

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**Департамент Анализа данных, принятия решений и финансовых
технологий**

**А.В. Потемкин, М.Н. Фридман, И.И. Цыганок,
И.М. Эйсымонт**

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
ВАРИАНТЫ РАСЧЕТНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

**для студентов заочной формы обучения
Для бакалавров направления 080100.62«Экономика»**

Москва 2017

Оглавление

| | |
|---------------------------------------|----|
| 1. Вариант 1 | 3 |
| 2. Вариант 2 | 6 |
| 3. Вариант 3 | 9 |
| 4. Вариант 4 | 13 |
| 5. Вариант 5 | 17 |
| 6. Вариант 6 | 20 |
| 7. Вариант 7 | 23 |
| 8. Вариант 8 | 27 |
| 9. Вариант 9 | 30 |
| 10. Вариант 10 | 33 |
| 11. Экзаменационные вопросы | 37 |
| 12. Образцы экзаменационных билетов | 41 |
| 13. Таблица значений функции Гаусса | 42 |
| 14. Таблица значений функции Лапласа | 43 |
| 15. Таблица значений функции Пуассона | 44 |
| 16. Литература | 45 |

Варианты контрольной работы

ВАРИАНТ 1

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 1)

1. В отделении Сбербанка микрорайона пользуются банкоматом 20% населения из близлежащих домов. Какова вероятность того, что из 500 наудачу выбранных жителей микрорайона в этом отделении Сбербанка пользуются банкоматом:

- а) 90 человек;
- б) от 80 до 130 человек;
- б) более 120 человек?

2. По наблюдениям за температурой воздуха в сентябре этого года в данной местности установлено, что средняя температура воздуха составила 15°C , а среднее квадратическое отклонение равно 5°C . Оценить вероятность того, что в сентябре следующего года средняя температура воздуха будет:

- а) не более 25°C ;
- б) более 20°C .
- в) будет отличаться от средней температуры этого года не более чем на 7°C (по абсолютной величине);
- г) будет отличаться от средней температуры этого года не менее чем на 8°C (по абсолютной величине);

3. Известно, что месячная доходность некоторой ценной бумаги есть нормально распределенная случайная величина ξ (%). Найти ее математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение, если известно, что $P(\xi < 1) = 0,1$ и $P(\xi \geq 5) = 0,5$.

Построить схематично¹ графики функции распределения и функции плотности распределения этой случайной величины.

Вычислить вероятность того, что в следующем месяце доходность ценной бумаги будет:

¹ Для построения графиков можно использовать Microsoft Excel.

- а) не более 4%;
- б) не менее 8%;
- в) от 3% до 7%.

4. С целью изучения миграции населения в данной области было проведено выборочное обследование 70 мелких населенных пунктов из 350 имеющихся в области (выборка бесповторная). Получены следующие данные о количестве зарегистрированных мигрантов:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 9 | 0 | 8 | 3 | 10 | 5 | 14 | 6 | 14 | 1 |
| 3 | 4 | 10 | 5 | 4 | 11 | 4 | 14 | 13 | 13 |
| 12 | 2 | 1 | 3 | 9 | 14 | 0 | 10 | 5 | 7 |
| 3 | 11 | 6 | 3 | 14 | 7 | 2 | 2 | 6 | 10 |
| 8 | 5 | 9 | 14 | 7 | 7 | 0 | 3 | 11 | 7 |
| 12 | 13 | 2 | 13 | 5 | 14 | 6 | 13 | 3 | 1 |
| 6 | 8 | 9 | 7 | 5 | 13 | 13 | 7 | 1 | 12 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

- а) вероятность того, что среднее количество мигрантов во всей области отличается от их среднего количества в выборке не более чем на 1 чел;
- б) границы, в которых с вероятностью 0,98 заключена доля всех населенных пунктов области, где количество мигрантов превышает 8 человек.

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего количества мигрантов, что и в п. а) можно гарантировать с вероятностью 0,95.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – число мигрантов в данном населенном пункте – распределена:

- а) по нормальному закону распределения;
- б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. С целью изучения зависимости количества времени использования клиентом мобильной связи в течение месяца ξ (мин) и стоимости минуты разговора η (руб.) произведено обследование 100 абонентов, пользующихся различными тарифными планами, и получены следующие данные:

| $\xi \backslash \eta$ | Менее 1 | 1-1,5 | 1,5-2 | 2-2,5 | 2,5-3 | Более 3 | Итого: |
|-----------------------|---------|-------|-------|-------|-------|---------|--------|
| Менее 200 | | | | 3 | 9 | 3 | 15 |
| 200-400 | | | | 5 | 8 | 7 | 20 |
| 400-600 | | | 4 | 13 | 9 | 3 | 29 |
| 600-800 | | 2 | 6 | 8 | 2 | | 18 |
| Более 800 | 6 | 5 | 6 | 1 | | | 18 |
| Итого: | 6 | 7 | 16 | 30 | 28 | 13 | 100 |

Необходимо:

1. Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j , построить эмпирические линии регрессии.
2. Предполагая, что между переменными ξ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ξ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить время использования мобильной связи при стоимости минуты разговора 2,25 руб.

ВАРИАНТ 2

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 2)

1. Вероятность сдачи студентом контрольной работы в срок равна 0,8. Найти вероятность того, что из 150 студентов вовремя сдадут контрольную работу:

- а) 110 студентов;
- б) не менее половины студентов;
- в) не менее 100, но не более 130 студентов.

2. Всхожесть хранящегося на складе зерна в среднем составляет 80%, а среднее квадратическое отклонение 6%. Оценить вероятность того, что в выбранной партии зерна всхожесть:

- а) составит не менее 85%;
- б) составит не более 90%;
- в) будет отличаться от средней не более чем на 8%;
- г) будет отличаться от средней не менее чем на 10%.

3. Случайная величина ξ имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ^2 . Найти параметр σ , если известно, что $M(\xi)=5$ и $P(2 < \xi < 8) = 0,9973$. Вычислить вероятность того, что значение случайной величины ξ окажется меньше 0.

Построить схематично² графики функции распределения и функции плотности распределения этой случайной величины.

4. С целью изучения размера потребительских кредитов, выданных банком в одном из крупных магазинов электронной техники в течение последнего месяца, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано 180 кредитов из 2500 выданных. Величины сумм выданных кредитов (тыс. руб.) представлены в таблице:

