ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

 «Омский государственный технический университет»

**Методические указания**

**к выполнению практических заданий**

**по дисциплине**

**«**Математическое моделирование и информационные технологии

при проектировании**»**

Омск 2016

Составитель: А. В. Зыкина

Данные методические указания предназначены для обеспечения практических занятий и выполнения домашних заданий по дисциплине «Математическое моделирование и информационные технологии при проектировании». Это пособие можно также использовать в качестве установочных рекомендаций студентам, использующим дистанционные технологии обучения.

Для студентов направления подготовки 09.04.02 «Информационные системы и технологии»

Методические указания предназначены для оказания помощи при изучении дисциплины «Математическое моделирование и информационные технологии при проектировании. В сборнике кроме состава самостоятельной работы по дисциплине приведены краткие теоретические результаты, рекомендации к их освоению и варианты домашних заданий.

Первый раздел посвящен рекомендациям по выполнению домашних работ: перечисляются классы математических моделей, приводятся возможные методы для их решения.

Во втором разделе рассматривается пример построения содержательной задачи и приводятся варианты заданий.

#### НЕКОТОРЫЕ КЛАССЫ ЗАДАЧ

1.1. Задача линейного программирования (ЛП)

Найти вектор , минимизируюший (максимизирующий) линейную функцию:

 (1)

переменные которой подчинены следующим линейным ограничениям:

 (2)

Для численного решения задачи ЛП в общем виде (в произвольном виде) (1)-(2) требуется предварительно привести задачу к каноническому виду:

минимизировать (максимизировать)

 (3)

 (4)

Для решения задачи (3)-(4) можно использовать прямой или двойственной симплекс-метод. При выполнении условия  задачу (3)-(4) можно решать графически.

1.2. Классическая транспортная задача линейного программирования

Математическая модель классической транспортной задачи ЛП имеет вид



  (5)

 

.

Транспортная задача, в которой суммарные запасы  и суммарные потребности  совпадают, т.е. выполняется условие , называется закрытой моделью, в противном случае – открытой. Открытая модель решается приведением к закрытой модели. Решение закрытой модели классической транспортной задачи (5) находят по методу потенциалов.

1.3. Транспортная задача по критерию времени

Математическая модель транспортной задачи при минимизации максимального времени перевозки продуктов от пунктов отправления к пунктам назначения имеет вид



  (6)

 

Решение задачи (6) можно получить по методу запрещенных клеток.

1.4. Задача параметрического линейного программирования

Требуется найти решение  задачи



 (7)

При значениях параметра *t*, принадлежащих заданному конечному или бесконечному интервалу. Решение задачи (7) для случаев, когда от параметра *t* зависит либо целевая функция (), либо система ограничений () находят с помощью методов, основанных на применении симплекс-метода или двойственного симплекс-метода.

1.5. Задача квадратичного программирования

Задача квадратичного программирования состоит в минимизации квадратичной целевой функции

 (8)

при линейных ограничениях (2), где  – симметричная положительно полуопределенная матрица размерностью . Симметричность матрицы  следует из квадратичности функции (8), так как . Положительная полуопределенность матрицы  следует из неотрицательности главных миноров матрицы . Линейные ограничения (2) в произвольной форме можно свести к ограничениям в канонической форме (4), но при этом увеличивается размерность задачи , а значит, и размерность матрицы .

Для решения задачи квадратичного программирования предлагаются два типа методов. Методы первого типа (Била, Баранкина и Дорфмана, Франка и Вульфа) основаны на симплексных преобразованиях условий Куна-Таккера для задачи (8), (2) или для задачи (8),(4). Основная сложность использования этих методов состоит в умения правильно выписать условия Куна-Таккера.

Методы второго типа – это специальные методы. К ним можно отнести метод сопряженных градиентов и метод проекции градиента Розена.

1.6. Задача нелинейного программирования

Минимизировать нелинейную функцию

 (9)

при нелинейных ограничениях

  (10)

где ,  – непрерывные скалярные функции.

Если функции  – выпуклые функции, то для решения задачи (9)-(10) применимы градиентные методы и классический метод решения задачи выпуклого программирования – метод возможных направлений.

