

РГР

Выполнять только свой вариант в каждой задаче.

Номер варианта – последняя цифра номера в списке группы (в случае, когда последняя цифра – 0, выбираем вариант 10)

Задача 1. Составить таблицы истинности для следующих формул и указать, какие из формул являются выполнимыми, какие опровержимыми, какие тождественно истинными (тавтологиями), а какие тождественно ложными (противоречиями):

- 1) $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow \neg P)$;
- 2) $(P \wedge (Q \vee \neg P)) \wedge ((\neg Q \Rightarrow P) \vee Q)$;
- 3) $((P \wedge \neg Q) \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$;
- 4) $P \wedge (Q \wedge (\neg P \vee \neg Q))$;
- 5) $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow Q) \Rightarrow Q$;
- 6) $((P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee R)) \vee \neg R \vee Q$;
- 7) $(P \vee Q) \Leftrightarrow (\neg P \Rightarrow Q)$
- 8) $(P \vee \neg Q) \Rightarrow Q \wedge (\neg P \vee Q)$;
- 9) $\neg(P \wedge Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$
- 10) $(X \vee \neg(Y \Rightarrow Z)) \wedge (X \vee Z)$.

Задача 2. Используя СДНФ, найти формулу, принимающую значение 1 на следующих наборах значений переменных и только на них:

- 1) $F(0,0,0)=F(1,1,0)=1$;
- 2) $F(1,0,0)=F(1,1,1)=1$;
- 3) $F(0,1,0)=F(1,0,1)=F(1,1,1)=1$;
- 4) $F(1,0,0)=F(0,1,0)=F(0,0,1)=1$;
- 5) $F(0,1,1)=F(1,0,1)=F(1,1,0)=F(1,1,1)=1$.

Используя СКНФ, найдите формулу, принимающую значение 0 только на следующих наборах значений переменных:

- 6) $F(0,0,1)=F(1,1,1)=0$;
- 7) $F(0,1,1)=F(1,1,0)=F(1,1,1)=0$;
- 8) $F(0,1,1)=F(1,1,1)=0$;
- 9) $F(0,1,1)=F(0,0,0)=F(0,1,0)=0$;
- 10) $F(1,1,0,1)=F(0,0,1,0)=F(1,0,1,0)=F(0,0,1,1)=F(0,0,0,0)=0$.

Задача 3. На множестве вещественных чисел \mathbf{R} найти множества истинности предикатов $P \wedge Q$, $P \Rightarrow Q$, $Q \Rightarrow P$ и $P \Leftrightarrow Q$, где

- 1) $P(x, y) = (|x - y| \leq 2)$ и $Q(x, y) = (|x + y| \geq 1)$;
- 2) $P(x, y) = (|x - 2y| \leq 1)$ и $Q(x, y) = (|x + y| \geq 2)$;
- 3) $P(x, y) = (y \geq x - 1)$, $Q(x, y) = (y \leq x)$;
- 4) $P(x, y) = (|2x - 2y| \leq 4)$ и $Q(x, y) = (|x + 2y| \geq 1)$;

- 5) $P(x, y) = (|x + y| \leq 1)$ и $Q(x, y) = (|x - 2y| \geq 2)$;
- 6) $P(x, y) = (|x - y| \leq 4)$ и $Q(x, y) = (|x + 5y| \geq 0)$;
- 7) $P(x, y) = (y \geq x + 1)$, $Q(x, y) = (y \leq 2x)$;
- 8) $P(x, y) = (|2x + 2y| \leq 1)$ и $Q(x, y) = (|x - 2y| \geq 4)$;
- 9) $P(x, y) = (y \geq x)$, $Q(x, y) = (y - x \leq 3)$;
- 10) $P(x, y) = (|2x - 2y| \leq 2)$ и $Q(x, y) = (|x + y| \geq 1)$.