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 22,9 | 26,6 | 18,0 | 25,2 | 28,9 | 30,3 | 21,1 | 13,5 | 15,7 | 22,2 |
| 18,6 | 28,8 | 11,5 | 26,7 | 31,6 | 14,1 | 26,7 | 22,2 | 19,9 | 23,4 |
| 16,0 | 17,9 | 17,0 | 20,3 | 10,5 | 26,8 | 13,9 | 18,1 | 19,6 | 12,7 |
| 20,7 | 17,8 | 19,5 | 24,4 | 21,8 | 23,3 | 18,6 | 24,1 | 19,6 | 20,8 |
| 15,8 | 14,0 | 20,5 | 18,2 | 17,8 | 20,7 | 21,9 | 28,0 | 17,5 | 11,2 |
| 12,2 | 24,7 | 14,9 | 19,3 | 23,6 | 22,3 | 20,1 | 19,1 | 21,9 | 25,2 |
| 22,2 | 18,0 | 16,3 | 18,3 | 18,6 | 13,5 | 28,0 | 15,2 | 22,1 | 24,7 |
| 20,1 | 14,0 | 17,3 | 17,6 | 18,9 | 22,4 | 20,9 | 15,1 | 11,9 | 21,8 |
| 23,4 | 18,2 | 21,0 | 22,7 | 23,2 | 19,9 | 26,1 | 21,3 | 21,2 | 16,1 |
| 27,6 | 17,5 | 18,1 | 13,0 | 23,9 | 11,2 | 22,5 | 19,5 | 19,2 | 24,2 |
| 29,7 | 22,7 | 12,7 | 26,4 | 16,8 | 14,7 | 21,3 | 18,5 | 22,3 | 15,3 |
| 14,0 | 23,1 | 25,8 | 27,9 | 17,5 | 24,9 | 25,6 | 32,4 | 17,9 | 19,7 |
| 11,9 | 17,6 | 15,0 | 19,0 | 22,1 | 14,0 | 27,5 | 18,6 | 19,5 | 25,5 |
| 19,5 | 25,3 | 27,9 | 24,9 | 15,5 | 13,8 | 24,2 | 23,8 | 25,8 | 18,9 |
| 8,3 | 24,6 | 18,7 | 24,2 | 16,3 | 18,9 | 22,4 | 15,6 | 25,6 | 16,6 |
| 19,6 | 20,0 | 20,2 | 9,9 | 22,0 | 19,2 | 14,5 | 12,6 | 13,0 | 20,1 |
| 22,7 | 20,7 | 20,2 | 12,9 | 21,1 | 19,0 | 20,2 | 28,0 | 20,2 | 21,8 |
| 14,8 | 17,3 | 17,4 | 14,1 | 13,8 | 19,2 | 17,0 | 22,0 | 17,1 | 17,2 |

² Для построения графиков можно использовать Microsoft Excel.

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) вероятность того, что средняя величина всех выданных в течение месяца кредитов отличается от полученной по выборке не более чем на 250 руб.;

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля всех выданных кредитов, сумма которых не превышает 20 тыс. руб.;

в) объем бесповторной выборки, при котором границы для доли кредитов, полученные в п. б) можно гарантировать с вероятностью 0,98.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – величина выданных кредитов – распределена:

а) по нормальному закону распределения;

б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. В таблице приведено распределение 120 коров по дневному надою ξ (кг) и жирности молока η (%):

| $\eta \backslash \xi$ | Менее 7 | 7 -10 | 10 - 13 | 13 – 16 | Более 16 | Итого: |
|-----------------------|---------|-------|---------|---------|----------|--------|
| Менее 3,2 | | | | 8 | | 8 |
| 3,2 – 3,6 | | | 2 | 16 | 8 | 26 |
| 3,6 – 4,0 | | 4 | 16 | 10 | 2 | 32 |
| 4,0 – 4,4 | 2 | 6 | 10 | 2 | | 20 |
| Более 4,4 | 8 | 6 | 20 | | | 34 |
| Итого: | 10 | 16 | 48 | 36 | 10 | 120 |

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ξ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать содержательную интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ξ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент жирности молока для коров, дневной удой которых составляет 15 кг.

ВАРИАНТ 3

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 3)

1. После окончания занятий в среднем каждый десятый студент занимается в читальном зале.

Найти вероятность того, что из 300 студентов будут заниматься в читальном зале:

а) 20 студентов;

б) не менее 15, но не более 30 студентов;

в) сколько посадочных мест нужно иметь, чтобы с вероятностью 0,9545 их хватало всем желающим заниматься в читальном зале студентам.

2. Уровень воды в реке – это случайная величина со средним значением 2,5 м и стандартным отклонением 20 см. Оценить вероятность того, что в наудачу выбранный день:

а) уровень превысит 3 м;

б) уровень не превысит 275 см;

в) будет отличаться от среднего уровня более чем на 40 см;

г) окажется в пределах от 2м 20см до 2м 80см.

3. Известно, что время непрерывной работы электрической лампы есть случайная величина ξ (час), имеющая показательный закон распределения. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины, если известно, что вероятность непрерывной работы лампы не менее 800 час составляет 0,2.

Построить схематично³ графики функции распределения и функции плотности распределения этой случайной величины.

Вычислить вероятность того, что выбранная случайным образом лампа непрерывно проработает:

а) не более 600 час;

б) не менее 700 час;

в) от 30 до 40 суток.

4. С целью определения средней суммы вкладов на 1 января текущего года в сберегательном банке, имеющем 2000 вкладчиков, по схеме собственно-случайной выборки с бесповторным отбором членов проведено обследование 200 лицевых счетов. Распределение вкладов по их величине (тыс. руб.) представлено в таблице:

³ Для построения графиков можно использовать Microsoft Excel.

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 612 | 442 | 498 | 284 | 667 | 563 | 709 | 388 | 518 | 717 |
| 218 | 600 | 605 | 131 | 547 | 517 | 448 | 818 | 732 | 842 |
| 501 | 385 | 238 | 682 | 400 | 498 | 305 | 610 | 463 | 618 |
| 537 | 453 | 546 | 723 | 190 | 608 | 607 | 620 | 117 | 705 |
| 562 | 212 | 520 | 414 | 316 | 408 | 405 | 355 | 457 | 569 |
| 367 | 429 | 254 | 568 | 413 | 572 | 423 | 755 | 154 | 588 |
| 594 | 473 | 340 | 335 | 566 | 402 | 401 | 502 | 756 | 558 |
| 792 | 565 | 474 | 526 | 502 | 408 | 674 | 828 | 483 | 465 |
| 596 | 670 | 502 | 601 | 452 | 523 | 741 | 261 | 327 | 556 |
| 541 | 496 | 141 | 274 | 394 | 555 | 409 | 511 | 644 | 560 |
| 549 | 763 | 739 | 455 | 475 | 287 | 522 | 743 | 535 | 630 |
| 494 | 562 | 488 | 562 | 656 | 559 | 540 | 592 | 591 | 348 |
| 498 | 495 | 457 | 644 | 379 | 877 | 398 | 272 | 363 | 597 |
| 231 | 539 | 667 | 583 | 369 | 492 | 559 | 662 | 239 | 532 |
| 574 | 568 | 621 | 663 | 223 | 714 | 649 | 476 | 619 | 428 |
| 494 | 567 | 536 | 359 | 502 | 511 | 389 | 621 | 573 | 305 |
| 520 | 561 | 634 | 609 | 563 | 359 | 343 | 702 | 489 | 136 |
| 725 | 495 | 507 | 627 | 775 | 489 | 419 | 430 | 598 | 511 |
| 661 | 593 | 386 | 643 | 182 | 366 | 611 | 464 | 665 | 427 |
| 389 | 779 | 761 | 644 | 607 | 536 | 706 | 694 | 462 | 354 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) вероятность того, что средняя величина вклада в банке отличается от полученной по выборке не более чем на 500 руб.;

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля всех вкладов, сумма которых составляет не менее 500 тыс. руб.;

в) объем бесповторной выборки, при котором границы для генеральной средней величины вклада из п. а) можно гарантировать с вероятностью 0,97.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – величина вклада – распределена:

а) по нормальному закону распределения;

б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Распределение 100 средних фермерских хозяйств по числу наемных рабочих ξ (чел.) и их средней месячной заработной плате на 1 человека η (тыс. руб.) представлено в таблице:

| $\xi \backslash \eta$ | 2–4 | 4 – 6 | 6 – 8 | 8 – 10 | 10 – 12 | Итого: |
|-----------------------|-----|-------|-------|--------|---------|--------|
| 20–25 | | | 6 | 8 | 4 | 18 |
| 25–30 | | 2 | 10 | 2 | 2 | 16 |
| 30–35 | 2 | 6 | 8 | 2 | | 18 |
| 35–40 | 4 | 12 | 10 | 2 | | 28 |
| 40–45 | 10 | 6 | 4 | | | 20 |
| Итого: | 16 | 26 | 38 | 14 | 6 | 100 |

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ξ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции, на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ξ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю месячную заработную плату одного рабочего в хозяйстве, в котором работают 7 наемных рабочих.