Если ограничения (10) заданы в виде равенств, то для решения задачи (9)-(10) можно использовать метод множителей Лагранжа.

Если ограничения задачи (10) позволяют построить штрафную функцию, сложность которой сравнима со сложностью исходной целевой функции (9), то имеет смысл решать задачу методами штрафных функций.

1.7. Дискретные задачи математического программирования (МП)

Дискретная задача МП формулируется так же, как и задача (9)-(10), но включается дополнительное требование, состоящее в том, что значения переменных, составляющих оптимальное решение, должны принимать некоторые дискретные значения. Дискретность может быть произвольной, но чаще встречается два вида дискретности.

Если переменные принимают целочисленные значения, то говорят о задаче целочисленного математического программирования. Если переменные принимают альтернативные значения 0 или 1, то говорят о задаче альтернативного математического программирования.

Для решения задачи дискретного МП можно использовать метод ветвей и границ. Но необходимо отметить, что метод ветвей и границ эффективен лишь при решении задач, содержащих небольшое число дискретных переменных или небольшое число допустимых значений дискретных переменных.

1.8. Задача целочисленного линейного программирования (ЦЛП)

Задача ЦЛП – это задача ЛП с дополнительным условием целочисленности переменных:



целые, 

При *k=n* полностью целочисленная задача, а при *k<n* задача является частично целочисленной.

Для решения задачи ЦЛП как частично, так и полностью целочис­ленной применяются методы отсечений, в частности, метод Гомори.

1.9. Задача о назначениях

Это специальная задача альтернативного линейного программиро­вания



 

 

  

Решение задачи о назначениях находится с помощью венгерского метода.

1.10. Задача коммивояжера

Это специальная задача линейного программирования вида



 

 

  

целые,  

  

произвольные переменные  

Методы решения задачи коммивояжера основаны на модификациях метода ветвей и границ, использующих особые структурные свойства задачи коммивояжера. К таким методам относятся метод задания маршрутов и метод частичных циклов.

1. 11. Задачи динамического программирования

Методом динамического программирования решаются задачи математического программирования, удовлетворяющие принципу последовательной оптимизации: решение исходной задача оптимизации большой размерности заменяется решением последовательности задач оптимизации малой размерности. Условиями, которым должна при этом удовлетворять исходная задача оптимизации, являются следующие.

1. Задача должна интерпретироваться как *n*-шаговый процесс.
2. Целевая функция должна быть аддитивной (мультипликативной), т.е. представляться в виде суммы (произведения) показателей эффективности на каждом шаге.
3. Структура задачи должна быть определена при любом *k ≤ n* и не должна зависеть от этого числа (принцип вложенности).
4. Выбор управления на *k*-м шаге не влияет на предшествующие шаги, а состояние в конце этого шага есть функция этого управления и предшествующего состояния (принцип отсутствия последействия).
5. На каждом шаге алгоритма число параметров состояния *S* и число переменных управления *r* конечны и не зависят от номера шага *k*. Причем следует отметить, что трудоемкость вычислений методом динамического программирования значительно возрастает при увеличении числа *S* или *r* на единицу и практически не зависит от числа шагов *n* (более того, возможно решение задачи при ). Ручному счету доступны задачи, в которых, *S*=1 и *r*=1 или *r*=2. Такие значения *S* и *r* возможны при небольшом числе ограничений исходной задачи МП.

#### ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

2.1.Рекомендации к составлению математической модели

Использование стандартных вычислительных алгоритмов требует математической записи модели. Таким образом, необходимо уметь переводить словесное описание задачи на язык математических символов.

Составление математической модели начинают с *выбора переменных*, совокупность числовых значений которых однозначно определяет один из вариантов процесса. Следует иметь в виду, что иногда от удачного выбора этих переменных зависит простота модели и, следовательно, удобство дальнейшего ее анализа.

После выбора переменных необходимо *составить ограничения* по тексту задачи, которым эти переменные должны удовлетворять. При этом нужно следить за тем, чтобы в модели учитывались все ограничительные условия, и в то же время не было ни одного лишнего или записанного в более жесткой, чем требуется условиями задачи, форме.

