660	0.0602	расчетный режим
$\lambda_i$	0.1193	0.1868	0.317	0.574	0.770	0.8607	1.00	0.6204	0.5261	0.4791	0.4130	0.3470	0.3099	0.2850	0.2661	0.2511	режим трубки Вентури (по $\varepsilon_i^{\text{дозвук}}$ )
								1.3908	1.4930	1.5458	1.6210	1.6980	1.7435	1.7755	1.8000	1.8200	расчетный режим
$\tau_i$	0.9976	0.9942	0.9833	0.9451	0.9012	0.8765	0.8333	0.9359	0.9539	0.9617	0.9716	0.9799	0.9840	0.9865	0.9882	0.9895	режим трубки Вентури (по $\varepsilon_i^{\text{дозвук}}$ )
								0.6776	0.6285	0.6017	0.5621	0.5195	0.4931	0.4749	0.4600	0.4479	расчетный режим

Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

6. Рассчитаем скачок уплотнения в сечении  $x = 2,0$  следующим образом.

1) Выписываем из таблицы значения  $\varepsilon_i$  и  $\lambda_i$  для сечения  $x = 2,0$  (для сверхзвукового режима):

$$\varepsilon_{1ск} = 0,0737$$

$$\lambda_{1ск} = 1,7755$$

2) Из уравнения прямого скачка  $\lambda_{1ск} \cdot \lambda_{2ск} = 1$  находим  $\lambda_{2ск}$ :

$$\lambda_{2ск} = \frac{1}{\lambda_{1ск}} = \frac{1}{1,7755} = 0,5632$$

3) По  $\lambda_{2ск} = 0,5632$  по таблице газодинамических функций определяем:

$$\varepsilon'_{2ск} = 0,8269$$

а также:

$$q'_{2ск} = 0,7756 \quad ,$$

которое понадобится позже, для расчета параметров за скачком, и:

$$\tau_{2ск} = 0,9471 \quad ,$$

которое понадобится позже, для построения параметров в скачке и за скачком.

4) Поскольку при переходе через фронт скачка давление полного торможения меняется, необходимо определить  $\varepsilon_0 = \frac{p'_0}{p_0}$  по формуле:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = \frac{p'_0}{p_0} &= \lambda_{1ск}^2 \cdot \left( \frac{(\kappa + 1) - (\kappa - 1) \cdot \lambda_{1ск}^2}{(\kappa + 1) - \frac{(\kappa - 1)}{\lambda_{1ск}^2}} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} = (1,7755)^2 \cdot \left( \frac{(1,4 + 1) - (1,4 - 1) \cdot (1,7755)^2}{(1,4 + 1) - \frac{(1,4 - 1)}{(1,7755)^2}} \right)^{\frac{1}{1,4 - 1}} = \\ &= (1,7755)^2 \cdot \left( \frac{2,4 - 0,4 \cdot (1,7755)^2}{2,4 - \frac{0,4}{(1,7755)^2}} \right)^{2,5} = 3,15240 \cdot \left( \frac{1,13904}{2,27311} \right)^{2,5} = 0,5603 \end{aligned}$$


5) Действительное значение  $\varepsilon_{2ск}$ :

$$\varepsilon_{2ск} = \varepsilon'_{2ск} \cdot \varepsilon_0 = 0,8269 \cdot 0,5603 = \mathbf{0,4633}$$

7. Рассчитаем распределение параметров за скачком уплотнения.

Расчет распределения параметров за скачком уплотнения проводится по формуле:

$$q'_i \cdot F_i = q'_{2ск} \cdot F_{ск} \quad , \quad \text{отсюда:}$$

Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

$$q'_i = \frac{q'_{2ск} \cdot F_{ск}}{F_i}, \quad \text{где:}$$

- $q'_{2ск} = 0,7756$  определено ранее по таблице газодинамических функций по  $\lambda_{2ск} = 0,5632$
- $F_{ск}$  – сечение, где произошел скачок, т.е. в данном случае в сечении  $x = 2,0$ :  
 $F_{ск} = 0,002301 \text{ м}^2$

