Контрольная работа № 1

Содержание контрольной работы № 1

Задание № 1

Приведите линейное дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных к каноническому виду.

Задание № 2

Решите задачу о колебаниях бесконечной струны методом Даламбера.

Задание № 3

Решите задачу о колебаниях струны, закреплённой на концах, методом разделения переменных (методом Фурье).

Указание.

Перед решением задач контрольной работы рекомендуется ознакомиться со следующими методическими указаниями:

1. Приведение линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных к каноническому виду : Методические указания. Сост. О. В. Шаляпина и др. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 1995. — 20 с.

2. Решение дифференциальных уравнений в частных производных методом Даламбера : Методические указания. Сост. Т. В. Слободинская и др. - СПб.: СПбГТИ(ТУ), 1996. — 25 с.

3. Решение дифференциальных уравнений в частных производных методом Фурье : Методические указания. Сост. Н. М. Климовицкая и др. — СПб.: СПбГТИ(ТУ), 1998.— 30 с.

Условия задач контрольной работы № 1

Вариант № 1

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 3\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -2\dfrac{\partial u}{\partial x} - 6\dfrac{\partial u}{\partial y}.$

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \quad u(x,t)\Big|_{t=0} = \sin 5x; \quad \dfrac{\partial u}{\partial t}\Big|_{t=0} = 3.$
   $-\infty < x < +\infty, \quad t \geqslant 0.$

$$u(x,0)=\begin{cases}\dfrac{2x}{3}, & 0\leqslant x<3;\\ \dfrac{2(6-x)}{3}, & 3\leqslant x\leqslant 6;\end{cases}\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 8

1. $$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}+u=0.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\sin\frac{x}{2};\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\cos\frac{x}{2}.$$
$$-\infty<x<+\infty,\quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=25\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad u(0,t)=u(8,t)=0;$$
$$u(x,0)=0;\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\begin{cases}x, & 0\leqslant x<4;\\ 8-x, & 4\leqslant x\leqslant 8.\end{cases}$$

Вариант № 9

1. $$3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-4\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=3\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=64\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=\sin 8x;\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=4.$$
$$-\infty<x<+\infty,\quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad u(0,t)=u(18,t)=0;$$
$$u(x,0)=\frac{9}{100}\sin\frac{\pi x}{18}\,,\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=0.$$

Вариант № 10

1. $$2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+6\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}+4\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}.$$

2. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad \left.u(x,t)\right|_{t=0}=3-4x;\quad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{t=0}=\sin 2x.$$
$$-\infty<x<+\infty,\quad t\geqslant 0.$$

3. $$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2};\quad u(0,t)=u(9,t)=0;$$