В заключении *составляется целевая функция*, которая в математической форме отражает критерий выбора лучшего варианта.

После составления математической модели необходимо рассмотреть возможные пути ее упрощения и выбрать подходящий вычислительный метод для решения задачи.

2.2.Пример задачи ЛП – задача о диете

При имеющемся наборе *N* продуктов известной стоимости необходимо составить дневной рацион так, чтобы обеспечить заданное содержание белков, жиров и углеводов при минимальной суммарной стоимости продуктов.

Пусть единица *i*-го продукта содержит *ai1* единиц белков, *ai*2 единиц углеводов и *ai3* единиц жиров*.*

Обозначим через *сi, i=*1*,…,N,* стоимость *i*-го продукта: *b*1*, b*2*, b*3 единиц − заданное количество белков, жиров и углеводов, соответственно, в рационе.

Запишем условия задачи в виде математических формул.

*1. Выберем переменные данной задачи*:

*x*1*, x*2*, … xN −* количество продуктов, входящих в рацион.

*2. Составим ограничения*, которые по условиям задачи должны обеспечить содержание белков, жиров и углеводов в количествах *b1, b2, b3* соответственно.

Так как в единице *i*-го продукта содержит *ai*1 единицабелков, то в *xi* единицах *i*-го продукта содержится *ai*1 *xi* единиц белков. Значит, общее количество белков в рационе будет равно сумме , а условие – неравенство для белков будет иметь вид:



Записывая аналогичные условия для жиров и углеводов, получим, включая предыдущее, три условия:





Нельзя забывать, очевидно, вытекающие из условий задачи ограничения: эти ограничения означают, что отрицательное количество продуктов *xi* не имеет содержательного смысла.

*3.Составим целевую функцию:*



и линейную функцию L необходимо минимизировать.

Итак, математическая модель рассмотренной задачи о диете имеет вид:

минимизировать 

при условиях





2.3 Задания для самостоятельной работы

## 1 Задача компоновки модулей при проектировании цифровой аппаратуры

Проектируемое устройство состоит из *m* различных модулей 2-го уровня, модули 2-го уровня компонуются из *n* различных модулей 1-го уровня. Пусть  – минимальное число модулей *i*-го типа 2-го уровня, требуемых дня компоновки схемы,  – число модулей *j*-го типа 1-го уровня, из которых можно скомпоновать один модуль *i*-го типа 2-го уровня, *Cj* – стоимость одного модуля *j*-го типа 1-го уровня. Задача состоит в минимизации стоимости устройства.

## 2 Задача размещения модулей на плате

Пусть размещению на плате подлежат *n* модулей. По известной принципиальной схеме определяется матрица связей  где  – число связей между *i-*м и *j*-м модулями. Все *n* модулей должны быть размещены на плате, разбитой на *m>n* позиций. Задана матрица  стоимостей "прокладки" одной линии связи между любыми модулями, размещёнными в позициях *S* и *r*.

Составить модель размещения модулей на плате, минимизирующую суммарную стоимость связей.

## 3 Распределение задач между узлами АСУ

АСУ, состоящая из *m* узлов, решает задачи *n* типов. Пусть  – затраты на решение *i* – задачи в *j*-м узле, – допустимые затраты в *j*-м узле,  – время, необходимое для решения *i*-й задачи в *j* – узле, *pi* – допустимое время решения *i*-й задачи.

Оптимизировать распределение задач (поставить две оптимизационные задачи).

## 4 Разбиение системы на блоки

АСУ состоит из *N* элементов. Число соединений между элементами, определяемое структурой АСУ, задается симметричной квадратной матрицей . Из условий эксплуатации системы следует, что целесообразно разбить АСУ на *m* блоков, в каждом из которых не более *n* элементов. При разбиении системы на блоки одни связи окажутся внутриблочными, другие – внешними.

Задача: минимизировать число внешних соединений (или максимизировать число внутренних связей).

## 5 Установление этапности ввода в строй АСУ

Пусть намечено *K* очередей ввода в строй АСУ, функции системы определяются *n* задачами (*n ≥ K*).