Задача 4. Изобразить на координатной плоскости множества истинности следующих двухместных предикатов, заданных на множестве действительных чисел \mathbf{R} :

- 1) $|x| = |y|$;
- 2) $x^2 + y^2 = 9$;
- 3) $x^2 \leq y$;
- 4) $y = 1/x$;
- 5) $x^2 = y^2$;
- 6) $xy = 0$;
- 7) $y = \lg(x + 1)$;
- 8) $x + 3y \leq 6$;
- 9) $x^2 + y^2 - 4 = 0$;
- 10) $(x^2 + y^2) = 1$;

Повышенный уровень

Задача 5. Для следующих формул логики предикатов найти равносильные им формулы, в которых из логических связок имеются только операции \neg, \wedge, \vee , а знаки отрицания стоят только перед предикатными символами:

- 1) $(\forall x)(P(x)) \Rightarrow \neg(Q(y) \Rightarrow (\forall z)(R(z)))$;
- 2) $\neg(\exists y)(P(y) \Leftrightarrow (\forall x)(Q(x)))$;
- 3) $(\exists x)(P(x) \Rightarrow (\forall y)(Q(y)))$;
- 4) $\neg((\forall x)(P(x)) \Rightarrow (\exists y)(Q(y)))$;
- 5) $((\exists x)(P(x) \Rightarrow (\forall y)(Q(y)))) \Rightarrow R(z)$;
- 6) $\neg((\forall x)(P(x) \Rightarrow Q(x)) \wedge (\exists y)(\neg R(y) \wedge S(z)))$;
- 7) $\neg((\forall x)(\exists y)(P(x) \Rightarrow P(y)) \wedge (P(y) \Rightarrow P(x)))$;
- 8) $\neg(\forall x)(P(x, y) \Rightarrow (\exists y)(Q(y)))$;
- 9) $(\exists x)((\forall y)(P(y)) \Rightarrow Q(x)) \wedge \neg(\forall y)(\exists x)(Q(x) \Rightarrow P(y))$;
- 10) $\neg(\forall x)(\exists y)(\forall z)(P(x, y, z) \Rightarrow (\exists t)(Q(x, t) \wedge Q(y, t) \wedge Q(z, t)))$.

Задача 6. Проверить, верны ли следующие следствия:

- 1) $F \Rightarrow G, K \Rightarrow L, F \vee K \models G \vee L$;
- 2) $F \Rightarrow G, ((F \vee L) \wedge H) \Rightarrow M, L \Rightarrow H \models ((F \vee L) \wedge G) \Rightarrow \neg M$;
- 3) $(F \wedge G) \Rightarrow \neg R, (F \wedge H) \Rightarrow K, F \Rightarrow \neg K, (F \wedge \neg G) \Rightarrow H \models F \Rightarrow \neg R$;
- 4) $F \Rightarrow G, \neg K \Rightarrow \neg L, S \Rightarrow H, \neg F \Rightarrow \neg K, H \Rightarrow L \models S \Rightarrow G$;
- 5) $(F \wedge G) \Rightarrow H, (H \wedge K) \Rightarrow L, \neg M \Rightarrow (K \wedge L) \models (F \wedge G) \Rightarrow M$;
- 6) $F \Rightarrow (G \Rightarrow H), (H \wedge K) \Rightarrow L, \neg M \Rightarrow (K \wedge \neg L) \models F \Rightarrow (G \Rightarrow M)$;

- 7) $(F \vee G) \Rightarrow (H \wedge K), (K \vee L) \Rightarrow M \models F \Rightarrow M;$
8) $F \Rightarrow (G \wedge H), \neg G \vee K, (L \Rightarrow \neg M) \Rightarrow \neg K, G \Rightarrow (F \wedge \neg L) \models G \Rightarrow L;$
9) $(F \Rightarrow G) \wedge (H \Rightarrow K), (G \Rightarrow L) \wedge (K \Rightarrow M), \neg(L \wedge M), F \Rightarrow H \models \neg F;$
10) $F \Rightarrow G, G \Rightarrow H, \neg H \models \neg F.$

Контрольная работа сдается в формате doc или docx в электронном виде (высылается на почту katyanew2007@rambler.ru) и в распечатанном виде до 20 мая.

На титуле необходимо исправить то, что выделено красным цветом!!!
Образец титула следует ниже.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина
Ю.А.»
Кафедра «Информационные системы и технологии»

Расчетно-графическая работа по дисциплине
«Математическая логика и теория алгоритмов»

Тема: «Логика высказываний и логика предикатов»

Вариант № **1**

Выполнил: студент МФПИТ
б1-ИВЧТ11
Иванов Иван Иванович
Проверила: доцент каф. ИСТ
Хворостухина Е.В.

Саратов 2016