Для точки  $x = 2,5$

$$\text{а) } q'_{2,5} = \frac{0,7756 \cdot 0,002301}{0,002455} = 0,7270$$

б) по  $q'_{2,5} = 0,7270$  по таблице газодинамических функций в дозвуковой области определяем  $\varepsilon'_{2,5} = 0,8530$ ,  $\lambda'_{2,5} = 0,5163$  и  $\tau_{2,5} = 0,9556$

в) действительное значение  $\varepsilon_{2,5} = \varepsilon'_{2,5} \cdot \varepsilon_0 = 0,8530 \cdot 0,5603 = \mathbf{0,4779}$

Для точки  $x = 3,0$

$$\text{а) } q'_{3,0} = \frac{0,7756 \cdot 0,002301}{0,002594} = 0,6880$$

б) по  $q'_{3,0} = 0,6880$  по таблице газодинамических функций в дозвуковой области определяем  $\varepsilon'_{3,0} = 0,8713$ ,  $\lambda'_{3,0} = 0,4813$  и  $\tau_{3,0}^{за-ск} = 0,9614$

в) действительное значение  $\varepsilon_{3,0} = \varepsilon'_{3,0} \cdot \varepsilon_0 = 0,8713 \cdot 0,5603 = \mathbf{0,4882}$

8. Построим на отдельном листе графики зависимостей  $\varepsilon(x)$  и  $\tau(x)$  для режима со скачком уплотнения и режима за скачком (т.е. для сечения 2 (где произошел скачок), а также для сечений 2,5 и 3,0 за скачком).

Построим на том же листе, где  $\lambda(x)$  для расчетного режима и режима трубки Вентури, график зависимости  $\lambda(x)$  для режима со скачком уплотнения и режима за скачком (т.е. для сечения 2 (где произошел скачок), а также для сечений 2,5 и 3,0 за скачком).


9. Рассчитаем давление, скорость и температуру рабочей среды за скачком и на выходном срезе сопла, на расчетном режиме и в режиме со скачком уплотнения.

1) Рассчитаем давления в режиме со скачком уплотнения: за скачком и на выходном срезе сопла.

а) По давлению  $p_0 = 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$  (из условия) и  $\varepsilon_{2ск} = 0,4633$  (за скачком, см. расчет) рассчитаем давление рабочей среды за скачком уплотнения:

$$\text{из } \varepsilon_{2ск} = \frac{p_{2ск}}{p_0} \quad \rightarrow \quad p_{2ск} = \varepsilon_{2ск} \cdot p_0 = 0,4633 \cdot 1 \cdot 10^6 = \mathbf{463\ 300 \text{ Па} = 463,3 \text{ кПа}}$$

б) По давлению  $p_0 = 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$  (из условия) и  $\varepsilon_{3,0} = 0,4882$  (за скачком, в выходном сечении сопла, см. расчет) рассчитаем давление рабочей среды на расчетном режиме:

Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

$$\text{из } \varepsilon_{3,0} = \frac{p_{3,0}}{p_0} \rightarrow p_{3,0} = \varepsilon_{3,0} \cdot p_0 = 0,4882 \cdot 1 \cdot 10^6 = \mathbf{488\ 200\ Па} = \mathbf{488,2\ кПа}$$

Давление на срезе сопла в расчетном режиме равно давлению в пространстве за соплом, которого мы не знаем, поэтому не можем его определить.

2) Рассчитаем скорость рабочей среды на расчетном режиме и скорости в режиме со скачком уплотнения: перед и за скачком и на выходном срезе сопла.

а) По температуре  $T_0 = 600\text{ К}$  рассчитаем критическую скорость:

$$a_* = \sqrt{\frac{2 \cdot \kappa}{\kappa + 1} \cdot R \cdot T_0} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,4}{1,4 + 1} \cdot 287 \cdot 600} = 448,2\text{ м/с}$$

б) По  $\lambda_{3,0}^{p.p.} = 1,82$  (на расчетном режиме, см. таблицу) и  $a_* = 448,2\text{ м/с}$  рассчитаем скорость потока на расчетном режиме:

$$\text{из } \lambda_{3,0}^{p.p.} = \frac{c_{3,0}^{p.p.}}{a_*} \rightarrow c_{3,0}^{p.p.} = \lambda_{3,0}^{p.p.} \cdot a_* = 1,82 \cdot 448,2 = \mathbf{815,7\ м/с}$$