Пусть *bjk* − объем *j*-го ресурса, который можно использовать при вводе в строй *k*-й очереди АСУ, *Сi* − ожидаемый эффект от внедрения *i*-й функции АСУ, *aij*– объем *j*-го ресурса, необходимый для реализации *i*-й функции системы.

Установить ввод в строй очередей АСУ *(k=*1*,..,K)* так, чтобы получить максимальный экономический эффект.

## 6 Задача оптимального резервирования I

Система состоит из *n* элементов. Определить *xj*− число элементов *j*-го типа , минимизирующее суммарные затраты на резерв при заданном ограничении *d* на показатель надежности системы, если *dj* – затраты на один элемент *j*-го типа,  − значение показателя надежности по *j***‑**му типу элемента (*pj* − вероятность отказа элемента *j*-го типа).

## 7 Задача оптимального резервирования II

Система состоит из *n* элементов. Пусть *dj* – затраты на один элемент *j*-го типа, *Pj* − вероятность отказа элемента *j*-го типа, *С* – суммарные затраты на все элементы. Определить число элементов *j*-го типа, , которые нужно держать в резерве, чтобы максимизировать показатель надежности системы при заданных ограничениях на затраты.

## 8 Распределение памяти ЭВМ I

Рассматривается многоступенчатая система хранения данных: на верхнем уровне используются ЗУ большого объема, но с малым быстродействием, на нижнем уровне – ЗУ небольшого объема, но с большим быстродействием. Пусть *m* – число уровней памяти, *n* – число массивов информации,  – объем *i*-го массива,  – быстродействие памяти *j*-го типа,  – объем памяти *j*-го типа.

Распределить массивы информации по уровням памяти так, чтобы свести к минимуму время их обработки (суммарное время обращения к памяти).

## 9 Распределение памяти ЭВМ II

Пусть имеются массивы информации *n* типов, *di* – объем массива *i*-го типа. Память *j*-го типа характеризуется быстродействием, *ti*, емкостью  и стоимостью единицы памяти *Cj*, общая стоимость памяти не должна превышать *L*.

Распределить массивы информации по уровням памяти оптимально.

## 10 Задача о распределении транспорта

Аэрофлот имеет пять типов самолетов и обслуживает пять маршрутов. Известны затраты на эксплантацию каждого вида самолета на каждом маршруте и прибыль, получаемая при выполнении данного маршрута.

Распределить самолеты по маршрутам так, чтобы суммарная чистая прибыль была максимальна.

## 11 Задача оптимального планирования

Имеется фирма в составе двух предприятий, производящих соот­ветственно два и четыре различных вида продукции. Каждое предприятие для производства продукции использует свои внутренние, локальные ресурсы (рабочую силу и оборудование). Предприятия совместно потребляют некоторый лимитированный ресурс (сырьё). Пусть *b* − ко­личество общего ресурса, *b*1*, b*2 – ресурсы первого предприятия, *b*3, *b*4 − ресурсы второго предприятия, *aij* − количество *i*-го ресурса, необходимого для производства *j*-го вида продукции, *Сi* − прибыль фирмы от реализации единицы *i*-й продукции.

Определить план производства продукции, дающий максимальную прибыль.

## 12 Производство оптимального набора продуктов

Фабрика может производить *n* различных продуктов, располагая для этого *m* видами ресурсов в количестве . Для производства продуктов могут быть использованы *S* технологических способов. Заданы величины , характеризующие нормы расхода *i*-го ресурса на единицу *k*-го продукта при изготовлении его *j*-м способом. Известна цена *Pk* единицы *k*-го продукта. Составить модель задачи по определению оптимального набора продуктов и способов их производства из условия максимизации товарной продукции при дополнительном условии, согласно которому любой *k*-й продует либо должен производиться в количестве, не меньшем *dk*, либо совсем не производиться.

## 13 Распределение капиталовложений

Общую сумму капиталовложений *К* необходимо распределить между *q* объектами, потребности которых определяются суммами  а ожидаемые прибыли . При этом на каждый объект капиталовложения либо выделяются в необходимой сумме, либо совсем не выделяются.

Задача: найти распределение капиталовложений с максимальной прибылью.