ВАРИАНТ 4

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 4)

1. В городе в среднем 10% заключенных браков в течение года заканчиваются разводом. Какова вероятность того, что из 400 случайно отобранных пар, заключивших брак, в течение года не разведутся:

а) 350 пар;

б) не менее 400 пар.

С вероятностью 0,95 установить, какое максимальное число разводов можно ожидать для 400 пар.

2. Вероятность того, что желание, загаданное на Новый год, сбудется, равна 0,7. Оценить вероятность того, что из 200 загаданных желаний сбудется:

а) ровно 140 желаний;

б) от 120 до 150 желаний;

в) оценить, сколько желаний надо загадать, чтобы с вероятностью не меньшей 0,95, исполнилось бы не менее 40% желаний.

3. Плотность вероятности случайной величины ξ имеет вид:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ ax & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти:

- а) параметр распределения a ;
- б) функцию распределения $F(x)$;
- в) математическое ожидание $M(\xi)$ и дисперсию $D(\xi)$;
- г) вероятность $P(0 < \xi < 1)$.

Построить графики функций $\varphi(x)$ и $F(x)$.

4. С целью определения средней величины транспортных затрат (тыс. руб.) на доставку одной тонны продукции предприятий пищевой промышленности к потребителям в некотором крупном мегаполисе, имеющем 2570 предприятий, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено обследование 240 предприятий. Распределение транспортных затрат (тыс. руб.) представлено в таблице:

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10,3 | 8,8 | 6,8 | 14,0 | 8,8 | 13,2 | 8,2 | 9,5 | 9,9 | 14,0 |
| 13,2 | 14,4 | 11,7 | 10,7 | 6,8 | 11,5 | 10,8 | 8,2 | 8,2 | 6,2 |
| 5,3 | 11,7 | 4,0 | 6,2 | 13,6 | 18,1 | 7,6 | 10,7 | 13,0 | 14,8 |
| 10,0 | 11,2 | 6,2 | 9,3 | 11,6 | 6,6 | 10,1 | 6,5 | 9,1 | 11,9 |
| 10,2 | 9,7 | 11,0 | 4,3 | 8,6 | 12,9 | 15,9 | 9,7 | 12,7 | 6,0 |
| 9,6 | 14,0 | 7,9 | 10,6 | 8,8 | 11,9 | 15,6 | 8,3 | 6,8 | 3,4 |
| 5,1 | 11,5 | 12,8 | 12,6 | 9,8 | 12,0 | 7,7 | 6,7 | 9,6 | 11,8 |
| 10,5 | 10,7 | 10,3 | 6,8 | 13,0 | 7,5 | 9,1 | 11,0 | 8,0 | 10,0 |
| 9,5 | 4,6 | 6,6 | 9,5 | 10,2 | 9,5 | 14,7 | 16,3 | 17,8 | 9,5 |
| 10,0 | 7,6 | 11,9 | 10,6 | 3,8 | 10,9 | 7,9 | 14,4 | 8,0 | 9,7 |
| 12,6 | 14,4 | 8,2 | 13,9 | 6,2 | 9,9 | 7,1 | 12,1 | 7,6 | 9,0 |
| 6,4 | 10,9 | 8,4 | 13,5 | 8,3 | 4,5 | 5,9 | 15,6 | 13,7 | 12,6 |
| 8,4 | 11,3 | 12,8 | 12,8 | 7,7 | 14,0 | 8,9 | 9,7 | 9,8 | 14,1 |
| 7,0 | 8,2 | 8,4 | 13,9 | 7,9 | 11,7 | 8,5 | 9,7 | 2,6 | 11,5 |

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 6,6 | 8,4 | 0,6 | 12,2 | 12,1 | 12,4 | 11,3 | 11,7 | 6,5 | 12,9 |
| 10,6 | 8,8 | 12,0 | 11,0 | 9,4 | 7,0 | 13,0 | 14,4 | 9,3 | 13,6 |
| 12,7 | 5,7 | 5,8 | 9,5 | 11,0 | 11,8 | 9,9 | 7,9 | 12,4 | 9,0 |
| 10,6 | 10,9 | 9,8 | 10,9 | 10,9 | 5,7 | 11,6 | 8,7 | 12,5 | 7,0 |
| 13,6 | 10,3 | 11,1 | 13,5 | 12,0 | 9,1 | 9,3 | 7,3 | 15,3 | 12,1 |
| 3,7 | 10,7 | 9,4 | 7,4 | 14,5 | 9,5 | 10,5 | 9,1 | 8,5 | 12,8 |
| 11,8 | 1,9 | 13,4 | 12,9 | 11,2 | 9,4 | 15,0 | 12,7 | 10,5 | 10,0 |
| 16,1 | 11,5 | 11,1 | 10,4 | 4,8 | 13,0 | 7,7 | 9,0 | 11,1 | 10,0 |
| 17,0 | 9,6 | 8,7 | 9,4 | 15,6 | 9,6 | 9,3 | 9,4 | 13,9 | 12,1 |
| 8,2 | 2,0 | 12,5 | 10,0 | 11,2 | 8,2 | 5,8 | 11,3 | 8,2 | 9,4 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) вероятность того, что средняя величина транспортных затрат предприятия отличается от полученной по выборке не более чем на 200 руб.;

б) границы, в которых с вероятностью 0,98 заключена доля всех предприятий, транспортные затраты которых составляют не менее 10 тыс. руб.;

в) объем бесповторной выборки, при котором границы для доли всех предприятий, полученные в п. б) можно гарантировать с вероятностью 0,95.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить

две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – величина транспортных затрат – распределена:

- а) по нормальному закону распределения;
- б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Распределение 60 предприятий по затратам рабочего времени ξ (тыс. чел. дней) и выпуску продукции η (млн. руб.) представлено в таблице:

| $\xi \backslash \eta$ | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 | 70–80 | Итого: |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 10–25 | 1 | 3 | 2 | | | 6 |
| 25–40 | 3 | 6 | 4 | 1 | | 14 |
| 40–55 | | 3 | 7 | 6 | 1 | 17 |
| 55–70 | | 1 | 6 | 4 | 4 | 15 |
| 70–85 | | | 2 | 5 | 1 | 8 |
| Итого: | 4 | 13 | 21 | 16 | 6 | 60 |

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j и построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ξ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ξ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний выпуск продукции предприятия с затратами рабочего времени 55 тыс. чел. дней.