в) По  $\lambda_{1ск} = 1,7755$  (перед скачком, на линии расчетного режима) и  $a_* = 448,2\text{ м/с}$  рассчитаем скорость потока перед скачком:

$$\text{из } \lambda_{1ск} = \frac{c_{1ск}}{a_*} \rightarrow c_{1ск} = \lambda_{1ск} \cdot a_* = 1,7755 \cdot 448,2 = \mathbf{795,8\ м/с}$$

г) По  $\lambda_{2ск} = 0,5632$  (за скачком, см. расчет) и  $a_* = 448,2\text{ м/с}$  рассчитаем скорость потока за скачком:

$$\text{из } \lambda_{2ск} = \frac{c_{2ск}}{a_*} \rightarrow c_{2ск} = \lambda_{2ск} \cdot a_* = 0,5632 \cdot 448,2 = \mathbf{252,4\ м/с}$$

д) По  $\lambda'_{3,0} = 0,4813$  (за скачком, в выходном сечении сопла, см. расчет) и  $a_* = 448,2\text{ м/с}$  рассчитаем скорость потока за скачком, в выходном сечении сопла:

$$\text{из } \lambda'_{3,0} = \frac{c'_{3,0}}{a_*} \rightarrow c'_{3,0} = \lambda'_{3,0} \cdot a_* = 0,4813 \cdot 448,2 = \mathbf{215,7\ м/с}$$


3) Рассчитаем температуру рабочей среды на выходном срезе сопла на расчетном режиме и температуру в режиме со скачком уплотнения: за скачком и на выходном срезе сопла.

а) По  $\tau_{3,0}^{p.p.} = 0,4479$  (на расчетном режиме, см. таблицу) и  $T_0 = 600\text{ К}$  рассчитаем температуру потока на выходном срезе сопла на расчетном режиме:

$$\text{из } \tau_{3,0}^{p.p.} = \frac{T_{3,0}^{p.p.}}{T_0} \rightarrow T_{3,0}^{p.p.} = \tau_{3,0}^{p.p.} \cdot T_0 = 0,4479 \cdot 600 = \mathbf{268,7\ К} \text{ (или } -4,3^{\circ}\text{C)}$$

б) По  $\tau_{2ск} = 0,9471$  и  $T_0 = 600\text{ К}$  рассчитаем температуру потока за скачком:

$$\text{из } \tau_{2ск} = \frac{T_{2ск}}{T_0} \rightarrow T_{2ск} = \tau_{2ск} \cdot T_0 = 0,9471 \cdot 600 = \mathbf{568,3\ К} \text{ (или } 295,3^{\circ}\text{C)}$$

Гидрогазодинамика	
<i>Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»</i>	<i>Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ</i>

в) По  $\tau_{3,0}^{за\_ск} = 0,9614$  и  $T_0 = 600$  К рассчитаем температуру потока на выходном срезе сопла в режиме со скачком уплотнения:


$$\text{из } \tau_{3,0}^{за\_ск} = \frac{T_{3,0}^{ск}}{T_0} \quad \rightarrow \quad T_{3,0}^{ск} = \tau_{3,0}^{за\_ск} \cdot T_0 = 0,9614 \cdot 600 = \mathbf{576,8 \text{ К}} \text{ (или } 303,8^{\circ}\text{C)}$$

10. Рассчитаем расход рабочей среды на расчетном режиме.