## 14 Размещение производства

Имеются *q* пунктов потребления, потребности которых в некотором продукте измеряются величинами . Для удовлетворения этих потребностей могут быть использованы *Р* пунктов возможного производства продукта. Задана матрица  затрат на перевозки единицы продукта из *i*-го пункта производства в *k*-й пункт потребления. Предполагается, что в каждом *i*-м пункте возможны *ni* взаимоисключающих вариантов производства с объемами 

Определить оптимальный план размещения производства из условия минимизации затрат на транспортировку продукта.

## 15 Размещение и транспортировка продукции

Для удовлетворения спроса *q* потребителей в количестве  единиц продукции могут быть использованы имеющиеся предприятия, производственные мощности этих предприятий составляют  Задана матрица  транспортных затрат на доставку продукции и вектор  производственных затрат на единицу продукции.

Составить модель задачи по определению оптимального плана размещения производства и транспортировки продукции из условия минимизации суммарных затрат.

## 16 Задача загрузки станков

Ткацкая фабрика располагает *N*1станками первого типа и  станками второго типа. Станки могут производить три вида тканей:  Каждый вид станка может производить любой из видов ткани, но в неодинаковом количестве. Станок первого типа производит в единицу времени  метров ткани  соответственно, станок второго типа  метров ткани. Каждый метр ткани  – приносит прибыль ,. Согласно плану производства фабрики должна произвести в единицу времени не менее  метров ткани , не менее  метров ткани  и не менее  метров ткани .

Требуется распределить загрузку станков производством тканей различного вида так, чтобы план был выполнен, и при этом прибыль в единицу времени была максимальна.

## 17 Задача о выборе производственной программы

Имеются *m* предприятий, на которых нужно произвести *n* продуктов в заданном ассортименте . Известна производительность  *i*-го предприятия в единицу времени, если оно изготовляет *j*-й продукт. Предполагается, что , т.е. каждый продукт может производиться хотя бы на одном предприятии.

Требуется получить максимальный суммарный объем продукции в заданном ассортименте в единицу времени.

## 18 Задача распределения удобрений

Имеется ограниченное количество удобрений *К*, которые необходимо распределить между посевами *n*, различных с/х культур. Суммарная площадь посева фиксирована *S*. Известны  – цена реализации единицы продукта,  – цена единицы удобрений. Урожайность -ой культуры зависит от количества внесенных на единицу площади удобрений. Продукция должна быть получена во вполне определенном ассортименте .

Найти способ распределения земель и удобрений, при котором суммарный доход от продажи продукта будет максимален.

## 19 Оптимизация машинного парка

Имеются *m* типов машин в количествах *d*1*,…,dm* и видов работ, подлежащих выполнению в объёмах . Задана матрица , где  – производительность *i*-й машины на *k*-й работе, матрица , где  – себестоимость выполнения единицы *k*-й работы машиной *i*-го типа, и стоимость  одной машины *i*-го типа.

Составить математическую модель задачи по определению оптимального машинного парка (т.е. количество машин каждого типа) и оптимального его распределения по указанным работам из условия минимизации суммарной стоимости (машинного парка и произведенных работ).

## 20 Задача о размещении складов

Планируется построение складов известной емкости в различных местах. Затраты на построение склада данной емкости и в данном месте различны.

Выбрать такие места для расположения складов, чтобы выполнить заказ на суммарную емкость и чтобы суммарные затраты были минимальны.

## 21 Оптимизация распределения машин по маршрутам

Имеется *n* маршрутов, по каждому из которых необходимо совершить  рейсов и *m* автомашин (), каждая из которых может быть использована в течение  часов (). На выполнение *i*-й машиной рейса по *k*-му маршруту требуется  часов при затратах  рублей.

Составить модель задачи оптимального распределения машин по маршрутам.

## 22 Оптимизация использования бревен

Требуется распилить *N* брёвен длиной  каждое на брусья трёх размеров: 3,5; 4,5 и 5м, которые должны быть изготовлены в ассортименте 2:1:1.

Составить модель для определения оптимального плана распила из условия максимального числа брусьев в заданном ассортименте.