ВАРИАНТ 5

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 5)

1. Вероятность того, что желание, загаданное на Новый год, сбудется, равна 0,7. Найти вероятность того, что из 100 загаданных желаний сбудется:

- а) ровно 75 желаний;
- б) от 60 до 85 желаний;
- в) не менее половины желаний.

2. Дневная выручка магазина шаговой доступности является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со средним значением 25000 руб. и средним квадратическим отклонением 3000 руб.

1) С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что дневная выручка магазина шаговой доступности будет находиться в пределах от 22000 до 28000 руб.

2) Ту же вероятность найти, используя связь нормального закона распределения с функцией Лапласа.

3. Функция распределения непрерывной случайной величины ξ имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ a(x-2) & \text{при } 2 < x \leq 2,5, \\ 1 & \text{при } x > 2,5. \end{cases}$$

Найти: 1) параметр a ;

2) плотность вероятности $\varphi(x)$;

3) математическое ожидание $M(\xi)$ и дисперсию $D(\xi)$.

Построить графики функций $\varphi(x)$ и $F(x)$

4. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено 10%-ное обследование строительных организаций региона по недельному объему выполненных строительных работ (тыс. руб.). Предполагая, что в регионе функционируют 1300 строительных организаций, получены следующие данные:

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-----|------|-----|
| 748 | 449 | 713 | 602 | 775 | 661 | 1047 | 676 | 1008 | 488 |
| 612 | 641 | 761 | 660 | 642 | 794 | 636 | 924 | 859 | 866 |
| 839 | 573 | 510 | 597 | 735 | 1035 | 435 | 759 | 645 | 695 |
| 597 | 795 | 671 | 596 | 922 | 694 | 556 | 572 | 668 | 776 |
| 729 | 656 | 738 | 941 | 702 | 707 | 479 | 610 | 783 | 698 |
| 824 | 877 | 572 | 887 | 649 | 984 | 668 | 857 | 616 | 498 |
| 682 | 716 | 749 | 706 | 667 | 865 | 896 | 697 | 519 | 841 |
| 838 | 838 | 711 | 609 | 740 | 433 | 714 | 940 | 848 | 561 |
| 609 | 837 | 715 | 766 | 451 | 603 | 639 | 673 | 613 | 821 |
| 784 | 665 | 534 | 751 | 580 | 748 | 753 | 629 | 686 | 724 |
| 728 | 643 | 701 | 617 | 687 | 540 | 834 | 867 | 804 | 756 |
| 610 | 712 | 828 | 779 | 739 | 686 | 556 | 824 | 755 | 650 |
| 833 | 882 | 521 | 509 | 849 | 870 | 825 | 891 | 749 | 853 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,9973 заключен средний объем выполненных работ всех строительных организации региона;

б) вероятность того, что доля всех строительных организаций, объем работ которых не менее 600 тыс. руб., отличается от доли таких организаций в выборке не более чем на 0,05 (по абсолютной величине);

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего объема выполненных работ, (см. п. а)), можно гарантировать с вероятностью 0,9876.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – величина транспортных затрат – распределена:

- а) по нормальному закону распределения;
- б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Распределение 50 городов по численности населения ξ (тыс. чел.) и среднемесячному доходу на одного человека η (тыс. руб.) представлено в таблице:

| $\eta \backslash \xi$ | 3–4 | 4–5 | 5–6 | 6–7 | 7–8 | Более 8 | Итого: |
|-----------------------|-----|-----|-----|-----|-----|---------|--------|
| 30–50 | 1 | 1 | 3 | | | | 5 |
| 50–70 | | 2 | 5 | 1 | | | 8 |
| 70–90 | | 1 | 1 | 6 | 2 | 2 | 12 |
| 90–110 | | | 4 | 9 | | | 13 |
| 110–130 | | | 2 | 2 | 5 | | 9 |
| Более 130 | | | | | 2 | 1 | 3 |
| Итого: | 1 | 4 | 15 | 18 | 9 | 3 | 50 |

Необходимо:

- 1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j , построить эмпирические линии регрессии;
- 2) Предполагая, что между переменными ξ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha=0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ξ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний доход на одного человека в городе с населением 100 тыс. человек.

ВАРИАНТ 6

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 6)

1. На почту поступило 8000 писем. Вероятность того, что на случайно взятом конверте отсутствует почтовый индекс, равна 0,0005. Найти вероятность того, что почтовый индекс отсутствует: а) на трех конвертах; б) не менее чем на трех конвертах.

2. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,9949 будет заключено число попаданий в цель;

б) число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9949 ожидать, что отклонение относительной частоты от вероятности попадания при одном выстреле будет по модулю меньше 0,05.

3. Случайная величина ξ подчинена нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием. Вероятность попадания этой случайной величины в интервале от -2 до 2 равна 0,5705. Найти среднее квадратическое отклонение и плотность распределения этой случайной величины. Вычислить вероятность того, что случайная величина будет принимать значения:

а) меньшее 3;

б) большие 4;

в) отличаться от своего математического ожидания не более чем на 3,5 (по абсолютной величине).

4. С целью определения средней величины месячной заработной платы работников торговой сферы в некотором крупном районе города, по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было отобрано 150 работников из 1300. Распределение месячной заработной платы (тыс. руб.) представлено в таблице:

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 18,3 | 23,3 | 20,2 | 29,9 | 33,5 | 22,2 | 17,3 | 23,7 | 21,7 | 21,3 |
| 29,8 | 25,9 | 28,7 | 32,1 | 25,4 | 24,8 | 31,8 | 24,8 | 19,0 | 27,0 |
| 18,1 | 21,8 | 20,9 | 21,4 | 19,8 | 36,6 | 32,6 | 20,5 | 28,6 | 31,4 |
| 30,1 | 31,2 | 31,7 | 23,2 | 25,3 | 22,3 | 11,1 | 36,8 | 25,1 | 27,2 |
| 25,5 | 34,0 | 4,7 | 18,7 | 30,2 | 26,4 | 20,3 | 13,3 | 20,1 | 22,6 |
| 33,0 | 29,8 | 24,8 | 27,7 | 30,7 | 34,3 | 20,7 | 34,0 | 18,6 | 34,5 |
| 28,6 | 32,2 | 21,7 | 28,8 | 33,2 | 30,6 | 22,4 | 29,7 | 33,6 | 22,3 |
| 22,5 | 16,3 | 28,2 | 21,4 | 30,6 | 33,4 | 20,9 | 24,2 | 29,7 | 43,1 |
| 16,0 | 18,3 | 22,1 | 25,7 | 21,4 | 16,7 | 24,3 | 17,0 | 35,8 | 23,7 |
| 17,7 | 27,4 | 21,7 | 25,9 | 29,8 | 29,7 | 33,6 | 12,0 | 7,0 | 23,6 |
| 20,0 | 37,6 | 41,7 | 29,7 | 29,9 | 25,8 | 29,4 | 26,9 | 15,8 | 27,2 |
| 32,6 | 26,9 | 15,3 | 21,9 | 21,9 | 23,7 | 20,5 | 25,5 | 22,5 | 22,3 |
| 30,7 | 21,9 | 23,1 | 31,6 | 18,8 | 35,3 | 21,8 | 20,6 | 24,3 | 25,6 |
| 11,4 | 35,4 | 30,1 | 22,7 | 25,3 | 32,4 | 28,3 | 21,7 | 24,7 | 25,6 |
| 27,9 | 18,8 | 32,6 | 18,7 | 27,7 | 26,3 | 34,2 | 23,7 | 25,0 | 30,2 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную

дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,977 будет заключена средняя месячная заработанная плата всех работников торговой сферы города;

б) вероятность того, что доля всех работников торговой сферы города, месячная заработанная плата которых превышает 30 тыс. руб., отличается от доли, полученной по выборке, не более чем на 0,05 (по абсолютной величине);

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для средней месячной заработной платы всех работников торговой сферы города, полученные в п. а), можно гарантировать с вероятностью 0,9876.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – месячная заработанная плата работников торговой сферы города – распределена:

а) по нормальному закону распределения;

б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Имеются следующие выборочные данные о рыночной стоимости квартир η (тыс. у.е.) и их общей площади ξ (кв. м):

| $\xi \backslash \eta$ | 13–18 | 18–23 | 23–28 | 28–33 | 33–38 | Итого: |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 33–49 | 4 | 2 | 1 | | | 7 |
| 49–65 | 2 | 6 | 4 | 1 | | 13 |
| 65–81 | 1 | 4 | 9 | 4 | 1 | 19 |
| 81–97 | | | 3 | 6 | 3 | 12 |
| 97–113 | | | 1 | 3 | 5 | 9 |
| Итого: | 7 | 12 | 18 | 14 | 9 | 60 |

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ζ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha=0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ζ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить стоимость квартиры общей площадью 75 кв. м.

ВАРИАНТ 7

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 7)

1. При установившемся технологическом процессе в день в среднем происходит 10 обрывов нити на 100 веретенах. Определить вероятность того, что на 800 веретенах произойдет:

а) ровно 78 обрывов нити;

б) обрыв нити произойдет не более чем на 100 веретенах.

2. В течение дня в банк приходят в среднем 150 клиентов, из которых каждый десятый приходит в банк для того, чтобы снять проценты с вклада. Среднее квадратическое отклонение случайной величины ξ – числа клиентов, пришедших в банк снять проценты – равно 5. Оценить вероятность того, что сегодня число клиентов банка, пришедших снять проценты, будет:

а) не более 20;

б) более 25.

в) будет отличаться от среднего числа не более чем на 7 (по абсолютной величине).

3. Диаметр выпускаемой детали является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием $a=5$ см и средним квадратическим отклонением $\sigma=0,02$ см. Вычислить вероятность того, что размеры случайно выбранной детали будут:

а) заключены в границах от 4,975 см до 5,015 см;

б) отличаться от своего математического ожидания не более чем на 0,015 (по абсолютной величине).

Найти вероятность того, что из двух проверенных деталей, диаметр хотя бы одной отклоняется от математического ожидания не более, чем на 0,03 см (по абсолютной величине).

4. В некотором городе по схеме собственно случайной бесповторной выборки было обследовано 180 магазинов розничной торговли из 2500 с целью изучения месячного объема розничного товарооборота. Распределение месячного объема розничного товарооборота (тыс. руб.) представлено в таблице:

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 284 | 492 | 443 | 351 | 698 | 423 | 403 | 418 | 881 | 485 |
| 697 | 693 | 656 | 679 | 517 | 513 | 458 | 554 | 303 | 555 |
| 362 | 610 | 576 | 501 | 622 | 658 | 341 | 517 | 715 | 436 |
| 307 | 465 | 458 | 301 | 474 | 478 | 583 | 434 | 573 | 837 |
| 468 | 430 | 207 | 371 | 582 | 846 | 514 | 562 | 569 | 714 |
| 453 | 564 | 581 | 624 | 539 | 427 | 372 | 609 | 316 | 427 |
| 435 | 662 | 537 | 589 | 795 | 683 | 747 | 469 | 455 | 709 |
| 766 | 527 | 688 | 639 | 614 | 717 | 405 | 780 | 858 | 328 |
| 593 | 513 | 624 | 715 | 536 | 508 | 277 | 502 | 427 | 816 |
| 650 | 595 | 701 | 491 | 207 | 541 | 609 | 430 | 630 | 558 |
| 492 | 550 | 552 | 550 | 726 | 583 | 367 | 403 | 410 | 627 |
| 387 | 395 | 675 | 602 | 606 | 476 | 253 | 534 | 466 | 448 |

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 513 | 528 | 456 | 726 | 520 | 599 | 769 | 528 | 492 | 499 |
| 719 | 541 | 654 | 368 | 625 | 344 | 636 | 452 | 429 | 405 |
| 615 | 547 | 292 | 590 | 383 | 505 | 585 | 325 | 519 | 624 |
| 494 | 530 | 231 | 404 | 633 | 719 | 477 | 454 | 508 | 515 |
| 540 | 363 | 409 | 565 | 542 | 489 | 273 | 509 | 543 | 669 |
| 403 | 707 | 305 | 589 | 734 | 576 | 553 | 466 | 332 | 632 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) границы, в которых с вероятностью 0,96 будет заключен средний месячный товарооборот всех торговых предприятий города;

б) вероятность того, что доля всех торговых предприятий города, месячный товарооборот которых не превышает 500 тыс. руб., отличается от доли предприятий, полученной по выборке не более, чем на 0,05 (по абсолютной величине);

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для среднего месячного товарооборота всех торговых предприятий города, полученные в п. а), можно гарантировать с вероятностью 0,98.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – месячный товарооборот торговых предприятий города – распределена:

а) по нормальному закону распределения;

б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, на котором изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Распределение 60 предприятий по затратам рабочего времени ξ (тыс. человеко-дней (чел. дней)) и выпуску продукции ζ (млн. руб.) представлены в таблице:

| $x \backslash y$ | 30–40 | 40–50 | 50–60 | 60–70 | 70–80 | Итого: |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 10–25 | 1 | 3 | 2 | | | 6 |
| 25–40 | 3 | 6 | 4 | 1 | | 14 |
| 40–55 | | 3 | 7 | 6 | 1 | 17 |
| 55–70 | | 1 | 6 | 4 | 4 | 15 |
| 70–85 | | | 2 | 5 | 1 | 8 |
| Итого: | 4 | 13 | 21 | 16 | 6 | 60 |

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ζ и ξ существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии, дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha = 0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными X и Y ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний выпуск продукции предприятия, с затратами рабочего времени 55 тыс. чел. дней.

ВАРИАНТ 8

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 8)

1. Вероятность сбоя при получении денег в банкомате равна 0,001. Найти вероятность того, что из 5000 обращений, банкомат правильно сработает:

- а) не менее 4995 раз;
- б) не более 4997 раз.

2. В осветительную сеть участка автодороги было включено 400 новых электроламп. Каждая электролампа в течение года может перегореть с вероятностью 0,05. Оценить вероятность того, что в течение года из числа включенных в начале года электроламп придется заменить новыми:

- а) не менее 25 ламп;
- б) не более 30 ламп.

3. По данным страховых компаний некоторой страны известно, что продолжительность жизни человека есть случайная величина ξ (лет), имеющая показательный закон распределения. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины, если известно, что человек доживает до 75 лет с вероятностью 0,2.

Построить схематично⁴ графики функции распределения и функции плотности распределения этой случайной величины.

Вычислить вероятность того, что выбранный случайным образом новорожденный человек проживет:

- а) не более 60 лет;
- б) не менее 70 лет;

⁴ Для построения графиков можно использовать Microsoft Excel.