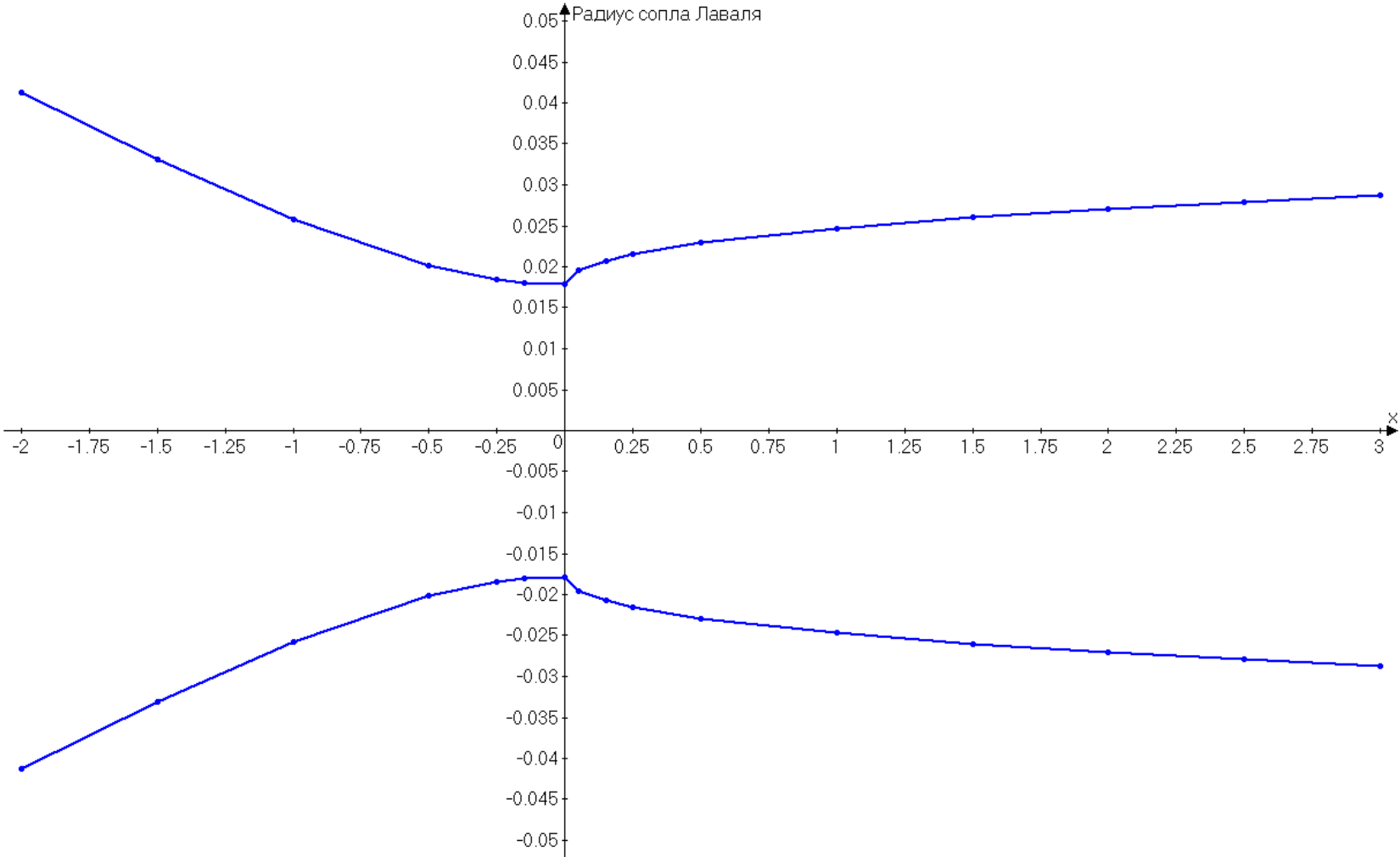
Этот расход в расчетном режиме может быть получен по выражению для критического расчета через суживающееся сопло:


$$m_{суж.\_сопла} = m_* = A \cdot \frac{F_* \cdot p_0}{\sqrt{T_0}} = 0,0404 \cdot \frac{0,001 \cdot 1 \cdot 10^6}{\sqrt{600}} = \mathbf{1,649 \text{ кг/с}}$$



Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

**Профиль сопла Лавалья**



Гидрогазодинамика	
Типовой расчет по курсу «Гидрогазодинамика»	Чусов Сергей Ильич, доцент кафедры ПГТ

**Зависимости  $\varepsilon$ ,  $\tau$  и  $q$  от координаты  $x$  на разных режимах**