## 23 Приобретение товаров

Получатель имеет сумму денег *J* и может купить товары трёх видов по цене  за единицу. Функция полезности товара для покупателя имеет вид , где  − количество товаров, которые он покупает.

Определить, какое количество товара каждого вида выгодно приобрести покупателю.

## 24 Распределение ресурсов

Комплексная целевая программа включает *К* подпрограмм. Известно, что для выполнения *i*-й подпрограммы в полном объеме достаточно ресурсов в количестве степень же выполнения подпрограммы при выделении на неё  ресурсов составляет . Степень выполнения всей программы определяется как , где  – коэффициент важности *i*-й подпрограммы.

Найти оптимальное распределение общего ресурса объема *S* подпрограммам в случае дефицита .

## 25 Управление ресурсами

Имеется начальное количество ресурсов *K*, которое нужно распределить между *N* отраслями производства. Единица ресурсов, вложенных в *i*-ю отрасль, приносит доход .

Требуется найти способ управления ресурсами, при котором суммарный доход будет максимальный.

## 26 Формирование оптимального парка машин

Сформировать оптимальный парк машин, если известны такие данные:  − производительность машины *i*-го вида, используемой в *j*-м виде работы   − объем -го вида работы в единицу времени;  − издержки на аренду и содержание машины *i*-го вида.

## 27 Построение специализированного вычислительного устройства

Устройство должно состоять из *m* блоков, вычисляющих последовательно определенные функции. Имеется  различных вариантов выполнения каждого блока, отличающихся схемным решением. Заданы ограничения в отношении максимальной стоимости , максимальных габаритов , максимального времени выполнения устройством всей совокупности функций . Известны данные по стоимости , габаритам  и времени вычисления функций  для каждого блока  при каждом варианте его выполнения .

Сформулировать возможные варианты постановки задачи оптимального построения вычислительного устройства.

## 28 Задача о распределении продукции

Рассматривается производство и реализация трех видов продукции в трех пунктах реализации. Продукция производиться из ограниченного количества ресурсов одного вида, затраты ресурсов на различную продукцию различны. Цены реализации в различных пунктах различны.

Составить план производства и реализации продукции с максимальной прибылью.

## 29 Задача оптимального резервирования

Имеется система, состоящая из элементов  типов, которые характеризуются вероятностями отказов  и весами .

Определить количество элементов каждого типа, обеспечивающих минимальную вероятность отказа системы при условии, что вес системы не превышает величины .

## 30 Задача выбора

Имеются  работ и  сотрудников, которые должны быть назначены ни выполнение этих работ. Каждый *j*-й сотрудник характеризуется рядом параметров . Заданы коэффициенты  значимости *i*-го параметра, , при выполнении *k*-й работы, .

Найти оптимальное распределение работ между сотрудниками.

## 31 Задача о распределении устройств

Предприятие планирует ремонт технических устройств в количестве *n* штук в трех мастерских. Затраты на ремонт технических устройств в различных мастерских различны, время ремонта различно. Средства на ремонт ограничены.

Составить план распределения технических устройств по мастерским так чтобы суммарное время на ремонт было минимально.

## 32 Производственная программа и план перевозок

Четыре предприятия могут производить продукцию в урочное время в количествах  и дополнительно в сверхурочное время в количествах . При этом затраты на производство единицы продукции по предприятиям составляют  при работе в урочное время и соответственно на 50% выше при работе в неурочное время. Продукция должна быть доставлена четырём потребителям в количествах . Транспортные расходы за перевозку единицы продукции от *i*-го предприятия *k*-му потребителю заданы матрицей .

Определить оптимальную производственную программу предприятий и оптимальный план перевозок.

## 33 Программа обработки изделия

Найти оптимальную программу обработки  изделий на  взаимозаменяемых станках при заданных, исходных данных:  − норма времени для обработки одного *j*-го изделия на *i*-м станке; − себестоимость обработки, руб/ч, одного *j*-го изделия на *i*-м станке;  − общее время работы *i*-го станка;

 − план обработки изделий *j*-го типа;  − прибыль, получаемая при реализации одного изделия *j*-го типа.

В качестве критерия оптимальности выбрать:

1. минимум себестоимости;
2. минимум затрат времени работы станков;
3. максимум прибыли.