в) от 50 до 80 лет.

Какова вероятность прожить до 70 лет клиенту страховой компании, если ему сейчас 50 лет?

4. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено 10%-ное обследование предприятий одной из отраслей экономики в отчетном году с целью определения объемов выпускаемой продукции (млн. руб.). Полученные данные представлены в таблице:

| | | | | | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 62,27 | 91,63 | 76,17 | 125,15 | 42,73 | 105,08 | 65,02 | 66,47 | 67,26 | 52,10 |
| 67,06 | 90,19 | 72,84 | 70,35 | 79,33 | 90,38 | 103,07 | 76,29 | 78,36 | 110,46 |
| 65,95 | 65,57 | 105,32 | 72,88 | 119,00 | 83,08 | 90,25 | 83,81 | 89,44 | 100,10 |
| 68,29 | 87,11 | 94,39 | 87,07 | 61,58 | 99,45 | 65,80 | 96,49 | 88,31 | 76,69 |
| 83,71 | 83,26 | 80,45 | 123,17 | 112,47 | 77,30 | 85,70 | 59,56 | 100,16 | 44,91 |
| 81,67 | 88,36 | 73,38 | 90,02 | 90,39 | 71,57 | 65,76 | 64,00 | 73,39 | 97,65 |
| 94,91 | 77,13 | 49,69 | 106,97 | 104,18 | 116,68 | 82,85 | 66,51 | 76,05 | 91,90 |
| 58,69 | 50,57 | 93,06 | 99,49 | 70,32 | 101,71 | 38,48 | 74,66 | 79,18 | 95,35 |
| 51,40 | 81,50 | 112,34 | 75,40 | 66,08 | 79,88 | 91,13 | 105,40 | 52,35 | 54,91 |
| 72,82 | 121,39 | 76,50 | 65,34 | 85,48 | 111,86 | 86,49 | 92,90 | 90,61 | 47,63 |
| 73,59 | 82,48 | 70,72 | 78,27 | 54,38 | 59,64 | 58,26 | 61,87 | 66,55 | 73,85 |
| 90,17 | 46,01 | 75,57 | 86,93 | 93,05 | 70,86 | 88,77 | 78,66 | 91,89 | 109,49 |
| 54,92 | 90,78 | 80,91 | 94,76 | 100,73 | 103,59 | 58,59 | 68,79 | 84,46 | 75,01 |
| 82,00 | 91,53 | 108,37 | 46,04 | 56,89 | 52,17 | 80,26 | 62,50 | 65,05 | 78,10 |
| 72,36 | 81,25 | 56,34 | 83,97 | 64,52 | 80,06 | 92,67 | 63,82 | 79,50 | 72,07 |
| 97,30 | 78,66 | 76,42 | 103,88 | 79,08 | 81,01 | 66,76 | 117,25 | 61,88 | 87,49 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) вероятность того, что средняя величина объема выпускаемой продукции в отрасли отличается от полученной по выборке не более чем на 200 тыс. руб.;

б) границы, в которых с вероятностью 0,96 заключена доля всех предприятий отрасли, объем выпускаемой продукции которых составляет не менее 60 млн. руб.;

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для генеральной средней объема выпускаемой продукции из п. а) можно гарантировать с вероятностью 0,97.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – объем выпускаемой продукции в отрасли – распределена:

а) по нормальному закону распределения;

б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Распределение 50 однотипных предприятий по величине заработной платы ξ (тыс. руб.) на них и текучести кадров η (число уволившихся за год сотрудников) представлено в таблице:

| $\xi \backslash \eta$ | Менее 10 | 10–15 | 15–20 | 20–25 | 25–30 | Более 30 | Итого |
|-----------------------|----------|-------|-------|-------|-------|----------|-------|
| 20–35 | | | | 1 | 2 | 2 | 5 |
| 35–50 | | | 2 | 3 | 2 | 1 | 8 |
| 50–65 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | | 10 |
| 65–80 | 2 | 4 | 4 | 2 | 1 | | 13 |
| 80–95 | 1 | 4 | 2 | 1 | | | 8 |
| 95–110 | 2 | 2 | 1 | 1 | | | 6 |
| Итого | 6 | 13 | 11 | 11 | 6 | 3 | 50 |

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ζ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha=0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ζ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить какую заработанную плату имели уволившиеся сотрудники, если их число составило 17 человек.

ВАРИАНТ 9

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 9)

1. По статистическим данным в городе 14% пенсионеров, среди которых каждый двухсотый верит «некачественной» рекламе. Какова вероятность того, что хотя бы два пенсионера поверят такой рекламе, если в городе население составляет 10000 человек?

2. Сумма вклада клиента сберегательного банка – это случайная величина, распределенная по биномиальному закону с математическим ожиданием 15 тыс. руб. и дисперсией 0,4.

1) Используя неравенство Чебышева, оценить вероятность того, что сумма вклада наудачу взятого вкладчика будет заключена в границах от 14 тыс. руб. до 16 тыс. руб.

2) Найти ту же вероятность, используя следствие из интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

3. Случайная величина ξ имеет нормальный закон распределения с параметрами a и σ^2 . Найти параметры, если известно, что $P(\xi < 1) = 0,5$ и $P(-2 < \xi < 4) = 0,9973$. Вычислить вероятность того, что значение случайной величины X окажется меньше 2.

4. С целью изучения роста производительности труда на предприятиях молочной промышленности по схеме собственно-случайной бесповторной выборки было обследовано 160 предприятий из 1500. Данные о величине роста производительности труда (%) представлены в таблице:

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 113,1 | 100,4 | 110,9 | 104,2 | 114,7 | 107,5 | 120 | 108,4 | 119,9 | 100,8 |
| 104,6 | 106,2 | 113,9 | 107,4 | 106,3 | 115,6 | 106 | 119,4 | 118,2 | 118,3 |
| 117,5 | 102,9 | 101,1 | 103,9 | 112,3 | 119,9 | 100,3 | 113,7 | 106,4 | 109,7 |
| 103,9 | 115,7 | 108,1 | 103,9 | 119,4 | 109,6 | 102,3 | 102,9 | 107,9 | 114,7 |
| 111,9 | 107,2 | 112,5 | 119,6 | 110,1 | 110,5 | 100,7 | 104,5 | 115,1 | 109,9 |
| 117 | 118,6 | 102,9 | 118,8 | 106,7 | 119,8 | 107,9 | 118,1 | 104,8 | 100,9 |
| 108,8 | 111 | 113,2 | 110,4 | 107,8 | 118,3 | 119 | 109,8 | 101,3 | 117,6 |
| 117,5 | 117,5 | 110,8 | 104,5 | 112,6 | 100,3 | 110,9 | 119,5 | 117,8 | 102,5 |
| 104,5 | 117,5 | 111 | 114,2 | 100,4 | 104,2 | 106,1 | 108,2 | 104,7 | 116,9 |
| 115,2 | 107,7 | 101,7 | 113,3 | 103,2 | 113,1 | 113,4 | 105,6 | 109,1 | 111,6 |
| 119,1 | 108,3 | 101,3 | 102,4 | 111,9 | 109,6 | 114,5 | 102,3 | 106,4 | 116,7 |
| 119,3 | 106,3 | 107,6 | 113,6 | 112 | 101,8 | 108,7 | 106,4 | 118,7 | 113,5 |
| 108,9 | 112,8 | 114,5 | 112,4 | 112,6 | 102,7 | 107,8 | 105,7 | 105,2 | 116,6 |
| 113,4 | 114,1 | 109,7 | 106,1 | 108,4 | 111,4 | 114,6 | 110,7 | 109 | 105,9 |
| 111,2 | 106,5 | 114,3 | 109,3 | 106,6 | 106,3 | 111,3 | 119,1 | 112 | 102,7 |
| 112,2 | 115,5 | 103,1 | 111,7 | 110,5 | 114,5 | 113,1 | 110 | 108,3 | 108,5 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) вероятность того, что доля предприятий молочной промышленности, производительность труда на которых составляет не менее 105%, отличается от полученной по выборке не более чем на 5%;

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена средняя производительность труда на всех предприятий молочной промышленности;

в) объем бесповторной выборки, при котором границы производительности труда на всех предприятий молочной промышленности, полученные в п. б) можно гарантировать с вероятностью 0,97.