## 34 Распределение заданий между швейными фабриками

Плановое задание по изготовлению  моделей костюмов необходимо распределить между *n* швейными фабриками. Производственные мощности *i*-й фабрики позволяют за рассматриваемый отрезок времени выпустить  костюмов *k*-й модели. Заданы цены  на костюм *k*-й модели и себестоимости  изготовления *k*-й модели на *i*-й фабрике. Плановое задание *k*-й модели − .

1) Составить оптимальный план загрузки фабрик из условия максимизации прибыли.

2) Составить оптимальный план загрузки фабрик, обеспечивающих максимальное число комплектов костюмов, если числа планового задания рассматривать как ассортиментные отношения.

## 35 Оптимизация структуры посевов

На *n* участках могут выращиваться *n* культур. Известны размеры участков в гектарах  урожайность  (ц/га) на каждом из участков по каждой культуре; затраты  в чел/ч на 1 ц.; плановое задания по сбору культур 

1) Определить структуру посевов, минимизирующую суммарные затраты.

2)Составить оптимальную структуру посевов, максимизирующую суммарный сбор урожая;

3) Решить задачу при плановом ассортиментном соотношении , обеспечивая выполнения планового задания с минимальными затратами.

## 36 Оптимизация плана загрузки предприятий

Составить оптимальный месячный план загрузки  предприятий из условия получения максимального числа комплектов  видов изделий. В каждый комплект изделия входят в отношении 1:2:3. Месячная производительность *i*-го предприятия на -м изделии равна .

## 37 Оптимальное распределение бумажных ресурсов

Имеются три сорта бумаги в количествах , которую можно использовать на издание четырех книг тиражом  экземпляров. Расход бумаги на одну книгу составляет , а себестоимость печатания книги *k* при использовании -го сорта бумаги задается матрицей 

Определить оптимальное распределение бумажных ресурсов.

## 38 Задача о выпуске продукции

Предприятие производит *n* видов продукции, спрос на которую яв­ляется функцией времени . Для изготовления продукции используются *m* видов сырья, запасы которого задаются вектором . Изготовление единицы продукции вида  требует  единиц сырья вида , а её стоимость равна .

1) Определить оптимальные планы выпуска продукции.

2) Решить задачу при дополнительном условии, что вектор ресур­сов *r* также меняется со временем, причем .

## 39 Задача о производстве и распределению продукции

Фирма по выпечке хлебобулочных изделий имеет три пункта сбыта и производит 5 видов хлебобулочных изделий. Цены на изделия в различных пунктах различны. Фирма имеет обязательства перед пунктами по минимальным партиям поставок. Производственные мощности фирмы ограничены.

Известны расходы *m* видов сырья на единицу каждого изделия, запасы сырья ограничены.

Составить план выпуска изделий с максимальной суммарной прибылью.

## 40 Задача о выпечке хлебобулочных изделий

Фирма по выпечке хлебобулочных изделий имеет ограниченное количество сырья. Из этого сырья фирма может изготовить 5 видов хлебобулочных изделий. Изделия имеют различные нормы расхода сырья и различную цену реализации.

Составить план выпуска изделий с максимальной суммарной прибылью.

## 40 Задача о выборе поставщиков

Фирма по производству хлебобулочных изделий имеет трех поставщиков сырья. Закупочные цены на сырье различны, стоимость доставки единицы сырья различна. Фирма имеет обязательства перед поставщиками о минимальном закупочном сырье. Известны расходы сырья на единицу каждого изделия. Ассортимент состоит из 5 изделий. Производительные и финансовые возможности фирмы ограничены.

## 41 Задача о производстве и распределении продукта

Фирма по заготовки сырья имеет три пункта, затраты на заготовку единицы сырья в различных пунктах различны. Мощности пунктов ограничены. Фирма имеет обязательства перед 5 пунктами потребления сырья по заданным партиям поставок.

Обеспечить потребителей сырьем с минимальными затратами на заготовку.

## 42 Задача о выборе производственной программы

Из ограниченных запасов сырья *m* видов, производиться продукция *n* видов. Известны расходы сырья на производство единицы продукции. Известна прибыль от единицы каждого изделия, выпущенного по плану, и прибыль от изделия, выпущенного сверх плана.

Найти план выпуска изделий с максимальной суммарной прибылью.

## 43 Задача оптимального выпуска продукции

Фирма имеет три цеха производства продукции четырех видов, затраты на производство различны, производственные мощности цехов ограничены.

Составить оптимальный план выпуска изделий с минимальными затратами.

## 44 Задача оптимизации плана производства

Фирма имеет три швейных цеха, где производиться костюмы трех видов. Затраты на производство костюмов различны, производственные мощности цехов ограничены. Цены реализации костюмов различны.

Составить оптимальный план производства, дающий максимальную прибыль.

## 45 Задача об обслуживании автопарка

Фирма имеет три авторемонтные мастерские, которые обслуживают три автотранспортных депо. Затраты на техническое обслуживание и ремонт в различных мастерских различны. Автопарк в каждом депо ограничен.

Распределить машины трех депо по мастерским на техническое обслуживание так, чтобы суммарные затраты фирмы были минимальны.

## 46 Задача о выпуске экспериментальных товаров

Фирма планирует производство экспериментальной партии товаров. Каждый товар может производиться в единственном числе. Затраты на производство каждого товара различны. Цены реализации товаров различны. Фирма ограничена в средствах.

Выбрать для производства те товары, реализация которых даст максимальную прибыль.

## 47 Задача оптимизации плана производства

Фирма производит продукцию трех видов в двух цехах и поставляет ее четырем потребителям. Затраты на производства различны, потребности заданы. Цены реализации потребителям договорные.

## 48 Задача о распределении работ

Имеется *n* работ и *n* исполнителей. Каждый исполнитель может выполнять любую работу, но с разными затратами.

Распределить исполнителей по работам так, чтобы суммарные затраты по выполнению были минимальны.

## 49 Задача оптимизации плана производства

Рассматривается производство продукции *n* видов из сырья *m* видов. Запасы сырья доставляются из двух пунктов. Известны стоимости доставки партии сырья и себестоимости производства единицы продукции.

Составить план производства продукции с минимальными суммарными затратами.

## 50 Задача о распределении ресурсов

Предприятия производят два вида продукции из сырья трех видов. Известны запасы сырья и нормы расхода сырья для производства продукции каждого вида. Произведенная продукция должна быть развезена на склады ограниченной вместимости. Затраты на доставку различны. Распределить продукцию по складам с минимальными затратами.

**Библиографический список**

1. Зыкина, А. В. Методы оптимизации и исследование операций [Электронный ресурс] / А. В. Зыкина – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2013. – 86 с. – 1 o=эл. опт. диск (CD-ROM).

 2. Пащенко, Ф. Ф. Введение в состоятельные методы моделирования систем : учеб. пособие для вузов по направлению 230400 «Прикладная математика» специальности 230401 «Прикладная математика» : в 2 ч. / Ф. Ф. Пащенко. – М. : Финансы и статистика, 2006 – .Ч. 1 : Математические основы моделирования систем. – 2006. – 328 с.

3. Бережная, Е. В. Математические методы моделирования экономических систем : учеб. пособие для вузов / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Финансы и статистика, 2008. – 431 с.

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. НЕКОТОРЫЕ КЛАССЫ ЗАДАЧ 3

1.1. Задача линейного программирования (ЛП) 3

1.2. Классическая транспортная задача линейного программирования 4

1.3. Транспортная задача по критерию времени 4

1.4. Задача параметрического линейного программирования 4

1.5. Задача квадратичного программирования 5

1.6. Задача нелинейного программирования 5

1.7. Дискретные задачи математического программирования (МП) 6

1.8. Задача целочисленного линейного программирования (ЦЛП) 6

1.9. Задача о назначениях 7

1.10. Задача коммивояжера 7

1.11. Задачи динамического программирования 7

2. ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ 8

2.1. Рекомендации к составлению математической модели. 8

2.2. Пример задачи ЛП - задача о диете 9

2.3 Задания для самостоятельной работы 10

Библиографический список……………………………………………………….20