5. Заменяя неизвестные параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными оценками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – производительность труда на предприятиях молочной промышленности – распределена:

а) по нормальному закону распределения;

б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, где изображена гистограмма эмпирического распределения, соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Распределение 110 предприятий по стоимости основных производственных фондов ξ (млн. руб.) и стоимости произведенной продукции η (млн. руб.) представлены в таблице:

| $\xi \backslash \eta$ | 15–25 | 25–35 | 35–45 | 45–55 | 55–65 | 65–75 | Итого: |
|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 5–15 | 17 | 4 | | | | | 21 |
| 15–25 | 3 | 18 | 3 | | | | 24 |
| 25–35 | | 2 | 15 | 5 | | | 22 |
| 35–45 | | | 3 | 13 | 7 | | 23 |
| 45–55 | | | | | 6 | 14 | 20 |
| Итого: | 20 | 24 | 21 | 18 | 13 | 14 | 110 |

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ξ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha=0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ξ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить среднюю стоимость произведенной продукции, при стоимости основных производственных фондов 45 млн. руб.

ВАРИАНТ 10

(для студентов, номера личных дел которых оканчиваются цифрой 0)

1. Человек, проходящий мимо киоска, покупает газету с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что среди 400 человек, прошедших мимо киоска в течение часа:

а) купят газету 90 человек;

б) не купят газету от 300 до 340 человек (включительно).

2. В среднем, 20% кустов смородины плодоносят 10 лет. При этом среднее квадратическое отклонение составляет 2,5 года. Оценить вероятность того, что выбранный куст смородины будет плодоносить:

- а) менее 12 лет;
- б) более 8 лет;
- в) от 7 до 13 лет.

3. Установлено, что время ремонта холодильника в мастерской есть случайная величина ξ , распределенная по показательному закону. Среднее время ремонта составляет 10 часов. Определить, что на ремонт поступившего в мастерскую холодильник потребуется:

- а) не более 15 часов
- б) от 7 до 12 часов.

4. На одном из участков шоссе было проведено измерение скорости движения автомобилей (в км/ч). Известно, что в течении суток по данному участку проезжает в среднем 2570 автомобилей. Выборочное измерение скорости 120 автомобилей показало следующие результаты:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 58 | 54 | 61 | 66 | 66 | 69 | 49 | 59 | 65 | 55 |
| 57 | 52 | 51 | 55 | 56 | 49 | 57 | 58 | 61 | 58 |
| 58 | 58 | 67 | 60 | 59 | 57 | 70 | 64 | 72 | 57 |
| 68 | 52 | 63 | 65 | 70 | 60 | 57 | 63 | 58 | 64 |
| 53 | 56 | 52 | 58 | 60 | 60 | 58 | 71 | 51 | 56 |
| 47 | 67 | 54 | 57 | 64 | 62 | 64 | 63 | 53 | 54 |
| 63 | 62 | 55 | 59 | 61 | 63 | 61 | 55 | 69 | 62 |
| 60 | 64 | 64 | 57 | 55 | 66 | 54 | 52 | 64 | 63 |
| 71 | 67 | 67 | 61 | 60 | 62 | 60 | 55 | 51 | 64 |
| 65 | 74 | 74 | 51 | 45 | 59 | 71 | 47 | 53 | 46 |
| 69 | 70 | 47 | 53 | 55 | 50 | 65 | 51 | 49 | 75 |
| 64 | 52 | 64 | 55 | 73 | 51 | 53 | 71 | 72 | 48 |

Составить интервальный вариационный ряд. Записать эмпирическую функцию распределения и построить ее график. На одном чертеже изобразить гистограмму и полигон частот.

По сгруппированным данным вычислить выборочные числовые характеристики: среднее арифметическое, исправленную выборочную дисперсию, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс, моду и медиану.

Найти:

а) вероятность того, что доля всех автомобилей, проезжающих в течении суток по данному участку пути, скорость которых превышает 80 км/час, отличается от полученной по выборке не более чем на 5%;

б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена средняя скорость всех автомобилей, проезжающих через данный участок пути;

в) объем бесповторной выборки, при котором те же границы для генеральной средней скорости движения, полученные в п. б) можно гарантировать с вероятностью 0,97.

5. Заменяя параметры генеральной совокупности соответственно их наилучшими выборочными числовыми характеристиками, по данным задачи 4, используя χ^2 -критерий Пирсона, на уровне значимости $\alpha=0,05$ проверить две гипотезы о том, что изучаемая случайная величина ξ – скорость движения автомобиля – распределена:

а) по нормальному закону распределения;

б) по равномерному закону распределения.

Построить на чертеже, на котором изображена гистограмма эмпирического распределения и соответствующие графики равномерного и нормального распределений.

6. Распределение 60 предприятий по объему инвестиций в развитие производства ξ (млн. руб.) и получаемой за год прибыли η (млн. руб.) представлены в таблице:

| $\xi \backslash \eta$ | 0–0,8 | 0,8–1,6 | 1,6–2,4 | 2,4–3,2 | 3,2–4,0 | Итого: |
|-----------------------|-------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 2–4 | 2 | 2 | | | | 4 |
| 4–6 | 2 | 7 | 10 | | | 19 |
| 6–8 | | 2 | 17 | 7 | | 26 |
| 8–10 | | | 4 | 3 | 2 | 9 |
| 10–12 | | | | | 2 | 2 |
| Итого: | 4 | 11 | 31 | 10 | 4 | 60 |

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние \bar{x}_i и \bar{y}_j , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными ξ и η существует линейная корреляционная зависимость:

а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений;

б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости $\alpha=0,05$ оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными ξ и η ;

в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить полученную прибыль при объеме инвестиций 5 млн. руб.

Экзаменационные вопросы

1. Классификация случайных событий: возможные и невозможные события, совместные и несовместные, противоположные и достоверные события. Примеры.

2. Полная группа событий. Пространство элементарных исходов. Примеры.

3. Классическое определение вероятности события. Свойства вероятности события. Примеры.

4. Статистическое определение вероятности события. Примеры. Теорема Бернулли (с доказательством).

5. Геометрическое определение вероятности. Примеры.

6. Сумма событий и ее свойства. Примеры.

7. Теорема сложения вероятностей (с доказательством) и ее следствия. Примеры.

8. Произведение событий и его свойства. Примеры.

9. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей (с доказательством). Примеры.

10. Формулы полной вероятности и Байеса. Примеры.

11. Случайная величина (определение). Дискретная случайная величина и ее закон (ряд) распределения. Основное свойство закона распределения. Примеры.

12. Совместный закон распределения двух дискретных случайных величин. Зависимые и независимые случайные величины. Примеры. Основное свойство совместного закона распределения для независимых случайных величин.

13. Математические операции над дискретными случайными величинами. Примеры.

14. Функция распределения случайной величины, ее определение, свойства и график. Примеры.

15. Функция распределения дискретной случайной величины. Примеры.

16. Теорема о существовании случайной величины с заданной функцией распределения. Непрерывная случайная величина. Вероятность отдельно взятого значения непрерывной случайной величины. Примеры.

17. Абсолютно непрерывная случайная величина. Плотность вероятности абсолютно непрерывной случайной величины, ее определение, свойства и график. Примеры.

18. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Примеры.

19. Дисперсия случайной величины и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение случайной величины. Примеры.

20. Закон распределения Бернулли, его определение, свойства и примеры.

21. Биномиальный закон распределения, его определение, свойства и примеры.

22. Закон распределения Пуассона, его определение, свойства и примеры.

23. Геометрическое распределение, его определение, свойства и примеры.

24. Равномерный закон распределения, его определение, свойства и примеры.

25. Нормальный (гауссовский) закон распределения. Геометрический и вероятностный смысл параметров нормального закона распределения. Примеры.

26. Стандартный нормальный закон распределения. Функция Гаусса, ее свойства и график. Теорема о связи плотности нормального закона распределения и функции Гаусса.

27. Функция Лапласа, ее свойства, график и геометрический смысл. Теорема о связи функции распределения нормального закона и функции Лапласа. Примеры.

28. Свойства случайной величины, распределенной по нормальному закону. Правило трех сигм. Примеры.

29. Показательный (экспоненциальный) закон распределения, его определение, свойства и примеры.

30. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Примеры.

31. Понятие о центральной предельной теореме. Локальная и интегральная теоремы Муавра—Лапласа, условия их применимости. Примеры.

32. Следствия из интегральной теоремы Муавра—Лапласа. Примеры.

33. Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применимости. Примеры.

34. Лемма Чебышева. Примеры.

35. Неравенство Чебышева. Примеры.

36. Понятие двумерной (n -мерной) случайной величины. Примеры. Одномерные распределения ее составляющих. Условные распределения.

37. Ковариация и коэффициент корреляции случайных величин. Связь между некоррелированностью и независимостью случайных величин.

38. Понятие о двумерном нормальном законе распределения. Условные математические ожидания и дисперсии.

39. Вариационный ряд, его разновидности. Средняя арифметическая и дисперсия ряда. Гистограмма.

40. Генеральная совокупность. Выборки и способы их получения. Репрезентативная выборка.

41. Точечные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности и их свойства: несмещенность, состоятельность, эффективность.

42. Выборочная доля как точечная оценка генеральной доли, ее несмещенность и состоятельность.

43. Выборочная средняя как точечная оценка генеральной средней, ее несмещенность и состоятельность.

44. Выборочная дисперсия как точечная оценка генеральной дисперсии, ее смещенность и состоятельность. Несмещенная оценка генеральной дисперсии.

45. Интервальные оценки неизвестных параметров генеральной совокупности. Доверительная вероятность. Предельная ошибка выборки. Средние квадратические ошибки выборок.

46. Построение доверительного интервала для генеральной доли признака.

47. Построение доверительного интервала для генеральной средней.

48. Определение необходимого объема повторной и бесповторной выборок при оценке генеральной средней и доли.

49. Основные принципы проверки статистических гипотез.

50. Критерий χ^2 – Пирсона для проверки гипотезы о виде закона распределения.

51. t – критерий Стьюдента для проверки значимости коэффициента корреляции.

52. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Различия между ними. Основные задачи теории корреляции.

53. Линейная парная регрессия. Система нормальных уравнений для определения параметров прямых регрессии. Выборочная ковариация.

54. Оценка тесноты связи. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»
для студентов II курса заочного отделения бакалавриата по направлению «Экономика»

1. Классификация случайных событий: возможные и невозможные события, совместные и несовместные, противоположные и достоверные события. Примеры.
2. Два стрелка стреляют по мишени по одному разу. Вероятности попаданий соответственно 0,8 и 0,7. Какова вероятность того, что не попадет ни один из них?
3. Студент, отправляясь на экзамен, подготовил ответы на 30 вопросов из 50. Найти вероятность того, что из трех заданных ему вопросов он ответит хотя бы на два.
4. На животноводческой ферме проводится обследование с целью определения среднего процента жирности молока. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки из 1000 коров было отобрано 50. Результаты наблюдения представлены в таблице:

| | | | | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|
| Жирность молока, % | 3,5 | 3,6 | 3,7 | 3,8 | 3,9 | 4 | 4,1 | 4,2 | 4,3 |
| Количество коров | 2 | 3 | 7 | 8 | 9 | 11 | 7 | 2 | 1 |

Найти вероятность того, что средняя жирность молока всех коров отличается от выборочной средней не более чем на 0,1 (по абсолютной величине).

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»
для студентов II курса заочного отделения бакалавриата по направлению «Экономика»

1. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей (с доказательством). Примеры.
2. Уравнение линейной регрессии имеет вид: $y = -0,2x + 0,6$. Известно, что среднее значение $\bar{y} = 2$. Найти среднее значение \bar{x} .
3. Радиоаппаратура состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа каждого из них в течение года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Найти вероятность отказа за год работы: а) двух элементов; б) не менее двух элементов.
4. Из партии в 5000 электроутюгов проверено качество 10% электроутюгов. Среди проверенных оказалось 5% утюгов с дефектами. Найти вероятность того, что доля годных электроутюгов во всей партии отличается от доли их в выборке не более чем на 0,04 (по абсолютной величине).

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Потемкин А.В., Эйсымонт И.М. *Анализ данных: учебное пособие*. – М.: Финансовый университет, 2014.
2. Потемкин А.В., Фридман М.Н., Эйсымонт И.М. *Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие*. М.: Финансовый университет, 2015.
3. А.В. Потемкин. Учебное пособие «Теория вероятностей и анализ данных в примерах и задачах»– М.: Финансовый университет, Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, 2016.
4. Геворкян П.С. *Теория вероятностей и математическая статистика: Курс лекций/* П.С. Геворкян, А.В. Потемкин, И.М. Эйсымонт.— М.: Экономика, 2012.

Дополнительная

5. Кремер Н.Ш. *Теория вероятностей и математическая статистика*. М.: ЮНИТИ, 2003, 2004, 2007.
6. Браилов А.В., Солодовников А.С. *Сборник задач по курсу «Математика в экономике». Часть 3. Теория вероятностей*. М.: Финансы и статистика, 2010.
7. Денежкина И.Е., Орлова М.Г., Швецов Ю.Н. *Основы математической статистики. Учебно-методическое пособие для самостоятельной работы бакалавров*. М.: Финансовая академия при правительстве РФ, 2010.
8. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. *Математика в экономике. Учебник в 3 ч. Ч.3. Теория вероятностей и математическая статистика*. М.: Финансы и статистика, 2008.